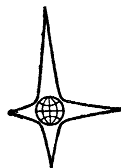
ЭРИК РОДЖЕРС

ФИЗИКА
для любознательных





ИЗДАТЕЛЬСТВО
«МИР»

PHYSICS

FOR THE INQUIRING

MIND

THE METHODS, NATURE AND

PHYLOSOPHY

OF PHYSICAL SCIENCE

by

ERIC M. ROGERS

1966

PRINCETON NEW JERSEY

PRINCETON UNIVERSITY PRESS

Эрик Роджерс

ФИЗИКА ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

ТОМ I

МАТЕРИЯ, ДВИЖЕНИЕ, СИЛА

Перевод с восьмого американского издания
под редакцией
Е. М. ЛЕЙКИНА

Общая редакция и предисловие
академика
Л. А. АРЦИМОВИЧА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
МОСКВА 1969

УДК 530.1

Перевод с английского
А. А. АРЕСТ-ЯКУБОВИЧА,
И. Б. ВИХАНСКОГО, П. А. КУНИНА

Редакция литературы по физике

Инд. 2-3-1
69-69

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предисловие к переводу — это рекомендация книги читателю. Редактор перевода, казалось бы, всегда должен быть заинтересован в том, чтобы книга пользовалась максимальным спросом. Поэтому он должен представить ее с наиболее выгодной стороны возможно более широкому кругу читателей. Однако я начну с другого, так как «Физика для любознательных», написанная профессором Принстонского университета Эриком Роджерсом,— книга на редкость своеобразная. Рассчитана она, так сказать, на любителя. Автор поставил перед собой цель изложить основы физики на элементарном уровне, сделав это так, чтобы читатель невольно чувствовал себя участником процесса отыскания и формулирования фундаментальных законов природы. В обычных учебниках законы физики демонстрируются в качестве готовых, хорошо отшлифованных и аккуратно пригнанных друг к другу элементов общей архитектурной композиции величественного здания науки. В книге Роджерса те же самые законы возникают как результат обобщения множества отдельных наблюдений и опытов, в которых автор приглашает читателя принять непосредственное участие и поразмыслить. Каждое новое утверждение, даже если оно относится к давно установленным и хорошо известным фактам, анализируется в работе Роджерса чрезвычайно тщательно, с подробностями и повторениями, иногда даже как будто излишне утомительными.

Существенную роль при этом играет исторический фон. История физики с древнейших времен — неотделимая часть изложения. В живой форме она вплетается во все основные рассуждения. Так, обсуждая законы механики, автор книги делает нас современниками Галилея и Ньютона, и мы вместе с ними пытаемся разгадать глубокие причины, связывающие воедино широкий класс простых явлений, относящихся к движению тел. При этом, конечно, поток научной информации струится перед нами очень медленно. Десятки страниц книги затрачены на то, чтобы разобрать, например, такие элементарные вопросы, как падение тел и законы равномерно ускоренного движения.

Но книга Роджерса не энциклопедия и не справочник по физике. Она предназначена не для того, чтобы читатель сравнительно быстро поглотил большой объем сведений. Ее цель иная — заставить читателя думать, раскрыть перед ним внутренний меха-

низм развития науки, объяснить путем разбора конкретных проблем, как отдельные наблюдения и эксперименты завершаются установлением общих закономерностей, показать роль индуктивного и дедуктивного методов на разных стадиях исследования, продемонстрировать прочность того основания, на котором базируется здание современной физики.

Книга Роджерса может представить интерес в первую очередь для тех читателей, которые по своей специальности далеки от физики, успели забыть школьный курс, но серьезно интересуются этой наукой. Она окажется ценным пособием для преподавателей физики в средних школах, техникумах и вузах, любящих свое дело. Наконец, «Физику для любознательных» могут с пользой изучать любознательные школьники старших классов.

За границей эта книга выдержала 8 изданий. Мы уверены, что и в нашей стране она найдет своего читателя. Из-за большого объема оригинала было признано целесообразным выпустить перевод в виде трех отдельных томов.

Академик Л. Арцимович

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ АВТОРА

Настоящий курс написан для тех, кто, не будучи физиком, хотел бы знать эту науку и понимать ее. Книга содержит теоретическую часть, задачи и указания к лабораторным занятиям в объеме одногодичного курса, читаемого в Принстонском университете студентам, для которых «техническая» физика не является профилирующим предметом, т. е. изучающим экономические, гуманитарные и общественные науки, а также студентам-медикам.

Предлагаемый курс одинаково доступен как тем, кто изучал физику раньше, так и тем, кто не изучал ее совсем. Для усвоения материала нет необходимости прослушать подготовительный курс физики. Эта книга не заимствовала материала или трактовку обычного курса физики для высшей школы, так что она годна для широкого круга читателей.

Ряд тем разработан более подробно; назначение этих тем — формирование гармоничной системы знаний. Хотя математика является важным инструментом физики, в этом курсе использованы лишь наиболее простые элементы алгебры и геометрии на плоскости (планиметрии). Однако необходимое требование — критическое отношение к материалу, ясное мышление и способность логически рассуждать. Задачи, имеющие первостепенное значение, не сводятся к подстановке определенных величин в формулы, для их решения необходимо рассуждать и критически мыслить. Так что и текст и задачи требуют от читателей активной проработки.

Указание читателям

Задачи, составляющие важную в учебном отношении часть этой книги, требуют от каждого учащегося серьезного продумывания материала, ибо они развивают и дополняют запас знаний. В физике имеется много вопросов, нуждающихся в обсуждении и обосновании. Чтобы *понять*, как экспериментальные знания оправдываются теорией, а затем на этой основе появляются новые выводы, читатель должен активизировать собственное мышление и свою способность к логическим рассуждениям. Конечно, если бы в книге были сформулированы все выводы и изложены основы всех рас-

суждений, и преподавателю и учащемуся было бы проще. Но тогда было бы трудно запомнить материал надолго и еще труднее было бы извлечь из него ясное представление о предмете. Поэтому в предлагаемой книге для решения бо́льшей части задач требуется пораскинуть умом.

Некоторые задачи разбиты на ряд последовательных вопросов, сделано это не для того, чтобы материал изучался малыми дозами («по чайной ложечке»), а чтобы такие задачи служили готовыми примерами; читателю следует прорабатывать их по мере изучения текста.

Некоторые задачи подготавливают изучение последующих глав, а другие выдвигают общие вопросы, обсуждение которых может во многом облегчить понимание материала.

Указание преподавателям

Около десяти лет назад забота о репутации науки побудила некоторых из нас написать новые учебные курсы для лиц, не занимающихся специально научной деятельностью. В наш век образованные люди, даже не занимаясь наукой, должны знать и понимать физику, и эти блага познания они сохранят как часть своего интеллектуального багажа на всю жизнь. Образованные люди видят, что научные знания влияют на интересы, перспективы и философию. Какого рода курс физики мог бы удовлетворить таким потребностям? Обычные курсы, состоящие из фактов, формул и принципов, написанные для будущих физиков и инженеров и все еще предлагаемые в качестве стабильных образцов, не отвечают этим требованиям.

Тем, кто не готовится к научной деятельности, такие курсы не дадут необходимого понимания науки. Автору приходилось слышать сомнения даже в том, действительно ли они хороши как отправной материал для профессиональных научных работников.

Желая восполнить этот пробел, автор написал данный курс, каркас которого составляют наиболее важные узловые темы. Эти темы следует излагать особенно тщательно, чтобы дать учащимся ощущение подлинного понимания вопроса; обсуждая взаимозависимость тем, надо стремиться показать все здание науки как единое целое. Автор излагал и науку, и философию науки, не прибегая, однако, к этим запретным словам. Использовано довольно много материалов по физике твердого тела, они тщательно обработаны (в пределах ограниченного математического аппарата), так как

автор хотел не столько снабдить учащихся обширной информацией, сколько дать им знания и понимание предмета.

В тех случаях, когда те или иные темы опущены, образовавшиеся в структуре учебного материала промежутки — паузы — дают возможность педагогам тщательно подготовиться к занятиям, а учащимся предоставляют время для самостоятельного чтения и продумывания предмета; кроме того, эти паузы дают место и время для развития перспективы науки. Автор считает, что от того, что в курс не включены некоторые темы, потеря невелика. Если курс будет усвоен, учащиеся достаточно хорошо будут знать предмет и с помощью научных источников смогут возместить любые пробелы. И если цель будет достигнута, то наш курс подтвердит, что глубина изучения предмета приходит в результате самостоятельных рассуждений и критического мышления; курс должен в большей степени порождать вопросы, нежели преподносить готовые выводы. Такова особенность учебного курса, ради которого была написана эта книга.

Основной план книги

Чтобы сделать доступной учащимся и просто читателям физику на уровне знаний ученых, необходимо показать ее остов, объединяющий знания и размышления. В книге сделана такая попытка; для этого отдельные главы взаимосвязаны. Сведения, сообщаемые в одном месте, еще будут не раз комментироваться и углубляться в дальнейшем. Таким путем знания расширяются как организованная система.

Поскольку большое значение имеет соответствие структуры курса поставленной задаче и методика его преподавания, то для подобного курса нельзя предложить идеальный тематический план. Некоторые элементы универсальны (такие, как, скажем, законы Ньютона), другим же отдают предпочтение большинство преподавателей и многие учащиеся (например, планетная астрономия — для ознакомления с применением теоретических знаний — или ядерная физика, знакомящая с современными научными воззрениями). Таким образом, остается много возможностей для индивидуального выбора тем по вкусу преподавателей и учащихся, с учетом наличного лабораторного оборудования и метода преподавания. Вначале содержание книги было подчинено методологическим взглядам автора; это был вполне приемлемый курс, но с предвзятым выбором тем. Чтобы предоставить преподавателям возможность выбора, некоторые главы были расширены, а ряд других

дополнен. Есть опасность, что эти дополнения перегрузят курс, если читатели будут стремиться охватить все главы.

Однако как подтверждение того, что книга менее перегружена материалом, чем традиционное «полное меню» стандартных курсов, ниже приводится перечень тех разделов, кои полностью опущены в этой книге или трактуются в обычной форме: *гидростатика*, *статика*, *калориметрия*, *оптика*, *звук и частично электричество и магнетизм*. Таким образом, курс наряду с общими вопросами рассматривает преимущественно **динамику, планетную астрономию, молекулярную теорию, электричество, магнетизм и «атомную физику»**.

В приведенной здесь таблице характеризуются принятые в Принстонском университете методы изучения глав данного курса. (Пунктирные линии примерно делят годичный курс на четверти.)

Методика пользования главами предлагаемой книги при чтении одногодичного курса

Для детального изучения		Для ознакомления	Пропускаются или используются только для ссылок
на лекциях	в лаборатории		
1, 7, 8	4	2, 3, 5, 6 *, 9 *, 10	6 *, 9 *, 11
16, 17, 18, 19, 21, 22, 25, 26	(27), 28	12, 13, 14, 15, 23, (27)	20, 24
29, 30 (часть), 36	32, (34)	30 (остальное) 33, 34	31, 25
37, 38, 39, 40, 43, 44 (часть)	41 (часть)	42	41 (остальное) 44 (остальное)

* Использование глав «Поверхностное натяжение» (гл. 6) и «Движение жидкости» (гл. 9) может служить примером индивидуальных склонностей преподавателей. Многие предпочли бы включить измерение длины молекулы масла, другие же предпочитают устранить несколько демонстраций путем показа парадоксов Бернулли в качестве простых примеров второго закона Ньютона.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

МАТЕРИЯ • ДВИЖЕНИЕ • СИЛА

«Дайте мне материю и движение и я построю Вселенную.»

Рене Декарт (1640 г.)

«...от явлений движения к исследованию природы сил и затем от этих сил — к демонстрации других явлений: ...движения планет, комет, Луны и моря...»

Исаак Ньютон (1686 г.)

«Пусть никто не думает, что великое создание Ньютона может быть ниспровергнуто теорией относительности или какой-нибудь другой теорией. Ясные и широкие идеи Ньютона навечно сохранят свое значение фундамента, на котором построены наши современные физические представления.»

Альберт Эйнштейн (1948 г.)

ГЛАВА 1 • ЗЕМНОЕ ТЯГОТЕНИЕ

«Что отличает язык науки от языка в обычном понимании этого слова? Как произошло, что научный язык стал интернациональным? Единство научных понятий и научного языка обусловлено тем обстоятельством, что они создаются лучшими умами всех времен и народов. В одиночку и объединенными усилиями, если иметь в виду конечный эффект, они создавали духовное оружие для технических революций, которые в последние столетия преобразили жизнь человечества. Выработанные ими понятия служат путеводной звездой в ошеломляющем хаосе восприятий и учат нас извлекать общие истины из отдельных наблюдений».

А. Эйнштейн

Введение

Начать с обсуждения научных методов или структуры науки — все равно, что судить о какой-нибудь стране до того, как в ней побываешь. Поэтому выберем один из разделов физики — земное тяготение и свободное падение тел — и сразу же приступим к его изучению, а потом обсудим общие идеи, связанные с этой темой.

О подстрочных примечаниях

Мы советуем сперва прочесть главу, опуская подстрочные примечания, а потом все внимательно перечитать снова — и текст, и примечания. Некоторые подстрочные примечания тривиальны, но многие содержат важные замечания и прямо относятся к курсу. Это отнюдь не мелкие детали, которые автор вводил в книгу только затем, чтобы впоследствии не испытывать угрызений совести, что он их опустил. Эти вынесенные за текст замечания позволяют сделать его более связным. Если их поместить в основной текст (а некоторые трактуют побочные вопросы), внимание читателя будет рассеиваться. Но вплетение в канву изложения новых узоров само по себе демонстрирует всю сложную структуру науки, и поэтому при повторном чтении необходимо читать и примечания.

Свободное падение тел

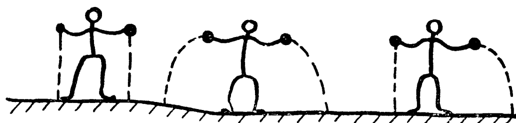
Давайте понаблюдаем за падением камня и поразмыслим над тем, что нам известно о свободном падении тел. Как мы получили эти знания? Каким образом мы свели их в систему законов, которые четко запоминаются и которыми легко пользоваться? Что они дают? Почему мы придаем такое значение научным знаниям, принявшим форму законов? Прежде чем читать дальше, проделайте следующий опыт. Возьмите два камня (или две книги, или две монеты) разных размеров. Прикиньте, намного ли больший тяжелее. Представьте себе, насколько быстрее он будет падать, если оба камня одновременно свободно выпустить из рук. Вы, конечно, предположите, что камни будут падать со скоростями, пропорциональными их весу: камень весом 100 $Г$ будет падать вдвое быстрее камня весом 50 $Г$. Теперь поднимите оба камня повыше и выпустите их из рук одновременно... Чему вы склонны поверить: тому, что видели, что предполагали, или тому, «что написано в книге»?

Много тысячелетий назад люди наверняка замечали, что бóльшая часть предметов падает все быстрее и быстрее, а некоторые падают равномерно. Но *как именно* падают эти предметы — этот вопрос никого не занимал. Откуда у первобытных людей должно было появиться стремление выяснить *как* или *почему*? Если они вообще размышляли над причинами или объяснениями, то суеверный трепет сразу же заставлял их думать о добрых и злых духах. Мы легко представляем, что эти люди с их полной опасности жизнью считали бóльшую часть обычных явлений «хорошими», а необычные — «плохими»; ведь и мы сегодня употребляем слово «естественный» в качестве положительной оценки, а «неестественный» говорим с оттенком неприязни.

В этом стремлении к обычному есть нечто мудрое: в мире, лишенном установленного порядка и полном случайностей, было бы опасно жить. Едва выйдя из пеленок, дети лишаются надежной защиты и попадают в суровый, безжалостный мир, в котором кирпичные стены ставят синяки, а раскаленная печь может обжечь до волдырей. Детям нужен безопасный и упорядоченный мир, подчиняющийся определенным правилам. Поэтому они бывают так довольны, когда сложным явлениям окружающего мира даются уверенные «объяснения». Стремление искать безопасность в порядке, которое мы наблюдаем у развивающихся детей, вероятно, характерно было и для более медленного процесса превращения первобытного дикаря в цивилизованного человека. В процессе развития цивилизации великие мыслители делали попытки объ-

яснить окружающий мир — неодушевленную природу, живые существа и даже мысли человека — с помощью набора правил и утверждений. Почему они это делали — вопрос трудный. Быть может, некоторые из них действовали как наставники и учителя по отношению к своим более простым собратьям. Других, наверное, толкало детское любопытство — потребность в точном знании, рожденная чувством неуверенности. Третьих, может быть, вдохновляли какие-то более глубокие чувства — любознательность и удовольствие, доставляемое человеку мышлением,— чувства, порожденные не страхом, а интеллектуальным наслаждением, и этих людей можно назвать истинными философами и учеными.

Все люди в своем развитии проходят много ступеней познания: от бессмыслицы суеверий до научного мышления. Какой ступени достигли вы в изучении свободного падения тел, которое можно считать простым явлением? Проверьте ваши теперешние знания простым наблюдением за падением некоторых тел. Возьмите два разных камня (или две монеты) и дайте возможность им свободно



Фиг. 1.

падать, выпустив их из рук одновременно. Затем снова одновременно бросьте два камня, но уже в стороны по горизонтали (фиг. 1). Потом бросьте один камень в сторону и в тот же момент выпустите из рук второй, но так, чтобы он просто падал по вертикали. Понаблюдайте за движениями камней снова и снова. Посмотрите, сколько сведений о природе можно извлечь из таких опытов. Быть может, это вам покажется детской забавой, пустой тратой времени, но нужно принять во внимание следующие обстоятельства:

1. Это — опыты. Вся наука построена на информации, получаемой в результате прямых опытов, подобных вашим.

2. Для физика опыт с одновременным бросанием легкого и тяжелого камней — не просто надуманная забава; он демонстрирует изумительно простой факт: наблюдать снова и снова доставляет наслаждение. Тот физик, который не получает удовольствия от наблюдения за падением гривенника и полтинника, брошенных одновременно,— человек бесчувственный.

3. В наблюдаемом поведении падающих и летящих тел заключен зародыш замечательной научной идеи: представление о *силовых полях*, которое играет важную роль в развитии современной механики в теории относительности.

4. А вот как обстоит дело на практике: если для проведения всех мыслимых опытов вы будете пользоваться лишь подручными средствами, то при всей вашей изобретательности вы все же упустите кое-какие из возможных открытий; область исследования так широка и так богата, что какой-то другой испытатель с помощью аналогичного приспособления может обнаружить что-нибудь из упущенного вами.

Человечество, разумеется, не собирало знания таким путем. Люди не говорили: «Мы отправимся в лабораторию и будем проводить эксперименты». Они экспериментировали повседневно, изучая ремесла или создавая новые машины. Своего рода опыты мы проводим в течение всей нашей жизни. В детстве ванна и игрушки служили оборудованием вашей первой физической лаборатории. Там вы познали реальный мир, но это мало дало вам в смысле приобретения систематических научных знаний. Например, научили ли вас игрушки тому, что вы сейчас узнали, наблюдая за падающими телами?

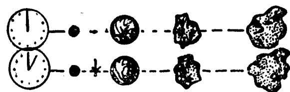
По мере своего развития человечество приобретало не только знания, но и предрассудки. Профессиональные секреты и традиции ремесленников уступили место организованному познанию природы, которое шло от авторитетов и сохранялось в признанных печатных трудах.

Это было началом настоящей науки. Из опытов с падающими телами вы, несомненно, извлекли какие-то научные познания. Вы установили, что маленький и большой камни, выпущенные из рук одновременно, падают с одинаковой скоростью [1]. То же самое можно сказать о кусках свинца, золота, железа, стекла и т. д. самых разных размеров. Из подобных опытов мы выводим простое

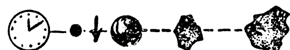
---

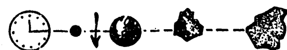
[1] Если вы не проделывали этого опыта, вам теперь известен, по крайней мере отчасти, результат. При чтении книги, подобной этой, можно, забежав вперед, найти ответы на вопросы, которые вам предлагают решить. Но, разгадывая кроссворд, глупо заглядывать в ответы, или, читая детективную повесть, не очень интересно сразу узнать, чем она кончается. Здесь же, забегая вперед, вы теряете еще больше — не только интерес к решению задачи, но и чувство реальности науки — и наносите вред собственному образованию. Однако еще не все потеряно. Если вы не проделывали опытов, приступите к ним немедля. Выпустите из рук одновременно полтинник и гривенник и посмотрите, как они падают. Это позволит наблюдать простоту устройства природы.

общее правило: *свободное падение всех тел происходит одинаково независимо от размера и материала, из которого тела сделаны.* Этот замечательный и простой факт люди находят удивительным [1]. Действительно, некоторые не верят, когда им о нем говорят, но в то же время упорно отказываются проделать простой опыт [2].



Результат получается поразительный. Разве вы могли предположить, что камень весом 1 *кГ* будет падать с





Фиг. 2. Свободное падение тел.
Факт, воображаемая картина или точный закон?

такой же скоростью, что и камень весом 5 *кГ*? Разве не более разумно предположить, что камень весом 5 *кГ* падает в 5 раз быстрее? Тем не менее простой опыт показывает, что куски металла, камни и т. д. весом $^1/_2$, 1 и 5 *кГ* падают одинаково.

Ранний этап изучения свободного падения тел

Какова история развития этой области научного знания? Между наблюдением за причинной связью явлений и тщательно выполняемым экспериментом, вероятно, долго существовал разрыв. Интерес к движению свободно падающих и брошенных тел возрастал вместе с усовершенствованием оружия. Применение копий, стрел, катапульт и еще более замысловатых «орудий войны» позволило получить примитивные и туманные сведения из области баллистики, но они принимали форму скорее рабочих

---

[1] Обратите внимание на то, как вы сами отнесетесь к следующему утверждению: «Два мальчика, большой и маленький, одновременно начинают спускаться с вершины холма на одинаковых велосипедах свободным ходом. Если спуск короткий, они достигают подножия холма одновременно». Утверждение основано на неизменном поведении природы. При *длинном* спуске мальчики приобретают бóльшие скорости, различие в скорости создает также сопротивление воздуха.

[2] Все мы во многих вопросах полагаемся на вбитые в нашу голову при домашнем воспитании авторитеты или на здравый смысл; мы боимся поколебать в себе чувство уверенности. Если вы отвергаете это обвинение, то потерпите немного, скоро сами себя на этом поймаете.

правил ремесленников, нежели научных познаний,— это были некие несформулированные представления.

Две тысячи лет назад греки думали и писали о природе с подлинно научным интересом. Возможно, их вдохновлял пример начавшейся еще раньше такой же деятельности в Египте и Вавилоне. Греки формулировали правила свободного падения тел и дали им объяснения, но эти правила и объяснения были малообоснованны. Некоторые древние ученые, по-видимому, проводили вполне разумные опыты с падающими телами, но использование в средние века традиционных античных представлений, предложенных Аристотелем (примерно 340 г. до н. э.), скорее запутало вопрос. И эта путаница длилась еще много столетий. Применение пороха значительно повысило интерес к движению тел. Однако первые орудия по-прежнему служили главным образом для устрашения врага, и лишь Галилей (примерно в 1600 г.) заново изложил основы баллистики в виде четких правил, согласующихся с практикой. Эти правила были справедливы для тяжелых пушечных ядер, летящих с малой скоростью, позволяющей пренебречь сопротивлением воздуха. С того времени скорость полета снарядов неуклонно увеличивалась, и сопротивление воздуха становилось все более важным фактором, заставившим видоизменить упрощенное рассмотрение Галилея.

Аристотель и философия

Великий греческий философ и ученый Аристотель, по-видимому, придерживался распространенного представления о том, что тяжелые тела падают быстрее, чем легкие. Аристотель, ученик Платона, одно время был наставником Александра Великого. Он основал замечательную философскую школу и написал много книг. Его труды служили неисчерпаемым источником познания в течение многих столетий — в мрачную эпоху, когда в непросвещенном и полном тревоги мире еще не было печатных книг и лишь рукописные труды благочестивых книжников передавались из рук в руки.

Почему философов интересуют естественные науки? Как естественные науки связаны с философией? Что такое философия? Философия — это не таинственная и далекая от жизни схема недоступных для понимания аргументов; философия — это *размышление человека о своих собственных мыслях и понятиях.* Философия как наука занимается теорией познания, разрабатывает системы познания и правила логики для критического анализа. Философы

интересуются вопросами о том, что истинно и что бессмысленно, что правильно и что ложно, а также суждениями о ценностях. Подобно тому как специалисты врачи дают нам советы, касающиеся здоровья, питания, сна и т. д., так и ученые-философы дают нам рекомендации, способствующие правильному мышлению и пониманию во всех областях нашей интеллектуальной деятельности. Мы сами выступаем в роли философов-дилетантов каждый раз, когда размышляем о нашей жизни и ее связи с окружающим миром, когда задаем вопросы вроде: «Действительно ли это так?», «Действительно ли это существует?», «Что значит утверждение о том, что то-то верно?», «Почему арифметика верна?», «Действительно или мнимо счастье?», «Причиняет ли булавка боль в том же самом смысле, в каком она создает укол?». Размышления о нашем месте в мире тесно связаны с научным познанием мира, поэтому неудивительно, что великие философы изучали естественные науки и оказали влияние на их развитие. Нельзя приняться за естественные науки, не сделав первого шага в философии. Вы должны будете допустить, что существует окружающий мир, вы должны захотеть разобраться в нем и «понять» его. А при сборе фактов, формулировании научных законов или выдвижении теории философское начало в вас будет требовать ответа на вопрос: «Истинны ли они?». Размышляя над этим, вы, быть может, измените свое мнение о естественных науках. Когда вы завершите этот курс, вы, возможно, не решите еще общефилософской проблемы, но в той или иной степени приобщитесь к философским размышлениям и построите свою собственную философию естествознания.

Аристотель унаследовал общую философскую концепцию Платона. Отвечая на вопрос о конечной истине и реальности, Платон отбрасывал наблюдаемые нами индивидуальные различия между предметами и выделял простые идеальные формы. Собакам он ставил в соответствие идеальный класс с о б а к а, всем разновидностям камней — идеальный к а м е н ь и т. д. Затем он выдвинул утверждение, что реально существуют только эти прообразы, или идеальные формы. Эти формы, или сущности, универсальны и неизменны, а отдельные их воплощения — лишь тени идеальных форм. Аристотель применил учение о классах вещей в качестве основы для логических заключений (если..., то...). И все же Аристотелю, пристально наблюдавшему и систематизировавшему природу, пришлось приписать отдельным камням и отдельным собакам в известной степени реальное существование. Поэтому его мировоззрение представляло собой некий компромисс. Впоследствии те, кто изучал его труды, наделяли обычные предметы

все большей реальностью и стали рассматривать лежащие в основе их классы как понятия, порожденные человеческим мышлением, или просто как названия. Эта последняя точка зрения, согласно которой отдельные вещи реально существуют, приемлема для ученого, экспериментирующего с предметами и явлениями природы: ему хотелось бы верить, что он работает с реальными вещами. В предлагаемом отрывке Вильям Дэмпьер [1] называет подобную точку зрения «номинализмом», хотя современные философы употребляют этот термин в несколько ином смысле.

«Независимо от истинности учения Платона об идеях с метафизической точки зрения породивший его склад ума не приспособлен к тому, чтобы продвинуть вперед естествознание. По-видимому, ясно, что, хотя философия по-прежнему оказывала преобладающее влияние на науку, развитию научных методов в большей степени благоприятствовал номинализм — сознательный или бессознательный.

Однако платоновы поиски „форм постижимых вещей" можно, вероятно, рассматривать как догадки о причинах видимых явлений. Наука, как мы ее теперь понимаем, не может иметь дело с истиной в конечной инстанции; она способна лишь нарисовать картину природы в том виде, как ее воспринимает человеческий ум. Наши представления обладают в известном отношении реальностью в этой идеализированной картине мира, но отдельные вещи — это не реальности, а изображения. Поэтому может оказаться, что современная форма [платоновой концепции] идей будет ближе к истине, нежели грубый номинализм. Тем не менее скороспелые гипотезы, лежащие в основе большинства экспериментов, означают допущение о реальности отдельных вещей, и большинство ученых говорит о номинализме, не имея о нем представления...

Характерная слабость индуктивных наук у греков становится очевидной, если внимательно проанализировать их метод. Искусно оперируя теорией перехода от частного к общему, Аристотель на практике часто терпел самые плачевные неудачи. Опираясь на немногочисленные факты, он стремился к самым широким обобщениям. Естественно, из этого ничего не получалось; фактов было недостаточно и не было необходимой научной базы для их описания. Более того, Аристотель рассматривал метод индукции как просто вынужденный первый шаг к истинной дедуктивной науке,

---

[1] A History of Science, Cambridge , 1949.

в которой логически выводят следствия из полученных ранее посылок».

Если про Аристотеля можно сказать, что он стимулировал развитие *опытного* естествознания, то Платон, пожалуй, был ближе к современному *физику-теоретику* с его приверженностью к основным принципам, лежащим в основе вещей. В качестве инструмента для своих рассуждений Аристотель разработал замечательную систему формальной логики, строгую систему аргументации, которая, исходя из принятых фактов или допущений, приводит к непреложному выводу. Занимаясь естественными науками, он прежде всего пытался извлечь из наблюдений некоторые общие принципы. Такой подход мы называем *индуктивным.* Затем он стремился, исходя из этих принципов и руководствуясь логикой, получить новое научное знание. Система логики Аристотеля сама по себе была замечательным открытием, но она стесняла развитие раннего опытного естествознания, ибо слишком много внимания уделялось аргументации. Эта система сильно повлияла на развитие нашей цивилизации. Большинство из нас не отдает себе ясного отчета в том, насколько на наш образ мышления повлияла логика Аристотеля с ее многовековой традицией, хотя многие мыслители сегодня подвергают сомнению ее строгую простоту. Доказательство в этой системе логики велось от одного абсолютного «да» или «нет» до другого абсолютного «да» или «нет», оно приводило благодаря логическим рассуждениям к верному выводу при условии, что верной была и исходная посылка. «Каждый ли человек смертен?», «Четырежды три равно четырнадцати?», «2+2=4?», «У всех собак 7 ног?». Мы отвечаем на любой из этих вопросов абсолютным «да» или «нет» и затем выводим из них ответы на вопросы вроде таких, как «Смертен ли Джонс?», «У моего терьера 7 ног?».

А вот попытайтесь ответить на такие вопросы: «Хорошо ли самопожертвование?», «Имел ли успех Линкольн?», «Правилен ли мой эксперимент по проверке закона Бойля?». Это важные вопросы, но было бы глупо настаивать в этих случаях на получении ответов типа «да» или «нет». Если вместо этого мы расширим диапазон наших суждений, то можем потерять кое-что в «логике», но существенно выиграем в интеллектуальном развитии. Лучше держаться подальше от людей, пытающихся представить любую проблему или спор в виде набора абсолютных утверждений и отрицаний.

Логика Аристотеля сама по себе была неуязвима; современные логики считают ее ограниченной и неплодотворной, но «истин-

ной»[1]. Мое и ваше мышление пострадало под влиянием существующей многие столетия средневековой схоластики, слепо и упрямо заставлявшей придерживаться буквы учения Аристотеля, пострадало от «пропитанной казуистикой и книжной ученостью атмосферы отрешенного от мира средневекового университетского образования». Эта средневековая аристотелева традиция внедрена в сегодняшний язык и мышление, и люди, часто заблуждаясь, хотят услышать в качестве ответа абсолютное «да» или «нет». Так, люди, приученные считать, что они должны выбирать между полным успехом и полной неудачей, приходят в отчаяние, столкнувшись с тем, что не могут достичь заветного — полного успеха. Студентам в колледже, спортсменам на состязаниях, людям в служебной деятельности, пожилым, оглядывающимся на свою жизнь,— всем нам, считающим абсолютный успех единственной альтернативой неудачи, грозит жестокое разочарование. К счастью, многие из нас идут на более разумный компромисс, отказавшись подходить к самому себе с требованиями, основанными на позиции абсолютного «да» или «нет», и пользуются собственной мерой успеха. Тогда мы обнаруживаем, что нам легче ужиться с противоречивой смесью наших достижений и неудач.

И в науке, где простая логика казалась некогда столь надежной, теперь мы более осторожны. Мы уже не считаем необходимым, например, на вопрос, является ли луч света волной, твердо ответить «да» или «нет». Мы должны сказать, что в некотором отношении луч света — волна, а в других отношениях — нет. Мы более осторожны в выборе формулировок. Памятуя о том, что наши современные научные теории представляют собой скорее способ смотреть на природу и понимать ее, нежели ее подлинный портрет, мы задаем вопрос уже по-иному. Мы уже не спрашиваем: «*Является* ли луч света волной?», а говорим: «*Ведет* ли себя луч света, как волна?» И тогда мы вправе ответить: «В одних обстоятельствах — да, в других — нет». Там, где последователь Аристо-

---

[1] Грубо говоря, логика Аристотеля имеет дело с классами вещей, и доказательства в ее рамках можно провести при помощи электронно-вычислительных машин («электронного мозга»), в которых «да» или «нет» представляются наличием или отсутствием тока электронов. Современная логика имеет дело с *отношениями* (такими, как «...больше, чем...», «...лучше, чем...») и классами (такими, как «собаки», «млекопитающие»), а в наши дни — с импликативными отношениями между законченными высказываниями. Доказательства в этой логике также, вероятно, можно провести при помощи машин, хотя сделать это будет уже, видимо, труднее. Но машина неспособна критически анализировать систему логики, которую ей предлагают использовать. Только человек считает, что в состоянии это сделать.

теля утверждал бы, что электрон должен находиться либо внутри некоторого ящика, либо вне его, мы предпочли бы сказать, что электрон находится и там и там! Если вы сочтете, что подобные осторожные высказывания парадоксальны и способны лишь вызвать раздражение, вспомните две вещи: во-первых, вы воспитаны на аристотелевой традиции (и, возможно, было бы вполне благоразумно поставить под сомнение ее высокий авторитет); во-вторых, физики сами испытывали такое же смущение, как вы, когда эксперименты впервые вынудили их в какой-то степени изменить свои взгляды, но они предпочитают быть верными в большей степени эксперименту, нежели формальной логике.

Аристотель и авторитет

Аристотель интересовался главным образом философией и логикой. Он писал также научные трактаты, суммируя знания, которыми располагало человечество в его время, т. е. около 2000 лет назад. Труды Аристотеля по биологии были хороши потому, что носили главным образом описательный характер. В своих трудах по физике Аристотель слишком много занимался основополагающими законами и последующими «логическими» рассуждениями на основе этих законов. Аристотель и его последователи стремились объяснить, *почему* происходят те или иные явления, но не всегда заботились о том, чтобы пронаблюдать, *чтó* происходит или *как* происходит. Аристотель весьма просто объяснял причины падения тел: он говорил, что тела стремятся найти свое *естественное место* на поверхности земли. Описывая, как падают тела, он высказывал утверждения вроде следующих: «...точно так же, как направленное вниз движение куска свинца или золота или любого другого тела, наделенного весом, происходит тем быстрее, чем больше его размер...», «одно тело тяжелее другого, имеющего тот же объем, но движущегося вниз быстрее...». Аристотель с большим искусством обсуждал как философ *причины* падения тел и, вероятно, имел в виду более общий аспект изучения падающих тел, зная, что камни падают быстрее, чем птичьи перья, а куски дерева — быстрее, чем опилки. При продолжительном падении тело под действием трения о воздух начинает двигаться с постоянной скоростью, и, возможно, Аристотель имел в виду именно это обстоятельство [1].

---

[1] Более плотное (или большее) тело должно пролететь в свободном падении большее расстояние, прежде чем достигнет своей предельной скорости, поэтому его предельная скорость оказывается значительно большей.

Однако последующие поколения мыслителей и учителей, которые пользовались книгами Аристотеля, толковали его утверждения неверно и учили тому, что «тела падают со скоростью, пропорциональной их весу».

Средневековые философы еще больше увлекались рассуждениями и пренебрегали экспериментальной проверкой. Большинство ранних трудов по геометрии и алгебре было утеряно, и экспериментальной физике пришлось ждать, пока их не нашли и не перевели. На протяжении всей эпохи средневековья труды Аристотеля были непререкаемы, причем в неправильном толковании. Простые люди, подобно детям, любят уверенность; они готовы слепо поклоняться авторитету и проглатывать его учение целиком. Вы улыбнетесь при этом и скажете: «Мы — цивилизованные люди, мы так не поступаем». Но вы можете тут же спросить: «Почему эта книга не сообщает нам факты и не излагает прямо необходимые законы с тем, чтобы мы могли быстро изучить настоящую науку?» А ведь это-то и выражало бы *вашу* потребность в непреложном авторитете и спокойной уверенности! Мы теперь осуждаем «аристотелев догматизм» как ненаучный, но имеются еще люди, предпочитающие выносить суждения по написанному в книге, вместо того чтобы посмотреть, что же происходит на самом деле. Современный ученый — реалист; он ставит эксперименты и твердо придерживается полученных результатов, даже если они идут в разрез с тем, что ожидалось.

Логика и современная наука

Тяга к логике Аристотеля может ограничить кругозор, и использование этой логики в средние века, несомненно, тормозило развитие науки; но сама по себе логика — важный инструмент всякой подлинной науки.

Нам приходится размышлять индуктивно, как это делал Аристотель, и переходить от экспериментов к простым правилам. Мы часто считаем эти правила справедливыми вообще и переходим от них к предсказаниям и объяснениям. Некоторые наши аргументы базируются на логике алгебры, другие следуют правилам формальной логики, а иногда оказываются весьма произвольными.

Выводя научные правила из установленных ранее законов, мы верим в «неизменность природы»: мы верим, что то, что происходит в пятницу и в субботу, произойдет и в воскресенье или что некое простое правило, справедливое для нескольких различных

спиральных пружин, действует и для остальных пружин [1]. Помимо всего прочего, мы полагаемся на согласие выводов разных наблюдателей. Именно это отличает иллюзии и галлюцинации, с одной стороны, и науку — с другой. Иллюзии у всех разные, тогда как научные результаты одинаковы у многих наблюдателей. В самом деле, ученые часто отказываются признать открытие, пока его не подтвердит ряд экспериментаторов.

Ученые идут дальше предположения о том, что природа проста, что существуют правила, которые могут быть установлены; они предполагают также, что к тому, что происходит в природе, можно применять логику. В этом заключается то, что помогло науке родиться из суеверий,— все укрепляющееся убеждение в том, что *природа устроена рационально*. Математика и элементарная логика играют важную роль в развитии науки и являются ее верными слугами. Современный ученый использует их в еще большей степени, но для экспериментальной проверки он возвращается вновь к природе. У идеального ученого, выражаясь фигурально, голова витает в облаках выдумок, руки ворочают математикой и логикой, а ногами он стоит на твердой почве эксперимента.

От греков к Галилею

> «Изучая науку прошлого, студенты очень легко впадают в ошибку, полагая, что люди, жившие в прежнее время, были глупее их современников».
>
> *И. Бернард Коэн*

Авторитет Аристотеля рос и сохранялся до XVII столетия, когда итальянский ученый Галилей открыто и с насмешкой выступил против него. К тому времени многие стали, по-видимому, втайне сомневаться во взглядах Аристотеля на земное тяготение и движение. В XIV столетии группа философов из Парижа восстала против традиционной механики и предложила значительно более разумную схему, которая передавалась из поколения в поколение и распространилась до Италии, оказав двумя столетиями позднее влияние на Галилея. Парижские философы говорили об *ускорен-*

---

[1] Очевидное требование «при прочих равных условиях» часто трудно соблюсти, и мы усматриваем в многочисленных исключениях из правила неизменности природы несостоятельность этого принципа. Опыты по магнетизму в городе, где есть трамвай, в воскресенье (когда движение менее интенсивное) могут дать совсем другие результаты.

ном движении и даже о *постоянном ускорении* (при этом они употребляли архаичную терминологию) и наделяли движущиеся предметы «импульсом» (impetus), понимая под этим собственное движение, или количество движения тела, благодаря которому поступательное движение тела происходит без приложения силы.

Великий ученый Галилей одним из первых способствовал продвижению науки на ту новую ступень развития, где критическое мышление и фантазия ученого соединились с экспериментированием в единое содружество теории и эксперимента. Галилей обобщил имевшиеся сведения и представления и критически их проанализировал, а затем описал и начал распространять то, что считал верным. Он порвал с последователями Аристотеля, когда те не приняли его учения и с пренебрежением отнеслись к изобретенному им телескопу. Галилей обрушился с язвительными нападками на всю их научную систему, противопоставив ей свою собственную механику. Он расчистил нагромождения, мешавшие ясному мышлению, и положил в основу своей схемы реальный эксперимент, причем не всегда опирался в своих выводах на собственные опыты, а чаще на опыты более ранних исследователей.

Мысленные опыты

В своих книгах и лекциях Галилей часто прибегал к рассуждениям, основанным на здравом смысле, ссылаясь на так называемые «мысленные опыты». Так, рассматривая прочность канатов на разрыв, он рассуждал следующим образом: предположим, что канат диаметром 25 *мм* способен выдержать ровно 3 *т*. Канат вдвое большего диаметра (50 *мм*) имеет вчетверо большую площадь поперечного сечения (πr^2) и, следовательно, содержит в 4 раза больше волокон. Поэтому канат вдвое большего диаметра обладает вчетверо большей прочностью и должен выдерживать уже 12 *т*. Вообще *прочность* должна возрастать как $(диаметр)^2$. Галилей привел это доказательство и распространил его на деревянные балки, опоры и кости животных [1]. В некоторых мысленных опытах имеют дело с упрощенными или идеализированными условиями, например падение тел в вакууме [2].

---

[1] См. задачу в гл. 5.

[2] Последователи Аристотеля считали невозможным существование вакуума и сами себе отрезали путь к объяснению, которое следует из упрощающего предположения Галилея.

Законы свободного падения тел в идеальном случае

Галилей понимал, что последователей Аристотеля сбивало с толку сопротивление воздуха. Он указал, что плотные предметы, для которых сопротивление воздуха несущественно, падают почти с одинаковой скоростью. Галилей писал: «...различие в скорости движения в воздухе шаров из золота, свинца, меди, порфира и других тяжелых материалов настолько незначительно, что шар из золота при свободном падении на расстоянии в одну сотню локтей наверняка опередил бы шар из меди не более чем на четыре пальца. Сделав это наблюдение, я пришел к заключению, что в среде, полностью лишенной всякого сопротивления, все тела падали бы с одинаковой скоростью» [1]. Предположив, чтó произошло бы в случае свободного падения тел в вакууме, Галилей вывел следующие законы свободного падения для идеального случая:

1. Все тела при падении движутся одинаково: начав падать одновременно, они движутся с одинаковой скоростью.

2. Движение происходит «с постоянным ускорением»; темп увеличения скорости тела не меняется, т. е. за каждую последующую секунду скорость тела возрастает на одну и ту же величину.

Предположив, что эти законы справедливы в идеальном случае, мы могли бы проверить их в реальных опытах, учтя отклонения, обусловленные трением.

Опыт, приписываемый Галилею

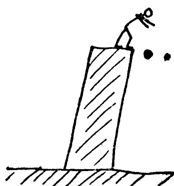
Существует легенда, будто Галилей проделал большой демонстрационный опыт, бросая легкие и тяжелые предметы с вершины Пизанской падающей башни [2]. (Одни говорят, что он бросал стальные и деревянные шары, а другие утверждают, будто это были железные шары весом 0,5 и 50 *кГ*.) Описаний такого публич-

---

[1] G a l i l e o G a l i l e i, Dialogues Concerning Two New Sciences (есть перевод: Галилео Галилей, Диалог о двух главнейших системах мира, Москва, 1900).

[2] Прелестное небольшое строение — Пизанская падающая башня — достопримечательность Пизы, приветливого итальянского города. Это круглая башня из белого мрамора, построенная рядом с собором. Как только ее построили, она сразу же начала наклоняться, а сейчас этот заметный наклон образует с вертикалью угол, близкий к 5°. Посетители, которые взбираются по ее винтовой лестнице или прогуливаются по одному из открытых балконов, испытывают странное ощущение смещения земного тяготения. Башня была построена задолго до Галилея, и он, должно быть, пытался использовать ее для своих экспериментов. При жизни Галилея один из сторонников Аристотеля использовал башню для демонстрации *различия* падения тел.

ного опыта нет, и Галилей, несомненно, не стал таким способом демонстрировать свое правило. Галилей знал, что деревянный шар намного отстал бы при падении от железного, но считал, что для демонстрации различной скорости падения двух неодинаковых железных шаров потребовалась бы более высокая башня. Он, несомненно, проделывал в молодости грубые опыты и знал, как и вы, что́ при этом происходит. Но он не стал ломать устои науки с помощью одного опыта. Галилей ускорил истинное развитие физики, опровергнув нелепые догматические утверждения последователей Аристотеля, и, использовав идеализированный подход к экспериментальным фактам, тем самым положил начало



Фиг. 3. Символический эксперимент Галилея.

новому этапу в развитии науки. Именно это, а не падающая башня в Пизе стало вехой в истории науки. С великими личностями связано много легенд — о вишневых деревьях, подгоревших пирогах и т. п. Хотя ученым и доставляет удовольствие разоблачать эти анекдоты, следует признать, что они бывают полезны, ибо говорят о том, что́ думали о великом человеке его современники. Но легенда о бросании различных предметов с падающей башни в Пизе ничего не дает даже в этом отношении. И все же мы можем говорить об этом опыте совершенно безотносительно к Галилею и развитию науки как о *символе простого опыта*. В вашем самостоятельном опыте с бросанием двух различных камней оба камня падали почти одинаково и тяжелый камень не падал значительно быстрее, как думают некоторые. Мы будем обращаться к этому мысленному опыту, поскольку он напоминает о двух вещах: о необходимости прямого эксперимента и об удивительном, простом и очень важном факте, связанном с земным тяготением.

Честное экспериментирование и авторитеты

Из опытов, которые вы проделали сами, не следует, что все тела падают одинаково; из них не следует даже, что большой и маленький камни падают *строго* одинаково, и если, повинуясь

книге или словам преподавателя, вы сказали бы, что все тела падают строго одинаково, вы обманули бы себя, поступившись честной наукой.

Мелкие камни слегка отстают в падении от крупных, и разница становится тем более заметной, чем большее расстояние пролетают камни. И дело тут не просто в размере тел: деревянный и стальной шары одинакового размера падают не строго одинаково

Приняв точку зрения Галилея, согласно которой простому описанию падения тел мешает сопротивление воздуха, вы сразу же легко сможете объяснить свои наблюдения, хотя при этом еще нужно будет исследовать сопротивление воздуха. Можно предположить, что вы никогда не слышали о точке зрения Галилея и пришли к ней, проделав серию опытов со все более и более плотными телами. Обнаружив, что по мере увеличения размеров тел или плотности материала, из которого они сделаны, движение тел оказывается более одинаковым, вы могли бы на основе некоторого предположения сформулировать правило и для идеального случая. Чтобы разобраться в обвинении, выдвигаемом против сопротивления воздуха, можно было бы попытаться уменьшить его, используя обтекание такого предмета, как, скажем, лист бумаги.

Предположение Галилея; решающий эксперимент Ньютона

Галилей мог лишь *уменьшить* сопротивление воздуха, но не мог устранить его полностью. Поэтому ему пришлось вести доказательство, переходя от реальных наблюдений с постоянно уменьшающимся сопротивлением воздуха к идеальному случаю, когда сопротивление воздуха отсутствует. Этот скачок от реальных наблюдений к идеальному случаю явился замечательным вкладом Галилея в науку. Позже, оглядываясь назад, он смог «объяснить» различия в реальных экспериментах, приписав их сопротивлению воздуха. Галилею удалось даже изучить сопротивление воздуха, определить его характеристики и понять, каким образом его можно учесть. Вскоре после Галилея были созданы воздушные насосы, которые позволили произвести эксперименты со свободным падением в вакууме. С этой целью Ньютон выкачал воздух из длинной стеклянной трубки и бросал сверху одновременно птичье перо и золотую монету. Даже столь сильно различающиеся по своей плотности тела падали с одинаковой скоростью. Именно этот опыт дал решающую проверку предположения Галилея.

Научные объяснения

Когда мы «объясняем» различие в падении тел сопротивлением воздуха, то, как это часто бывает в науке, «объяснить» означает указать на сходство между исследуемым фактом и каким-то другим, уже известным фактом. По существу мы говорим: вы знаете о сопротивлении ветра, когда вы перемещаете какой-нибудь предмет в воздухе. Так вот, падающие тела испытывают сопротивление ветра, которое каким-то образом зависит от их объема. Деревянный и свинцовый шары одного размера, двигаясь с одинаковой скоростью, испытывали бы одинаковое сопротивление воздуха (откуда воздуху известно о том, что находится внутри шара?). Но свинцовый шар весит больше, притягивается сильнее, поэтому *сопротивление воздуха имеет для него меньшее значение по сравнению с притяжением Земли* [1].

Дальнейшие исследования

Это объяснение ведет к целой цепи новых исследований: действия ветра на летящее тело, трения в жидкости, обтекания тел. Результаты изучения этих явлений находят приложение в баллистике и самолетостроении. Из более детального и строгого изучения правила поведения тел, из исследования нарушений этого правила возникает новая наука.

Вы могли бы продолжить опыты в другом направлении, создавая все большее сопротивление, используя сначала воздух, потом воду, и установить факты, имеющие важное значение для конструирования кораблей и самолетов. Простые опыты с трением в жидкости можно проделать, бросая небольшие шары в воду. Шары разных размеров падают неодинаково. Более того, скорость шаров перестает возрастать после того, как они пролетают некоторое расстояние. Каждый шар, по-видимому, достигает постоянной скорости, а затем совершает равномерное движение вниз с этой скоростью. А что же дальше? Дальнейшие исследования привели бы вас к закону Стокса для трения, действующего в жидкости на движущийся шар (этот закон играет важную роль при измерении заряда электрона).

Исследуя падение более мелких тел (таких, как пылинки или капельки тумана), вы обнаружили бы в их движении удивитель-

---

[1] На этой ступени объяснение заканчивается ничем не подкрепленными догматическими утверждениями, идущими «прямо от Аристотеля». Для подлинно научного объяснения необходимо изучить, что такое масса, сила и движение.

ные *нерегулярности*, изучение которых в свою очередь могло бы дать ценные сведения из области атомной физики.

Опыты и рассуждения Галилея, которые вы повторили, привели к простому правилу, точно справедливому в случае свободного падения тел в вакууме. Это правило в случае свободного падения тел в воздухе выполняется с ограниченной точностью. Другими словами, утверждение «все свободно падающие тела падают одинаково» есть некий экстракт, искусственно выделенный учеными из реальных явлений природы. Такой подход представляется разумным: сперва при определенных упрощающих предположениях или ограничениях вывести общее правило, затем искать новые условия и исключения, а потом использовать их, чтобы отшлифовать это правило и распространить наше познание на новые факты. Что касается свободного падения тел, то мы можем теперь проверить первоначальное правило, бросая предметы в вакууме. Попросите, чтобы вам продемонстрировали опыт Ньютона с монетой и пером. Однако в физике часто приходится довольствоваться лишь тем, что наше правило представляет собой некое упрощение, и верить в него как в идеальный случай, имея при этом лишь косвенные подтверждения правильности этого правила.

Ограничение числа переменных

Помимо пренебрежения сопротивлением воздуха, мы ограничили наше изучение свободного падения тел еще тем, что сосредоточили внимание только на одном — сопротивлении скорости падения разных тел. Мы не обращаем внимания на то, какой шум производят тела при падении, как они вращаются вокруг своих осей, не интересуемся тем, какие происходят изменения температуры, и т. д. Сузив на время наши интересы, мы облегчаем возможность нахождения простого правила. Это опять-таки разумный подход к научным изысканиям. Во многих исследованиях мы не только сосредоточиваем внимание на нескольких сторонах явления, но и стараемся, чтобы все прочие стороны оставались неизменными и не вносили путаницы в результаты. В физике мы почти всегда ограничиваем наши исследования одной парой одновременно меняющихся параметров. Например, мы сжимаем воздух в сосуде и измеряем его *объем* при различных *давлениях*, поддерживая *температуру постоянной*. Или мы нагреваем газ и измеряем *давление* при различных *температурах*, поддерживая *постоянным объем*. Из этих опытов мы можем вывести два полезных «газовых закона», которые можно объединить в один замечательный закон. Если бы

мы не ограничивали число переменных во время экспериментов, а предоставляли изменяться и *температуре*, и *давлению*, и *объему*, то, конечно, и тогда смогли бы обнаружить этот закон. Но наши измерения были бы запутанными и сложными, и заметить связывающее их соотношение было бы куда труднее. В других естественных науках, таких, как биология и психология, ученые, последовав опыту физики, нашли бы этот метод опасным. Ограничивая свое внимание одной стороной развития или поведения объекта изучения, исследователь может упустить из виду индивид или психику в целом. При попытке применить методы естественных наук к общественным наукам, например к экономике, такая опасность оказывается еще более серьезной.

Почему тела падают?

Аристотеля интересовал ответ на вопрос: «Почему?». Почему тела падают? А что вы ответите на этот вопрос? Если вы скажете: «Вследствие гравитации, или земного притяжения», то не будет ли это означать, что вы просто прячетесь за длинное слово? Слово «гравитация» латинского происхождения и означает *тяжелый* или *весомый*. Вы говорите: «Тела падают, потому что они весят». Почему же тела весят? Если вы ответите: «Вследствие силы тяжести», то это будет замкнутый круг. Если вы ответите: «Потому что Земля притягивает их», то следующий вопрос будет: «Откуда вы знаете, что Земля продолжает притягивать тела, *когда они падают*?». Любая попытка доказать это, применяя какое-либо приспособление для взвешивания во время падения, приводит к неудаче. Вам, возможно, придется сказать: «Я знаю, что Земля притягивает их, потому что они падают», и вы снова вернетесь к началу. Подобными рассуждениями можно довести молодого физика до слез. Действительно, физика не объясняет тяготения, она не может установить его причину, хотя может сообщить о нем кое-что полезное. Общая теория относительности дает нам возможность представить себе тяготение в новом свете, но по-прежнему не устанавливает его первопричины. Мы можем сказать, что тела падают, потому что их притягивает Земля, но когда мы хотим объяснить, почему Земля притягивает тела, то все, что мы можем в действительности сказать, это: «Просто потому, что притягивает. Так устроена Природа» [1].

---

[1] Родители часто отвечают на вопросы, задаваемые детьми: «Просто это так» или «Потому, что это так». Эти ответы не так уж глупы, как кажутся на первый взгляд. Детям на определенном этапе именно такой ответ и нужен,

Это вызывает разочарование у тех, кто надеется, что наука должна объяснить все. Мы же теперь считаем, что подобные вопросы о первопричине относятся уже к компетенции философии. Современная наука спрашивает о том, *что* и *как*, но не спрашивает о первичном *почему*. Ученые часто объясняют, почему происходит то или иное явление. Однако это не означает, что указывается первопричина или дается конечное объяснение; объяснение лишь связывает рассматриваемое явление с другими явлениями, относительно которых мы уже пришли к соглашению. Наука может лишь дать нам некоторое успокоение и понимание, связав вместе якобы различные факты. Так, сейчас наука не может сказать нам, что такое электричество, но говорит нам, что гул грома и треск искусственной электрической искры — почти одно и то же, рассеивая тем самым внушающее страх суеверие.

Аристотель объяснял падение тел следующим образом: «Естественное место тел — на поверхности Земли, поэтому они стремятся занять это место». Сегодня это объяснение называют глупым. Тем не менее в известном смысле оно сходно с нашей современной точкой зрения. Аристотель просто говорил: «Тела падают. Это естественно». Однако он развивал свою схему слишком далеко. Он объяснял, что плывущие над нами облака поднимаются кверху, потому что их *естественное* место — наверху, в небе, и упускал таким образом из виду некоторые простые факты о плавучести [1].

Аристотель много занимался установлением «естественного места» и «естественного пути». Он различал «естественное движение» (падающих тел) и «насильственное движение» (брошенных тел). Он мог бы создать учение о силах и движении, если бы не ошибка, связанная с перенесением на все движения обывательского представления о лошади, тянущей телегу. Если лошадь развивает постоянное усилие, телега движется с постоянной скоростью. Это, по-видимому, и привело Аристотеля к представлению о том, что для поддержания постоянной скорости движущегося тела необходима постоянная сила, причем бóльшая сила поддер-

---

им нужно подтверждение того, что все находится на своем месте, что факт, о котором ребенок спрашивает, составляет часть некоего неразрывного целого, каким является мир. Когда ребенок спрашивает: «Почему трава зеленая?», он не нуждается в лекции о хлорофилле. Просто он хочет получить новое заверение в том, что трава и должна быть зеленой.

[1] Плавучесть влияет на падение тел. Когда тело падает в воду, его эффективный вес уменьшается за счет плавучести, благодаря чему разные тела падают в воде по-разному. Даже плавучесть в воздухе играет роль, правда несущественную для пушечных ядер, но решающую для воздушных шаров.

живает бо́льшую скорость. Это разумное объяснение для случая, когда телу приходится преодолевать силу сопротивления. Однако оно приводит к заблуждению в случае свободного падения тел. Это объяснение не учитывает силы сопротивления и не дает возможности увидеть, что́ происходит, когда нет сопротивления.

Чтобы объяснить движение летящего тела, греки представляли, что оно поддерживается «напором воздуха», а для объяснения движения звезд и планет им потребовались еще более таинственные силы. Согласно представлениям греков, чтобы сохранить неизменным движение, необходим толчок. Стрела, пока она не отделилась от лука, движется под действием толчка, создаваемого тетивой. Для объяснения движения летящей стрелы потребовалось призвать на помощь еще одну силу. Философы — последователи Аристотеля рассматривали напор воздуха, толкающий стрелу, не просто как порыв ветра, движущийся вместе с нею, а как циркуляцию воздуха, при которой воздух впереди стрелы расталкивается в стороны и, обтекая стрелу, толкает ее сзади. Этот напор воздуха с успехом предотвращал образование бессмысленного вакуума за стрелой.

Представление о напоре воздуха, дополненном начальными возмущениями, утвердилось настолько прочно, что им воспользовались как доводом при доказательстве невозможности движения в вакууме падающих тел. В вакууме, где сопротивление отсутствует, любая сила поддерживала бы движение с бесконечной скоростью, рассуждали греки, поэтому вакуум невозможен. Бог никогда не мог бы создать вакуум. Сам Аристотель понимал, что в вакууме все предметы падали бы одинаково, но он тоже рассматривал это как доказательство невозможности существования вакуума

Масса

Чем бы в действительности ни было земное тяготение, все тела, если не учитывать влияния сопротивления воздуха, падают одинаково. Это приводит к удобному представлению, с которым мы будем встречаться снова и снова,— к представлению о массе. Предположим, что у нас имеются два куска свинца, весом 1 и 0,5 *кГ*. Держа их в руках, мы чувствуем, что большой кусок притягивается сильнее, ощущаем его больший вес. Именно поэтому нам кажется, что он будет падать быстрее. В действительности же это не так. Должен существовать какой-то другой фактор, нечто такое, что приходится преодолевать удвоенной силе веса. Основанием

для такого предположения служит тот факт, что *движение должно сообщаться вдвое большему количеству свинца.* К свинцовой чушке вдвое большего размера, содержащей вдвое большее количество свинца, необходимо приложить удвоенную силу притяжения, чтобы привести в такое же движение. Галилей ощупью подошел к представлению о количестве вещества, которое мы называем массой, но четко это было сформулировано лишь Ньютоном. Представление о массе понять не просто, но мы будем много раз к нему возвращаться, ибо оно играет в физике очень важную роль. Сейчас мы обратим внимание на замечательный факт: независимо от материала, из которого состоит тело, притяжение силы тяжести в точности пропорционально количеству притягиваемого вещества. Земное тяготение, эта таинственная сила, притягивает без всяких различий любое тело, из чего бы оно ни состояло, притягивает два кирпича вдвое сильнее, чем один, 4 $м^3$ свинца в 4 раза сильнее, чем 1 $м^3$. Таким образом, на тело, в котором заключено больше вещества, действует бóльшая сила притяжения, и при свободном падении его движение будет таким же, как движение меньшего тела.

Поле силы тяжести

Это обстоятельство, в котором мы убеждаемся повсюду, мы называем наличием тяготения, способностью притягивать тела. Мы говорим, что существует *поле силы тяжести.* Придумывая новый термин [1], мы ничего нового не объясняем, но впоследствии он будет нам полезен.

В данный момент вы должны представлять себе поле силы тяжести как способность притянуть к Земле, заставить падать (с пропорционально возрастающей силой) любое тело, помещенное в это поле. То же самое происходит с кусочками железа вблизи магнита: *магнитное поле* способно притянуть их. В трубке вашего телевизора *электрическое* и *магнитное* поля ускоряют летящие электроны и быстро перемещают по экрану пучок, создающий изображение.

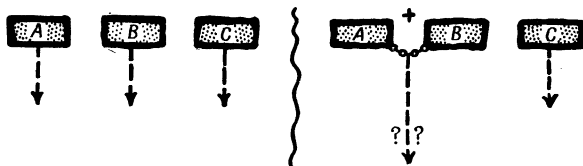
Мы, пожалуй, несколько увлеклись новыми словами и представлениями, такими, как *масса* и *поле*, появляющимися в результате простых экспериментов. Если мы будем просто поклоняться но-

[1] Сравните широкое использование специальных слов в психологии или биологии, как-то: «репрессия», «комплекс», «гелиотропизм» и т. д. Подобные новые термины в научной практике не могут объяснить факты, но помогают четко формулировать мысли.

вым представлениям и словосочетаниям, то рискуем вернуться к тому положению, когда явления объяснялись колдовством. Если же мы будем пользоваться этими новыми представлениями для развития наших знаний, экспериментально проверяя выдвигаемые нами предположения, то они помогут успешному развитию науки.

Доказательство Галилея

Галилей был большим мастером полемики. Последователи Аристотеля сплели целую сеть «научных» доводов, основанных на утверждениях Аристотеля, однако Галилей их побил их же собственным оружием. Логические рассуждения убеждали их больше, нежели экспериментальное доказательство, поэтому Галилей рассмотрел следующий мысленный эксперимент. Возьмем три одинаковых кирпича: A, B, C. Выпустим их одновременно из рук,



Фиг. 4. Мысленный эксперимент Галилея.

предоставив им возможность свободно падать. Теперь соединим A и B цепью (невидимой цепью, которой на самом деле не существует) так, чтобы они образовали одно тело $A+B$, вдвое более тяжелое, чем C. Выпустим их снова из рук. Последователь Аристотеля теперь предположил бы, что тело $A+B$ будет падать вдвое быстрее, чем тело C; но на самом деле это тело представляет собой два отдельных кирпича, поэтому оно будет падать точно так же, как и прежде, т. е. с такой же скоростью, что и тело C. «Позвольте,— возразит последователь Аристотеля,— ведь тела A и B соединены цепью. Один из кирпичей каким-то образом слегка опередит другой и потянет его вниз, заставив всю комбинацию из двух кирпичей падать быстрее». «Да, но в таком случае,— говорит сторонник Галилея,— второй кирпич, несколько отставая, потянет первый назад, заставив всю комбинацию двигаться медленнее!». Не считаете ли вы, что в сопоставлении $A+B$ и C заключено в зародыше представление о массе?

Свободное падение

Если все свободно падающие тела движутся одинаково, то это движение само по себе заслуживает детального исследования. Оно могло бы рассказать нам кое-что о природе вообще, о чем-то общем для всех падающих предметов. Свободно падающие тела движутся все быстрее и быстрее, они ускоряются. (Это слово означает лишь «движутся быстрее», употребление его не делает наше утверждение более научным.) Какого же рода ускоренное движение они совершают?

1. Возрастает ли *скорость* скачкообразно? Эксперимент отвечает на этот вопрос отрицательно.
2. Возрастает ли *скорость* в прямой пропорции к *пройденному расстоянию*? Галилей путем остроумных рассуждений показал, что это весьма маловероятно [1].
3. Возрастает ли *скорость* прямо пропорционально *времени*?
4. Возрастает ли она пропорционально *квадрату времени*?
5. Или каким-то иным, более сложным образом?

Поскольку мы задаем вопрос о реальной природе, ответ на него могут дать только эксперименты. (Если вы хотите узнать, какого роста был Авраам Линкольн, вам придется узнать это у кого-нибудь, кто фактически измерял его рост. Сведения, почерпнутые из книг, бесполезны, если они не исходят первоначально из реальных измерений. Одна алгебра ничем не сможет вам помочь.) Мы могли бы отправиться прямо в лабораторию и упрямо экспериментировать, надеясь получить важный материал из множества измерений. Или же мы могли бы сначала все обдумать, высказать предположения относительно каких-то простых типов движения,

---

[1] Доказательство Галилея было остроумным, но не вполне строгим. Суть его такова: сравним два перемещения, каждое из которых начинается из состояния покоя,— перемещение тела A на некоторое расстояние и перемещение тела B на вдвое большее расстояние. Если скорость возрастает пропорционально пройденному расстоянию, то скорости на соответствующих этапах перемещения B (половина пути, три четверти и т. д.) будут вдвое больше, чем при перемещении тела A. Значит, удвоенный путь телом B проходится с удвоенными скоростями и отнимает в целом столько же времени, сколько перемещение тела A, что абсурдно. Но это доказательство предполагает, что движение могло начаться из состояния покоя. Строгий вариант доказательства требует применения математического анализа, чтобы показать, что описанное движение никогда не может начаться из состояния покоя. Начавшись, такое движение продолжалось бы все более стремительно, и его скорость возрастала бы по закону сложных процентов.

рассчитать результаты для каждого из них, а затем проверить эти результаты в лаборатории экспериментально. Оба метода содействовали бы развитию науки.

Индуктивный и дедуктивный методы

Первый метод называют *индуктивным*. Мы собираем информацию либо в лаборатории, либо из накопленного багажа профессиональных знаний и затем извлекаем из этой информации простое правило или описание явлений природы. Этот процесс вывода общих положений мы называем *индуктивными выводами*, или просто *индукцией*. Сначала собираются экспериментальные данные, а затем из этих данных выводятся общие правила или законы. Так, наблюдая в течение нескольких лет за Луной, можно было бы извлечь правило, по которому Луна регулярно обращается вокруг Земли, совершая примерно 13 оборотов в год и, пользуясь методом индукции, можно прийти к уверенному выводу, что так будет продолжаться и впредь. Далее, из обширных наблюдений лунного затмения мы могли бы *вывести индуктивным путем* правило, согласно которому затмения Луны происходят несколькими регулярными сериями, причем в каждой такой серии затмения следуют одно за другим через постоянный промежуток времени, близкий к 18 годам.

Второй метод называют *дедуктивным*. Мы исходим из каких-то общих правил или представлений, а затем путем логических рассуждений выводим из них частные следствия или предсказания. Ученые проверяют затем подобные предсказания на опыте. Если эксперимент подтверждает предсказания, то мы продолжаем развивать свою схему. Если же результаты эксперимента расходятся с нашими выводами, мы подвергаем сомнению первоначальные предположения и пытаемся видоизменить их. Например, мы могли бы предположить, что затмения Луны вызываются тем, что Земля оказывается на пути солнечных лучей и отбрасывает тень на Луну; далее мы делаем предположение о характере движения Солнца и Луны и затем *путем дедукции* приходим к выводу, что затмение должно снова произойти через промежуток времени, достаточный для того, чтобы Солнце и Луна вернулись в то же самое положение по отношению к Земле. Этот промежуток времени должен быть «наименьшим общим кратным» одного лунного месяца и одного солнечного года. Так, комбинируя простые наблюдения и разумные предположения, мы могли бы сделать дедуктивный вывод о восемнадцатилетнем цикле повторения затмений. (Для успешного

расчета в качестве солнечного года необходимо взять особый, короткий год, связанный с меняющейся орбитой Луны.)

Ланцелот Хегбен указывает: «Читателям детективной литературы известны два типа сыщиков. Одни придерживаются метода Фрэнсиса Бэкона, собирая на картотеку по крупицам всю относящуюся к делу информацию. Другие, подобно Ньютону, следуют какой-то идее и, как Ньютон, тотчас отбрасывают ее, если она приходит в противоречие с наблюдаемыми фактами. Единство науки — в природе результата исследований, в единстве теории и практики. Каждый вид поиска по-своему полезен, и лучший сыщик тот, кто сочетает оба метода, руководствуясь своей идеей для проверки гипотез, причем готов к появлению новых фактов» [1].

Один из ведущих американских физиков П. Бриджмэн следующим образом выразил общую точку зрения: «Я бы сказал, что не существует научного метода как такового, и самая существенная особенность методики научной работы состоит просто в том, что ученый должен действовать во всю силу своего ума, не гнушаясь ничем, за что можно было бы *ухватиться*».

Изучение ускоренного движения индуктивным и дедуктивным методами

Первоначальное развитие науки было обязано главным образом индуктивному методу познания; в нашем рассмотрении свободного падения тел мы пользовались методом индукции и на основании многих наблюдений установили общее положение, согласно которому все тела, свободно падающие в вакууме, движутся одинаково. Изучая детали этого движения свободного падения, Галилей, по-видимому, использовал одновременно оба метода. Он выдвигал плодотворные гипотезы и умело использовал геометрию и логические рассуждения.

Мы воспользуемся теперь вторым методом, т. е. дедукцией. Начнем с *принятия* некоторого правдоподобного правила, а затем сопоставим выводы из принятого правила с действительным свободным падением тел.

Выберем приведенное выше предположение 3 (стр. 37), т. е. примем, что *скорость свободно падающего тела возрастает равномерно на одну и ту же величину за равные отрезки времени*. Можно дать более удобную формулировку этого предположения, сказав, что оно предусматривает движение «с постоянным ускорением»,

---

[1] Science for the Citizen, London, 1938.

но для этого необходимо придать слову *ускорение* вполне определенный смысл. Назовем ускорением величину

$$\frac{\text{ПРИРАЩЕНИЕ СКОРОСТИ}}{\text{ЗАТРАЧЕННОЕ ВРЕМЯ}}, \text{ или } \begin{matrix}\text{ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ}\\ \text{В ЕДИНИЦУ ВРЕМЕНИ}\end{matrix}$$

Давая это определение ускорению, мы на самом деле *выбираем* величину (*приращение скорости*)/(*затраченное время*), удобную для пользования, а затем как-то называем ее. Мы вовсе не раскрываем истинного смысла, заключенного в слове «ускорение»! Мы делаем выбор и приписываем выбранной величине наименование, потому что она оказывается удобной для описания рассматриваемого явления природы.

Поскольку мы часто будем иметь дело с *изменяющимися величинами*, нам необходим краткий способ записи величин «изменение...» или «приращение...». Выберем для этого символ Δ — греческую букву дельта. Первоначально этот символ употреблялся вместо буквы d в слове «difference» (разность). Тогда наше определение[1] ускорения будет выглядеть следующим образом:

$$\text{УСКОРЕНИЕ} = \frac{\text{ПРИРАЩЕНИЕ СКОРОСТИ}}{\text{ЗАТРАЧЕННОЕ ВРЕМЯ}},$$

$$= \frac{\text{ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ}}{\text{ИЗМЕНЕНИЕ ПОКАЗАНИЙ ЧАСОВ}},$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

где a — ускорение, v — скорость, t — время.

Дедуктивный анализ движения с постоянным ускорением

Теперь выразим наше предположение о свободном падении тел при помощи этой новой терминологии. Предположим, что для тел, совершающих свободное падение (в вакууме),

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \textit{ постоянно.}$$

Эта запись формулирует чрезвычайно смелое предположение о реальной природе. Справедливо ли оно? Постоянна ли величина $\Delta v/\Delta t$? Чтобы непосредственно проверить это, нам пришлось бы

---

[1] В математическом анализе *скорость* v в данный момент определяется как первая производная пути по времени $v=ds/dt$, а *ускорение* a в данный момент — как первая производная скорости по времени, т. е. равно dv/dt, или d^2s/dt^2 (вторая производная пути по времени).

воспользоваться специальным прибором, чтобы измерить ускорение тела ($\Delta v/\Delta t$) на каждом этапе его падения. Такие приборы существуют, но они сложны, и нам не удалось бы получить с их помощью необходимого убедительного доказательства справедливости предположений. Поэтому мы последуем примеру Галилея и прибегнем к помощи логической машины — математики, чтобы получить вывод, который затем можно будет проверить на опыте. Математика говорит: *если* ускорение $a(=\Delta v/\Delta t)$ постоянно и s — расстояние, пройденное за время t с этим постоянным ускорением, *то*

$$s=\frac{1}{2}at^2,$$

если движение начинается из состояния покоя, и

$$s=v_0t+\frac{1}{2}at^2,$$

если движение начинается со скоростью v_0 в момент $t=0$, когда включаются часы. (Логическое доказательство правильности этого «*если* ..., *то* ...» дается в приложении I, стр. 60.) В этих соотношениях $^1/_2a$ — это число, поскольку мы предполагаем, что a постоянно; поэтому для движения, которое начинается из состояния покоя,

ПРОЙДЕННЫЙ ПУТЬ = (ПОСТОЯННОЕ ЧИСЛО)·(ВРЕМЯ)^2,

или

ПРОЙДЕННЫЙ ПУТЬ возрастает прямо пропорционально (ВРЕМЯ)^2,

или

ПРОЙДЕННЫЙ ПУТЬ изменяется прямо пропорционально (ВРЕМЯ)^2,

или

ПРОЙДЕННЫЙ ПУТЬ пропорционален (ВРЕМЯ)^2 [или: $\sim$ (ВРЕМЯ)^2].

(Так сокращенно записывается любая из приведенных выше формулировок. Вместо слова «пропорционален» мы будем употреблять также знак $\sim$.)

Например, если тело, движущееся с постоянным ускорением, проходит определенный путь за 1 *сек*, считая с момента начала движения из состояния покоя, то оно пройдет в 4 раза больший путь за 2 *сек* после начала движения из состояния покоя, в 9 раз больший путь за 3 *сек* и т. д.

Задача 1. **График ускоренного движения**

а) *Предположим, что жук ползет к себе домой, совершая движение, для которого справедлива формула:*

ПРОЙДЕННЫЙ ПУТЬ ~ (ВРЕМЯ)^2.

Начиная движение из состояния покоя, жук проходит за первую секунду 5 мм. Какой путь он пройдет за 2 сек от начала движения? За 3 сек? За 4, 5, 6 сек?

б) *Проведите на листе бумаги прямую линию; отметьте исходную точку вблизи одного конца проведенной линии и нанесите на ней шкалу в сантиметрах. Нанесите отметки, соответствующие месту нахождения жука в конце каждой секунды.*

Задача 2. Простое правило

Галилей предложил для равномерно-ускоренного движения соотношение $s \sim t^2$ (где s — весь пройденный путь за все время t с момента начала движения из состояния покоя); он сформулировал для такого движения еще одно простое правило, связывающее расстояния d_1, d_2 ..., проходимые в течение следующих друг за другом односекундных интервалов, т. е. расстояние, пройденное за первую секунду, расстояние, пройденное в течение следующего интервала продолжительностью 1 сек, и т. д. Найдите такое правило в задаче 1 и сформулируйте его. (Указание. Вычислите $d_1 = s_1 - 0$, $d_2 = s_2 - s_1$, ... и найдите правило, связывающее эти расстояния, проходимые за 1 сек.)

Задача 3. Научное мышление

а) *Правило, о котором идет речь в задаче 2, можно было предвидеть, поразмыслив над ускоренным движением, исходя из здравого смысла и не пользуясь алгебраическими формулами или каким-либо конкретным примером. Каким образом? (Указание. Путь, пройденный за 1 сек, является мерой ...?... за этот промежуток времени.)*

б) *Ограничено ли правило задачи 2 (подобно соотношению $s \sim t^2$) движением, начинающимся из состояния покоя при $t = 0$, или оно применимо к любому движению с постоянным ускорением?*

Задача 4. Анализ движений

Ниже приведены данные о пути, пройденном четырьмя велосипедистами, совершившими различные по характеру движения. Все велосипедисты проходили мимо поста P в момент пуска часов. Пройденные ими расстояния от P спустя 1, 2, 3, 4, 5 сек даны в следующей таблице:

	Время с момента старта и пройденный путь (в метрах)				
	1 сек	*2 сек*	*3 сек*	*4 сек*	*5 сек*
Велосипедист *A*	0,54	2,16	4,86	8,64	13,50
Велосипедист *B*	0,54	1,08	1,62	2,16	2,70
Велосипедист *C*	0,54	1,56	3,06	5,04	7,50
Велосипедист *D*	0,54	4,32	14,58	34,56 *	67,50 *

* Расстояния, которые велосипедист *D* прошел бы, если бы смог продолжать свое движение.

а) Попытайтесь проанализировать каждое из этих движений, проверяя постоянство ускорения не при помощи соотношения $s \sim t^2$, а в свете ответов на приведенные выше задачи 2 и 3.
б) Опишите, если сможете, общий характер движения, когда оно происходит не с постоянным ускорением.

Экспериментальные исследования

Можно показать, что справедливо и обратное. *Если* пройденный путь s прямо пропорционален t^2, *то* ускорение постоянно [1]. Это утверждение дает нам соотношение, которое можно проверить, исследуя реальные движения. Пусть часы отсчитывают равные интервалы времени; будем измерять расстояния, которые проходит падающее тело за промежутки времени; отсчитываемые с момента начала движения из состояния покоя и находящиеся в отношении 1 : 2 : 3... . Если проходимые телом расстояния будут находиться в отношении 1 : 4 : 9... , то движение происходит с постоянным ускорением. Или, как это делают в одном из лабораторных экспериментов, можно измерять время t для различных расстояний s, проходимых от начала движения, и проверить справедливость соотношения s=(постоянное число)·(t^2) путем арифметических расчетов или построения графиков.

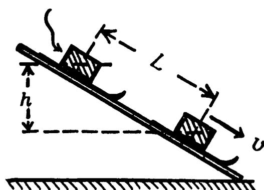
Свыше трех столетий назад Галилей воспользовался этим методом, хотя и не располагал ни современными часами, ни методом графического анализа. Галилей был одним из первых, кто предложил точные часы с маятником, но сам, по-видимому, не делал таких часов. Для измерения времени Галилей пользовался большим баком с водой, в котором было отверстие, откуда вода вытекала в сосуд. Он оценивал промежутки времени, взвешивая вытекшую воду,— метод грубый, но тем не менее достаточно точный для проверки установленного им закона. Свободное падение тел с высоты, доступной в то время экспериментатору, было довольно непродолжительным, и выполнить эксперимент при помощи прибора Галилея [2] было слишком трудно. Поэтому Галилей «управлял» земным тяготением, используя наклонную доску, по которой скатывался шар. Он измерял промежутки времени, за которые шар проходил расстояния 0,5, 1 *м* и т. д. от начала движения из состояния покоя.

---

[1] Из математического анализа следует, что если $s=kt^2$, то скорость $ds/dt=2kt$, а ускорение $dv/dt=d/dt(ds/dt)=2k$, т. е. постоянно.

[2] Этот прибор был грубым. Галилей пользовался им скорее для подтверждения своего предположения, нежели для измерения ускорения.

На основе грубых опытов и разумных предположений Галилей пришел к выводу, что шар скатывается вниз по наклонной доске с *постоянным ускорением*. Считая этот вывод справедливым для *любого* наклона и переходя в своих рассуждениях к вертикально стоящей доске, Галилей предположил, что он будет справедлив и для свободного падения [1].



Фиг. 5. Движение из состояния покоя.

Представление о постоянном ускорении было высказано более ранними исследователями, но они были осмеяны. Галилей сделал все зависящее, чтобы свести к минимуму трение, угрожавшее усложнить дело, хотя мы теперь знаем, что постоянное трение не нарушает простого соотношения. Результаты Галилея были приближенными, но, по-видимому, они убедили его в правильности сделанного им предположения. Это был самый простейший доступный его представлению вид ускоренного движения, и на Галилея, вероятно, повлияла та вера, которая вдохновляла всех ученых — от греков до Эйнштейна,— вера в то, что природа в своей сущности проста.

Позднейшие эксперименты, выполненные с помощью усовершенствованной аппаратуры, подтвердили вывод Галилея. Движение происходит с постоянным ускорением, т. е. $\Delta v/\Delta t = \mathrm{const}$ во всех перечисленных ниже случаях:

а) шар или колесо катятся по наклонной доске;

б) тело скользит или тележка движется на колесах по гладкой наклонной доске;

в) тело падает свободно.

Однако каждая такая экспериментальная проверка показывает лишь, что ускорение постоянно в данном конкретном случае и в

[1] Галилей убедился в том, что скорость, приобретаемая телом при скольжении по наклонной плоскости без трения, зависит только от высоты h, а не от длины наклонной плоскости L (фиг. 5). А если это так, то тело, свободно падающее по вертикали с высоты h, должно приобрести такую же скорость, ибо падение равносильно движению по вертикальной наклонной плоскости. Поэтому Галилей мог с уверенностью перейти от своих экспериментов к выводу о свободном падении.

пределах точности данного эксперимента. Если мы как ученые хотим поверить в то, что существует общее правило, выведенное из этих экспериментов, если мы хотим описать явление природы с помощью простого «закона», который послужит исходной точкой для новых дедуктивных выводов, то нам потребуется множество взаимно согласованных доказательств, которые явятся основой нашего вывода. Чем больше таких доказательств, чем более разнообразны они, тем лучше; ни одним нельзя пренебрегать. Если же результаты какого-нибудь эксперимента противоречат общему правилу (а результаты некоторых экспериментов действительно ему противоречат), то их снова тщательно проверяют. Пословица «Исключение подтверждает правило», хотя часто ее понимают неправильно, превосходна с точки зрения ученого, если слову «подтверждает» придавать значение «испытывает», «проверяет». Если же слово «подтверждает» употребляется в обычном значении «показывает, что то-то и то-то правильно», то пословица лишена смысла [1].

Исключения вовсе не доказывают, что правило верно. Исключения заставляют подвергать правило тщательной проверке и указывают на ограничения его применения. Они заставляют задать вопрос: «Что является виной?», либо выявляют ограничения, накладываемые на правило, либо заставляют проводить эксперименты более тщательно. В любом случае правило становится более очевидным.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

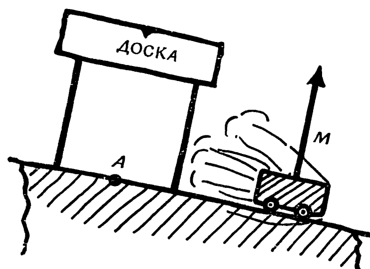
Необходимо проследить за какими-нибудь опытами по ускоренному движению и проделать их самим. Эти опыты не только заставят вас почувствовать, что экспериментальная база науки более реальна, чем это казалось раньше, но позволят вам с большим доверием отнестись к огромному множеству накопленных наукой экспериментальных доказательств. Галилей по существу лишь высказал мудрые предположения, другие исследователи дополнили их тщательными измерениями, и вам следует проделать кое-какие измерения и высказать свои взгляды.

Опыт 1. Возьмем небольшую тележку, пустим ее вниз по длинной установленной наклонно доске и измерим ускорение тележки. Измерять скорости в лекционном опыте — задача не простая, но, чтобы показать, как определяется ускорение, достаточно приближенной оценки.

Мы измеряем скорость тележки в каком-либо пункте A, в начале движения тележки, а затем еще

[1] Смысл этой остроумной пословицы в ее обычном понимании не имеет отношения к данному случаю: «Если есть исключение, то должно быть и правило».

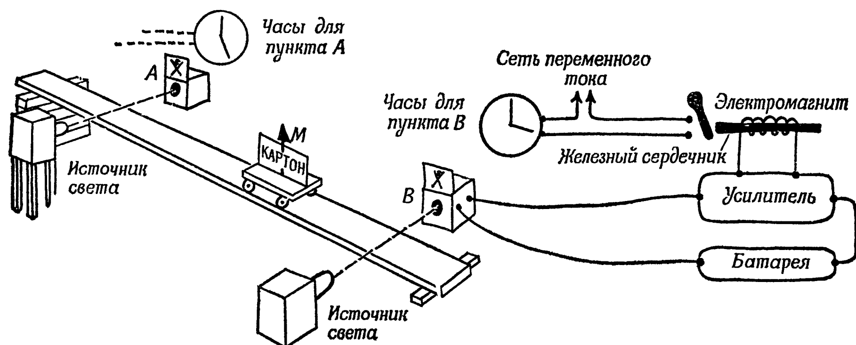
раз — в пункте B, расположенном несколько ниже. Разность между этими скоростями дает нам приращение скорости Δv. Промежуток времени Δt, в течение которого скорость возрастает на указанную величину, представляет собой время, за которое тележка перемещается из A в B. Тогда ускорение равно $\Delta v/\Delta t$.



Фиг. 6. Демонстрационный опыт.

Чтобы измерить Δt, укрепим на тележке тонкий стержень M и измерим с помощью секундомера время, за которое M перемещается от A до B.

Чтобы оценить скорость тележки в точке A, мы должны зафиксировать промежуток времени, в течение которого тележка проходит короткий путь в окрестности точки A. Мы могли бы установить в этом месте короткую доску, середина которой совпадала бы с точкой A, как на фиг. 6, и измерить время, за которое стержень переместится на длину доски. Однако при измерении коротких промежутков времени ошибки оказываются слишком большими, поэтому лучше установить доску на движущейся тележке и измерять время ее прохождения мимо точки A с помощью фотоэлемента. На фиг. 7 показана удачная схема эксперимента. Луч света падает под прямым углом к направлению движения тележки и попадает на фотоэлемент, в цепи которого при освещении возникает электрический ток. Этот ток усиливается и используется для приведения в действие электромагнита. Электромагнит связан с электрическими часами и удерживает их в выключенном состоянии. Когда пучок света перекрывается, электромагнит выключается и часы начинают идти. На тележке укреплен лист картона, который перекрывает



Фиг. 7. Схема опыта, в котором с помощью двух фотоэлементов и трех электрических часов измеряется ускорение тележки при движении по наклонной плоскости.

Электрическая схема включения часов и фотоэлемента для пункта A такая же, как для пункта B. Часы C для измерения продолжительности движения тележки не показаны; ими управляет сам экспериментатор.

пучок света, пока тележка проходит соответствующий отрезок пути. Таким образом, часы идут в то время, пока тележка проходит мимо фотоэлемента в точке A, и регистрируют время, за которое картон перемещается мимо пучка света. За это время тележка должна пройти расстояние, равное длине картона. Тогда величина

$$\frac{\text{ДЛИНА КАРТОНА}}{\text{ВРЕМЯ ЗАТЕМНЕНИЯ}}$$

дает скорость тележки.

Нам потребуется трое часов: одни для измерения общей продолжительности движения между двумя пунктами A и B, в которых определяются скорости, другие для измерения того времени, когда картон проходит мимо пункта A, и третьи — для таких же измерений в пункте B.

Приведенная ниже задача иллюстрирует расчет ускорения.

Задача 5

Предположим, что длина картона, укрепленного на тележке, равна 60 см, а затемнение в пункте A продолжается 0,30 сек. Какова скорость тележки при прохождении пункта A? Если продолжительность затемнения в пункте B равна 0,10 сек, то чему равна скорость тележки в пункте B? Чему равно приращение скорости Δv? Если тележка проходит путь от A до B за 2,0 сек, то чему равно ее ускорение?

В задаче 5 ничего не говорится о том, что движение начинается из состояния покоя. Тележка, проходя мимо пункта A, находится в движении, и мы можем сообщить ей любой начальный толчок. Таким образом, можно повторить эксперимент при самых различных начальных скоростях. Мы можем даже толкнуть тележку вверх так, чтобы, проходя первый раз мимо пункта A, она двигалась в обратном направлении; но при этом мы должны внимательно следить за знаками + и —. Измерения позволяют определить ускорение независимо от начальной скорости. Будет ли ускорение *одинаково* при различных начальных скоростях — это вопрос к самой природе. Чтобы ответить на него, вам придется принять участие в реальном опыте.

В условиях лаборатории вы сможете провести опыт с колесом, скатывающимся по наклонным направляющим. Измерить непосредственно ускорение или (возрастающую) скорость нелегко. Вместо этого нужно измерить *расстояние*, *пройденное от начала движения*, и *время движения*, а затем проверить, удовлетворяют ли обе величины соотношению

$$\text{ПРОЙДЕННОЕ РАССТОЯНИЕ} \sim (\text{ВРЕМЯ})^2.$$

Собрав надежные данные измерений, необходимо произвести проверку как арифметически, так и на графиках.

ОПЫТ С УСКОРЕННЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Продолжим рассмотрение воображаемого движения с постоянным ускорением. Предположим, что измерения дали следующие результаты:

Таблица 1

Пройденный путь, *м*	Время движения, *сек*			
0		0		
0,60	5,1	5,4	5,0	5,3
2,40	10,1	10,3	9,6	10,4
5,40	15,6	15,0	15,9	15,5

Эти измерения слишком малочисленны, кроме того, они сделаны через такие интервалы, что трудно произвести надлежащую проверку, но для иллюстрации их достаточно. Четыре значения: 5,1; 5,4; 5,0; 5,3— это результаты четырех попыток измерить время прохождения расстояния 60 *см*. Случайные ошибки могут быть устранены усреднением полученных результатов, хотя часть ошибок все же может остаться, например ошибка, возникшая вследствие преждевременного выключения секундомера нетерпеливым экспериментатором. Усредним полученные данные, складывая их и деля на 4:

$$\text{СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ} = \frac{5,1+5,4+5,0+5,3}{4} = \frac{20,8}{4} = 5,2 \text{ сек.}$$

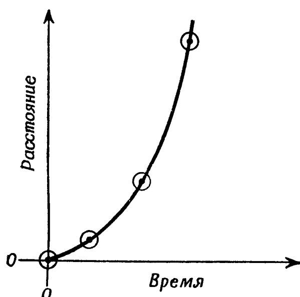
Поступая подобным же образом с другими промежутками времени, можно составить табл. 2[1].

Таблица 2

Пройденный путь, *м*	Усредненное время движения, *сек*
0	0
0,60	5,2
2,40	10,1
5,40	15,5

[1] Опытный экспериментатор объединил бы обе таблицы, т. е. просто в табл. 1 оставил бы лишнюю колонку для «среднего времени». Если бы этот экспериментатор, предвидел, что ему потребуется еще табл. 3, он оставил бы еще одну колонку для величины (*время*)^2. Даже если бы он не ждал, что ему потребуется что-то еще, он все же оставил бы пустые колонки и несколько свободных строк под строкой с цифрой 5,40 на тот случай, что впоследствии нужно будет записать что-то еще.

Беглый взгляд на эти цифры показывает, что время не возрастает пропорционально пройденному



Фиг. 8. Зависимость пройденного расстояния от времени.

расстоянию. График на фиг. 8, построенный по этим значениям, свидетельствует о том же самом. Он показывает, что тело движется все быстрее и быстрее, т. е. с ускорением. Правда, глядя на этот график, сказать нельзя, постоянно ли ускорение [1]. Чтобы проверить это, построим другой график, который в случае постоянного ускорения будет иметь вид прямой линии. Какой график нужно строить, видно из *предположения* о постоянном ускорении и из дедуктивного отношения:

$$\text{РАССТОЯНИЕ} \sim (\text{ВРЕМЯ})^2$$

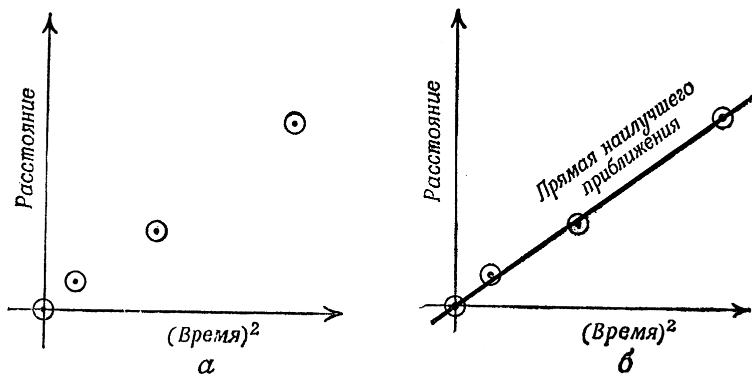
Отсюда следует, что нужно построить на графике зависимость пройденного расстояния от квадрата времени.

В соответствии с этим составим табл. 3. Затем построим график фиг. 9. Чтобы проверить, постоянно ли ускорение, проведем через начало координат «наилучшую» прямую. Мы *произвольно* проводим для проверки прямую линию, но стараемся провести ее так, чтобы она проходила «как можно ближе к возможно большему числу» точек на графике. В этом примере точки лежат близко к проведенной прямой. Если мы считаем, что отклонения точек от прямой объясняются несовершенством нашей аппаратуры, то мы говорим, что, *насколько можно судить* из проведенных измерений, движение происходит с постоянным ускорением.

Таблица 3

Пройденный путь, *м*	Усредненное время движения, *сек*	(Время движения)^2, *сек*^{2}
0	0	0
0,60	5,2	27
2,40	10,1	102
5,40	15,5	240

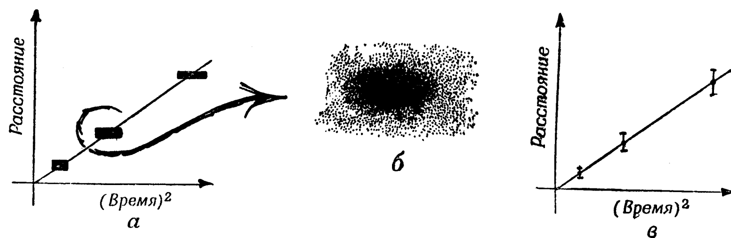
[1] Можно произвести косвенную проверку, проводя на графике касательные. См. следующий раздел.



Фиг. 9. Зависимость пройденного расстояния от квадрата времени.

Построение графика с указанием возможных ошибок опыта

Если мы желаем яснее обнаружить наличие погрешностей в полученных нами данных, мы можем превратить каждую наносимую на график точку в пятно и представить таким образом погрешности измерения в величине времени и расстояния (см. фиг. 10, *а*, где точки, отвечающие измеренным значениям, заменены пятнами, характеризующими погрешность результата). Измерение времени



Фиг. 10. Изображение ошибки на графиках.

менее надежно, чем измерение расстояния, поэтому каждое пятно размыто больше в ширину, чем в высоту.

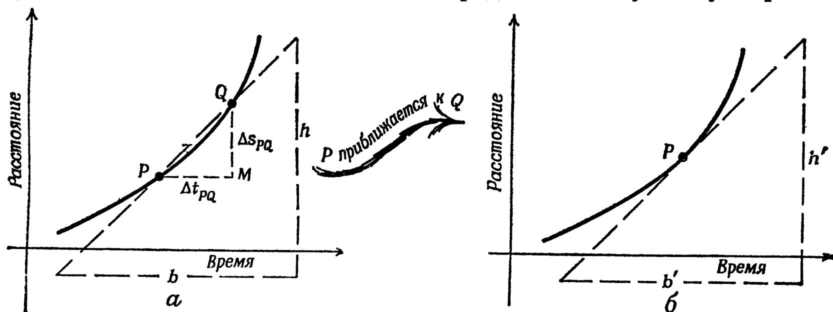
Поскольку мы не знаем действительных значений ошибок наших опытов, а знаем лишь их *вероятное* значение, каждое пятно должно простираться на неопределенное расстояние от соответствующей точки. Однако мы должны указать, что внешние области пятна отвечают маловероятным ошибкам. Это можно было бы сделать, затушевав пятно, как показано на фиг. 10, *б*. Рисовать такое

пятно — слишком утомительная процедура, поэтому обычно принято изображать ошибки прямоугольником определенного размера, таким, чтобы вероятность нахождения истинного значения в пределах прямоугольника имела какое-то стандартное значение, скажем $^1/_2$. Размеры прямоугольника показывают при этом ошибки, которые, по мнению экспериментатора, могут иметь место.

Физики часто приводят ошибки или погрешности на графиках, но объединяют их и выражают погрешности величин, откладываемых на графике по горизонтали и по вертикали, в виде погрешности величины, откладываемой по вертикали. Экспериментатор оценивает вероятную ошибку Δy, допущенную им при измерении величины, откладываемой по вертикали. Он оценивает также вероятную ошибку Δx величины, откладываемой по горизонтали, а затем задает вопрос: «Если я допустил такую ошибку Δx, то как велика при этом будет ошибка величины y, которая бы в точности ее учитывала?». Это дает ему значение $\Delta y°$, эквивалентное допущенной им ошибке Δx. Он проводит вертикальную прямую длиной $(\Delta y+\Delta y°)$ с центром в экспериментальной точке. Тогда каждой точке, наносимой на график, будет соответствовать такое пятно, выражающее величину погрешности, как показано на фиг. 10, *в*.

Нахождение скорости при помощи касательных

Если бы мы могли построить график изменения *скорости* со временем, то это позволило бы непосредственно изучать ускорение.



Фиг. 11. Скорость равна наклону касательной.

Для этого необходимо оценить значение скорости в различные моменты времени.

Мы можем определить скорость, проводя касательные к кривой, описывающей зависимость пройденного расстояния от времени. Если провести касательную к кривой в некоторой точке,

то наклон касательной даст скорость тела в данный момент времени и в данном месте. Чтобы убедиться в этом, выберем некоторую точку P на этой кривой (фиг. 11), а затем переместимся вверх по кривой в точку Q, соответствующую более позднему моменту времени. Находясь в точке P, тело уже прошло некоторое расстояние за какой-то промежуток времени. От P до Q тело проходит еще небольшой отрезок пути Δs за малый промежуток времени Δt. Тогда *средняя скорость* в интервале между P и Q равна отношению

$$\frac{\text{РАССТОЯНИЕ, ПРОЙДЕННОЕ ОТ } P \text{ ДО } Q}{\text{ВРЕМЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ОТ } P \text{ ДО } Q},$$

или

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ $= \dfrac{\Delta s_{PQ}}{\Delta t_{PQ}}$ (см. фиг. 11, *а*),

= ВЫСОТА/ОСНОВАНИЕ МАЛОГО ТРЕУГОЛЬНИКА PQM,

= ВЫСОТА/ОСНОВАНИЕ ЛЮБОГО ТРЕУГОЛЬНИКА больших размеров, подобного треугольнику PQM,

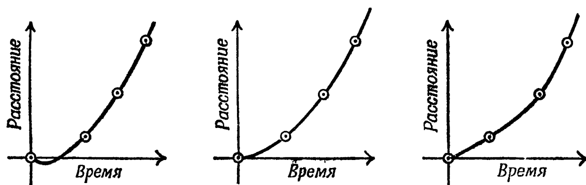
= h/b на фиг. 11, *а*,

= НАКЛОН ХОРДЫ, соединяющей точки P и Q, или ВЫСОТА/ОСНОВАНИЕ.

Если точки P и Q расположены очень близко одна от другой, то соединяющая их линия *почти* совпадает с касательной к кривой в «точке» PQ, и скорость по-прежнему определяется наклоном этой «касательной». В пределе, как говорят в математике, когда точка P приближается к Q, хорда превращается в касательную к кривой в этой точке; величины Δs и Δt становятся равными нулю, но отношение $\Delta s/dt$ по-прежнему имеет вполне определенное значение, равное отношению h'/b' в любом треугольнике больших размеров, у которого касательная является гипотенузой, как на фиг. 11, *б*. Если PQ — хорда, то ее наклон определяет *среднюю* скорость движения от точки P к точке Q. В пределе, когда P и Q совпадают, наклон касательной определяет скорость в момент времени, соответствующий точке P, в которой проводится касательная. Дело в том, что наклон касательной совпадает с наклоном бесконечно короткого отрезка кривой, характеризующего движение в данной точке. Проводя касательные во многих точках кривой и измеряя наклон этих касательных, мы могли бы определить несколько значений скорости, по которым можно было бы построить новый график, выражающий зависимость *скорости* от *времени*. Форма этого графика позволила бы нам судить о том, постоянно ли ускорение, однако проведение касательных — дело не простое, и, чтобы с уверенностью делать выводы, пользуясь полученным набором значений наклона касательных, пришлось бы строить ис-

ходный график очень тщательно, с большим числом дополнительных точек. Поэтому на практике постоянство ускорения проверяют путем построения другого графика, выражающего зависимость *расстояния* от *квадрата времени*.

Однако мы можем воспользоваться указанным выше свойством касательной для построения первоначального графика. Хотя наш график, представленный на фиг. 8, проходит через начало координат, трудно судить о ходе кривой *вблизи начала координат*, поскольку измерять очень короткие перемещения сложно. Мы не можем с уверенностью сказать, какая из трех представленных на фиг. 12 кривых верна. Мы можем выяснить это, рассуждая сле-



Фиг. 12. Различные варианты графика фиг. 8, изображающего зависимость пройденного расстояния от времени.

дующим образом: согласно полученным данным, тело начало двигаться из состояния покоя. Следовательно, начальная *скорость* тела равна нулю. Поэтому наклон касательной к кривой в начале координат должен быть равен нулю, касательная должна быть расположена горизонтально. Отсюда можно заключить, что из трех кривых фиг. 12 верна, по-видимому, средняя.

Арифметическая проверка постоянства ускорения

Результаты нашего мысленного опыта можно еще проверить с помощью арифметического расчета. Если ускорение постоянно, то

$$\text{РАССТОЯНИЕ}=(\text{ПОСТОЯННАЯ})\cdot(\text{ВРЕМЯ})^2.$$

Поэтому *расстояние*/(*время*)^2=const. И наоборот, если отношение (*расстояние*)/(*время*)^2 постоянно, то постоянно и ускорение. Чтобы проверить это, расширим нашу таблицу, дополнив ее еще одним столбцом (табл. 4).

Чтобы из чисел, приведенных в последнем столбце, сделать определенный вывод, необходимо знать точность измерений. Иначе мы сможем лишь сказать, что движение, по-видимому, происходит с ускорением, довольно близким к постоянному.

Таблица 4

Пройденный путь, *м*	Усредненное время движения, *сек*	(Время движения)^2, *сек*^{2}	$\frac{\text{Путь}}{(\text{Время})^2}$, *м/сек*^{2}	
0	0	0	$\frac{0}{0}$	?
0,60	5,2	27	$\frac{0,60}{27}$	0,0222
2,40	10,1	102	$\frac{2,40}{102}$	0,0228
5,40	15,5	240	$\frac{5,40}{240}$	0,0225

Как графический, так и арифметический способы проверки, о которых только что шла речь, трудно применить при малом количестве данных. Но это всего лишь мысленный пример: *истинная проверка должна явиться результатом ваших собственных опытов.*

Труды многих ученых специалистов и тех, кто просто интересуется физикой, утвердили веру в открытие Галилея: *тела, свободно падающие под действием земного тяготения, и тела, скользящие или скатывающиеся вниз по наклонной плоскости под действием силы тяжести, движутся с постоянным ускорением.*

Дальнейшие эксперименты показывают, что ускорение имеет одно и то же значение даже в том случае, если тело начинает движение не из состояния покоя, а получив толчок. Если в момент пуска часов тело имеет скорость v_0, то соотношение $s={}^1/_2\,at^2$ уже неверно; мы должны воспользоваться в этом случае соотношением $s=v_0t+{}^1/_2\,at^2$ (см. приложение I). Однако ускорение a остается тем же самым. Едва ли оно могло бы быть другим: каким образом шар может «узнать», что он начал двигаться после полученного толчка, а не скатывался с большей высоты по той же самой наклонной плоскости?

Величина ускорения

Эксперименты не просто убеждают нас в том, что ускорение постоянно, а дают его фактическое значение. Если a постоянно, то *расстояние*$=({}^1/_2 a)$ (*время*)^2, и (*расстояние*)/(*время*)$^2={}^1/_2$ (*ускорение*). Таким образом, в нашем случае 0,076 и т. д. представляет собой

оценки величины $^1/_2a$. Отсюда получаем $a=0{,}152$, или $^2/_{13}$. Но указать число $^2/_{13}$ недостаточно — две тринадцатых чего? Подобное число само по себе ничего не дает, если не сказано, в каких единицах оно выражено. Мы получим это число, разделив *расстояние* в метрах на $(время)^2$. Поскольку время измеряется в секундах, ответ должен быть в *м/сек*² (читается: «метр на секунду в квадрате» или «метр в секунду за секунду»).

Единицы измерения ускорения

Вернемся к определению ускорения и найдем единицы, в которых оно выражается:

$$a=\frac{\Delta v\text{, измеренное в единицах скорости, т. е. } м/сек}{\Delta t\text{, измеренное в единицах времени, т. е. } сек},$$
$$=\text{УСКОРЕНИЕ, измеренное в единицах ускорения, т. е. } м/сек\cdot сек.$$

Таким образом, ускорение измеряют в единицах *м/сек/сек*, которые мы записываем в виде *м/сек/сек*, или *м/сек*².

Употребление слов «на» и «в»

Слова «на» и «в» нашли широкое употребление в науке. Мы употребляли их выше в значении «деленное на» или «на каждый (каждую)...», т. е. в значениях, которые они имеют в обычной арифметике. Позднее мы будем говорить об ином значении этих слов, когда они используются для словесного выражения отношения или пропорции.

В арифметике мы делим 10 центов на 5 и получаем 2 цента. Или мы делим 10 овец по 5 овец и получаем 2 отары. Мы сомневаемся в возможности делить 10 овец на 5 центов — ведь речь идет, возражаем мы, о предметах разного рода. Но иногда мы делим предметы одного рода на предметы другого рода, например, если 10 центов разделить на 5 мальчиков, то у каждого мальчика окажется в кармане 2 цента. А разделив 60 центов на дюжину апельсинов, получим стоимость каждого апельсина. В науке часто производят подобные деления, и чтобы ответ был верным, он должен содержать как число, так и единицы измерения. Если жук, двигаясь с постоянной скоростью, проползает 3 *м* за 2 часа, то мы можем сказать: «Если разделить 3 *м* на 2 часа, т. е. записать 3 *м*/2 часа, то получим 1,5 *м в час*». Ответ показывает *расстояние*, которое жук проползает за каждый час, но это не означает, что жук передвигается обязательно в течение одного часа. Это применимо

и к $^1/_4$ часа, и к $^1/_2$ часа, и к $1^1/_2$ часам, а возможно, и к $2^1/_2$ часам. Эта формулировка применима даже к очень коротким интервалам времени: жук может ползти с той же самой скоростью 1,5 *м* в час в течение нескольких секунд. Мы можем мысленно сократить интервал времени, по-прежнему считая, что жук ползет со скоростью 1,5 *м* в час. В пределе мы говорим, что жук обладает скоростью 1,5 *м в час в некоторый определенный момент времени.* Это уже новое представление, *представление о скорости* в некоторый момент времени. Мы не можем теперь делить расстояние на промежуток времени — деление нуля на нуль не имеет смысла; тем не менее спидометр будет показывать в какой-то момент времени скорость 1,5 *м* в час. Правда, настоящий жук передвигается то быстрее, то медленнее, но мы легко можем представить себе идеального жука, передвигающегося с постоянной скоростью. В таком случае единица «один метр в час» — это уже не результат деления, а самостоятельная величина, единица скорости изменения пути, и скорость 1,5 *м* в час — это скорость изменения пути, *предельное значение*, отмеченное в некоторый момент времени.

Математическое понятие предела появляется и в физике, и в математическом анализе. Чтобы постичь сущность понятия *предел*, посмотрим, чему равна сумма большого числа членов ряда: 1, $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, ... Сумма первых двух членов равна $1^1/_2$, сумма трех членов $1^3/_4$, десяти членов $1^{511}/_{512}$ и т. д. Сколько бы членов ряда мы ни брали, сумма никогда не будет в точности равна 2, но можно как угодно близко подойти к 2, если взять достаточно большое число членов ряда. (Заметим, что сумма всегда меньше 2 на величину, равную как раз последнему взятому члену. Поэтому эту разность можно сделать как угодно малой.) Таким образом, мы говорим, что 2 есть *предел* суммы большого числа членов ряда. Наклон касательной, о котором шла речь выше, тоже представляет собой предел, а именно предел наклона хорды, проходящей через две точки на графике.

До нынешнего века физики имели дело с большим числом непрерывно изменяющихся отношений, таких, как скорость, плотность, освещенность. Теперь же оказалось, что множество физических величин характеризуется скачкообразным изменением, подобным резким изменениям скорости настоящего жука; эти величины не удается непрерывно уменьшать до предельных значений. Для примера рассмотрим отношение (*масса*)/(*объем*), которое мы называем *плотностью*. Мы можем поделить массу большого куска алюминия на его объем или массу маленького куска алюминия на его объем и получим одинаковую плотность.

Но если мы попытаемся продолжать определять таким образом плотность, переходя ко все меньшим и меньшим количествам вещества, то, дойдя до одного-единственного атома, вынуждены будем остановиться. Какие отношения физических величин можно вычислить в пределе в математическом смысле этого слова? Какие величины не обладают «атомистической» природой? Этот вопрос заслуживает внимания, и мы вернемся к нему в самом конце нашего курса. Употребляя слова «на» или «в» или знак косой черты, который их заменяет, для обозначения понятия «деленный (деленная) на» или «на каждый (каждую)», стоит подумать, что эти слова играют определенную роль в представлении об отношении.

Единицы измерения, применяемые в науке

В обыденной жизни мы измеряем скорость в *метрах в секунду* или в *километрах в час*; инженеры тоже часто пользуются этими единицами. Ускорение мы выражаем в *м/сек на секунду*, а иногда в таких менее привычных единицах, как *км/час на секунду*. Однако ученые во всем мире условились применять метрическую систему единиц, и мы будем пользоваться одним из вариантов этой системы, системой *метр — килограмм — секунда*. В этой системе (ее называют сокращенно «системой МКС») длины и расстояния измеряются в метрах, масса вещества — в килограммах, а время — в секундах. Точная длина метра определяется длиной тщательно сохраняемого бруска из тугоплавкого металла, копии которого находятся в метрологических лабораториях всего мира.

Килограмм представлен куском из тугоплавкого металла, принятого за эталон. Метр делится на 100 сантиметров (каждый сантиметр соответствует примерно ширине пальца), а килограмм делится на 1000 граммов. Хотя во многих курсах физики применяют единицы сантиметр и грамм, мы примем новую используемую сейчас систему единиц — метр и килограмм, дабы облегчить понимание таких электрических единиц, как амперы и вольты. Метр и килограмм сокращенно обозначаются *м* и *кг*.

Таблица единиц и сокращений

	Система МКС, используемая в этой книге	Система СГС (распространенная в научной практике, но не используемая в данной книге)
Длина	Метр (*м*)	Сантиметр (*см*)
Масса	Килограмм (*кг*)	Грамм (*г*)
Время	Секунда (*сек*)	Секунда (*сек*)

Грамм первоначально был определен как масса одного кубического сантиметра воды. При этом плотность воды (*масса/объем*) приобретает удобное значение 1,00 *г* в 1 *см*^{3} (удобное, но чреватое недоразумениями, и его без всякого ущерба можно опустить). Плотность воды вовсе *не равна* 1,00 *кг/м*^{3}; полый куб с внутренними размерами 1 *м*×1 *м*×1 *м* вмещает 1000 *кг* воды, поэтому плотность воды равна 1,00 *г/см*^{3}, или 1000 *кг/м*^{3}.

В нашей системе МКС скорости измеряются в метрах в секунду, а ускорения — в метрах в секунду на секунду.

Ускорение свободного падения

Ускорение свободного падения можно измерить. Показать, что ускорение постоянно, когда тело падает все быстрее и быстрее, трудно, хотя, конечно, это можно сделать с помощью современных приборов для измерения времени; некоторые из этих приборов позволяют измерить промежуток времени с точностью до одной миллионной доли секунды. Если *принять*, что ускорение постоянно, то его довольно легко измерить, определив промежуток времени, за который тело проходит известный отрезок пути, и воспользовавшись соотношением $s={}^1/_2\, at^2$. Отсюда $a=2s/t^2$. Постоянное ускорение свободного падения, происходящего «под действием земного притяжения», обозначают символом g и записывают $g=2s/t^2$. Подставляя в эту формулу полученные из опыта значения s и t, можно вычислить g. Однако сопротивление воздуха ограничивает точность полученного значения; кроме того, трудно быть уверенным в том, что мы начинаем отсчет времени именно в тот момент, когда тело начинает двигаться, а продолжительность падения тела весьма мала, поэтому такие измерения не дают точного значения g. А для решения ряда задач в физике необходимо точно знать значение g. Можно ли исключить влияние сопротивления воздуха? Нельзя ли наблюдать падение тела много раз, скажем, несколько тысяч раз и, измерив общее время для всех опытов, определить время одного падения с большей точностью? К этой на первый взгляд совершенно недостижимой цели приводит задуманный еще Галилеем простой опыт.

Измерения дают значение g, близкое к 9,8 *м/сек*^{2}. На экваторе g несколько меньше, а на Северном полюсе — несколько больше.

Сила и ускорение

Мы считаем, что на падающее тело действует сила притяжения Земли, направленная вниз; мы называем ее *весом тела*. Чтобы

удерживать тело в подвешенном состоянии, мы должны создать опору, способную выдерживать полный вес тела. Перерезав веревку, на которой подвешено тело, мы считаем, что на тело по-прежнему действует его вес, однако теперь весу не противостоит натяжение веревки. Если мы предполагаем, что вес тела остается постоянным во время его падения, можно считать, что эта постоянная сила «создаст» постоянное ускорение свободного падения. Тележка скатывается по наклонной плоскости с ускорением, составляющим долю g; сила, тянущая тележку вниз по наклонной плоскости, составляет лишь долю веса тележки. Позднее вы узнаете, чему равна эта доля; она зависит от наклона плоскости. Зная эту долю веса, можно было бы, следуя Галилею, сопоставить силу, направленную вдоль наклонной плоскости, и ускорение движения вниз по наклонной плоскости. Какое соотношение должно предположительно существовать между силой и ускорением? [1]. Первые экспериментаторы, такие, как Галилей, смогли найти соотношение, изучая падающие и скатывающиеся по наклонной плоскости тела. Мы его вскоре рассмотрим. Оно играет очень важную роль в физике и технике, и этому основному соотношению подчиняется движение звезд и поведение атомов.

Нам еще предстоит рассмотреть вопрос о силе и ускорении. В заключение выскажем некоторые сомнения. Откуда вам известен вес тела, когда тело свободно падает? Когда вы сидите на стуле, вы ощущаете поддерживающую силу со стороны стула и вам кажется, что вы чувствуете свой собственный вес. Но выпрыгнув из окна, почувствуете ли вы свой вес? Предположим, вы прыгаете из окна, а в руках держите кусок металла, причем пытаетесь взвесить его в момент падения. Предположим на минуту, что, дабы сделать вашу временную лабораторию более удобной, вас вместе с куском металла и приспособлением для взвешивания заключили в огромный ящик и сбросили этот ящик с большой высоты, предоставив ему свободно падать. Предположим далее, что в ящике нет окон. Что произойдет с куском свинца, когда вы выпустите его из рук, находясь внутри ящика? Будет ли он падать на пол? Поразмыслив, вы придете к выводу, что земное притяжение как бы исчезнет. Скажете ли вы, что тяжесть действительно исчезла или что ваша лаборатория движется вниз с ускорением? Если нельзя сказать, в чем разница, то существует ли вообще разница? Обсуждение этих вопросов привело бы вас к теории относительности.

---

[1] Имеем ли мы в виду «предполагать» или «надеяться»? Если «предполагать», то на каком основании, а если «надеяться», то научный ли это подход?

ПРИЛОЖЕНИЕ I. АЛГЕБРА

В этом приложении мы не собираемся открывать новых законов физики или пересматривать старые, мы намерены лишь произвести своего рода механическую обработку понятий. Начнем с предположения, которое представляется ясным для понимания, а именно с предположения о *движении с постоянным ускорением*, и заставим алгебру дать нам некоторые логические следствия. Полученные результаты — это просто старые сведения, которым придана новая форма. Они будут полезны при изучении реального мира — при выводе этих результатов мы можем спокойно сидеть в башне из слоновой кости и верить в то, что наши действия — действия совершенной логики — верны с точностью до предположений, на которых они основаны.

Определение. Выберем в качестве величины, с которой мы будем иметь дело, изменение скорости в единицу времени:

$$\frac{\text{ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ}}{\text{ВРЕМЯ ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ}}, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Поскольку эта величина — понятие, удобное для пользования, мы назовем ее *ускорением*. Тогда формулировка «*ускорение*$=\Delta v/\Delta t$» представляет собой лишь словарное определение, объясняющее, чему мы дали это название.

Предположение. Мы предполагаем, что ускорение постоянно. (Иначе говоря, мы исследуем вид движения, при котором величина $\Delta v/\Delta t$ постоянна. Существует много других типов движения, общих по своему характеру, но этот тип движения — простой и в то же время очень важный, поэтому мы исследуем его подробно.)

Итак, $\Delta v/\Delta t$— постоянная, величину которой мы обозначим через a. Пользуясь нашим методом, основанным на элементарной алгебре, мы будем предполагать, что средняя скорость тела, движущегося с постоянным ускорением, в точности равна среднему из скоростей в начале и в конце перемещения. Таким образом, мы предполагаем, что

$$\text{СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ} = \frac{\text{НАЧАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ} + \text{КОНЕЧНАЯ СКОРОСТЬ}}{2}.$$

Мы говорим также, что

$$\text{ПРОЙДЕННЫЙ ПУТЬ} = \text{СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ} \cdot \text{ВРЕМЯ},$$

или

$$s = \bar{v} \cdot t.$$

Заметим, что мы пользуемся точкой в качестве знака умножения; сейчас так принято, и мы будем прибегать к этому знаку для перемножения таких единиц, скажем как *чел·час*; кроме того, мы поставили сверху черту над буквой v для обозначения «v среднее».

Терминология. Примем следующие обозначения:

1) Ускорение — a *м/сек* на секунду.
2) Скорость движущегося тела в момент пуска часов (т. е. при $t=0$) равна v_0 *м/сек*. Сокращенно записываем это в виде

$$\textit{Начальная скорость} = v_0 \ \textit{м/сек} \ \text{при} \ t = 0.$$

3) Скорость движущегося тела по прошествии t *сек* равна v *м/сек*, или

Конечная скорость $= v$ *м/сек.*

4) Путь, пройденный за время t *сек*, равен s *м*.

Как уже было сказано, это лишь расшифровка принятых буквенных обозначений. Мы можем дать более связную формулировку: движущееся тело, начав двигаться со скоростью v_0, проходит расстояние s за время t с ускорением a и достигает конечной скорости v.

Соотношения. Теперь заставим поработать алгебру и получим с ее помощью ряд соотношений:

(1) $$v = v_0 + at,$$

УСКОРЕНИЕ $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$,

$= \dfrac{\text{ПРИРАЩЕНИЕ СКОРОСТИ}}{\text{ЗАТРАЧЕННОЕ ВРЕМЯ}}$ (словарное определение),

$= \dfrac{\text{КОНЕЧНАЯ СКОРОСТЬ} - \text{НАЧАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ}}{\text{ЗАТРАЧЕННОЕ ВРЕМЯ}}$

(если ускорение постоянно),

$= \dfrac{v - v_0}{t}$

Последняя строка дает лишь среднее значение ускорения, *только если* ускорение непостоянно, как мы здесь предполагаем. Чтобы получить удобное выражение для конечной скорости v, нужно произвести перегруппировку величин по правилам алгебры. Исходя из равенства

$$a = \frac{v - v_0}{t},$$

которое мы считаем истинным, и умножая обе его части на t, мы приходим к выражению, в такой же степени справедливому:

$$a \cdot t = v - v_0$$

Прибавляя к обеим частям этого равенства v_0, получаем еще одно уравнение, равносильное первому:

$$v_0 + at = v - v_0 + v_0 = v,$$

или

$$v_0 + at = v.$$

Поменяв местами обе части последнего равенства, получим

$$\underline{v = v_0 + at}.$$

Изменения, которым мы подвергли исходное равенство $a = (v - v_0)/t$, представляют собой лишь изменения, допускаемые правилами логики. Полученный результат $v = v_0 + at$ точно так же верен или неверен, как исходное равенство $a = (v - v_0)/t$. Мы видим в этом случае, что новая «формула» —

это просто новый вариант прежнего отправного положения, поскольку она гласит:

$$\text{КОНЕЧНАЯ СКОРОСТЬ} = \text{НАЧАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ} + \underbrace{\text{ПРИРАЩЕНИЕ В ЕДИНИЦУ ВРЕМЕНИ}\cdot\text{ВРЕМЯ}}_{\text{Эта величина должна равняться приращению скорости}}.$$

Согласно этой формулировке,

$$\text{КОНЕЧНАЯ СКОРОСТЬ} = \text{НАЧАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ} + \text{ПРИРАЩЕНИЕ СКОРОСТИ} = \text{КОНЕЧНАЯ СКОРОСТЬ}$$

Читателям, знакомым с алгеброй, это рассмотрение должно показаться излишне длинным. Можно было бы просто написать

$$a = \frac{v - v_0}{t}, \text{ следовательно, } at = v - v_0, \text{ или } v = v_0 + at.$$

Если же в выводе формул вы видите некое таинство, то это рассмотрение следует прочесть внимательно. Неопытный читатель может, пожалуй, ухватиться за высказанные нами слова в защиту алгебры, но дело не в этом; нужно отвыкнуть от ошибочных представлений об «истинности» формул или о том, что в выводе формул есть нечто таинственное.

(2) $$s = \frac{1}{2}(v + v_0)\,t.$$

При экспериментальной проверке мы будем иметь дело с расстоянием, а не со скоростью. Чтобы выяснить, как соотношение между пройденным расстоянием и затраченным временем вытекает из нашего предположения о постоянном ускорении, нам надо знать расстояние при *изменяющейся скорости.* Руководствуясь здравым смыслом, мы приходим к предположению, что нужно пользоваться *средней скоростью* $\bar{v}$, получаемой сложением начальной и конечной скоростей и делением их суммы на 2. Таким образом,

$$\text{СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ } \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Мы пользуемся этой *средней скоростью* как неизменной величиной вместо реальной изменяющейся скорости и находим пройденное расстояние, умножая *среднюю скорость на время.* Таким образом,

$$\text{РАССТОЯНИЕ } s = \bar{v}\cdot t,$$

или

$$s = \frac{1}{2}(v + v_0)\,t.$$

В этом соотношении ускорение a не фигурирует. Тем не менее соотношение неверно, если ускорение непостоянно (см. задачу 6). Это выражение не простая перегруппировка прежнего выражения; оно содержит предположение относительно средней скорости. Это предположение (до сих пор оно было основано лишь на «здравом смысле») можно проверить с помощью математического анализа или изящного геометрического способа, предло-

женного еще Галилеем (см. задачу 6). Оба способа показывают, что при движении с постоянным ускорением такое употребление средней скорости правильно. Для других типов движения нужны какие-то иные способы усреднения, арифметическое среднее брать не годится [1]. Таким образом, наше предположение верно для движения с постоянным ускорением; мы используем его в качестве примера лишь постольку, поскольку знаем, что оно верно. Так, элементарное изложение приспосабливается для получения правильных результатов. Хотя это иногда неизбежно, такой подход оставляет, к сожалению, впечатление, будто ученый лишь выдвигает правдоподобные гипотезы, он не дает представления о том, как на самом деле ученый-естествоиспытатель осторожно нащупывает путь, подвергая свои предположения честной проверке. Поэтому вам необходимо изучить задачу 6.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2. \tag{3}$$

Мы по-прежнему хотим выразить пройденное расстояние через *время* и *ускорение*, не пользуясь *конечной скоростью*. Мы получим это соотношение из выражений (1) и (2); с помощью одного из них мы найдем v и сможем поставить это полученное выражение вместо v в другом соотношении. Так,

$$s = \frac{v_0 + v}{2} t \quad \text{и} \quad v = v_0 + at;$$

следовательно,

$$s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t,$$

$$= \frac{2v_0 + at}{2} t = \frac{2v_0 t}{2} + \frac{at \cdot t}{2}.$$

Таким образом,

$$\underline{s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.}$$

Это соотношение удобно для экспериментальной проверки и описывает движение с постоянным ускорением.

Если отсчет времени начинается с момента, когда движущееся тело находится в состоянии покоя, то начальная скорость равна нулю, ($v_0 = 0$), и соотношение приобретает вид

$$s = \frac{1}{2} a t^2.$$

Поскольку a постоянно, $^1/_2\ a$ тоже постоянно, поэтому мы можем записать

$$s = (\text{Постоянная}) \cdot t^2, \quad \text{или} \quad s \sim t^2.$$

Таким образом, мы можем сказать: теория предсказывает, что $s \sim t^2$ для движения, которое начинается из состояния покоя и происходит с по-

[1] Например, если ускорение не постоянно, а быстро уменьшается до нуля от некоторого большого значения, то движущееся тело набирает скорость главным образом в самом начале своего перемещения. В этом случае средняя скорость больше $(v_0 + v)/2$.

стоянным ускорением. Говоря «теория предсказывает», мы имеем в виду, что, исходя из некоторых предположений и используя аппарат логического вывода (включая методы математики), мы как бы выразили эти предположения в несколько иной, новой форме. *Если* результаты эксперимента согласуются с этой новой формой, мы можем прийти к выводу, что наши предположения (и наш аппарат) «верны» или «подтверждены». Тем не менее зачастую мы не можем быть уверены в том, что выбранные нами предположения дают единственно возможное правильное объяснение. Осторожнее было бы сказать, что *пока* наши предположения соответствуют фактам. Если в опытах с падающими телами вы обнаруживаете, что расстояния и промежутки времени с достаточной точностью удовлетворяют соотношению $s \sim t^2$, то можете сказать, что они удовлетворяют соотношению, предсказанному для движения с постоянным ускорением. Вы могли бы сказать, что падающие тела, по-видимому, движутся с постоянным ускорением. Производя опыты с шарами, скатывающимися вниз по наклонной плоскости, Галилей установил, что пройденные расстояния и промежутки времени довольно хорошо соответствуют соотношению $s \sim t^2$. Иначе говоря, измеренные Галилеем величины находились в согласии с его предсказанием, основанным на предположении о постоянстве ускорения.

Заметим, что эксперименты не подтвердили правильность этой формулы для движения с постоянным ускорением. Сама формула по необходимости, в силу законов логики, верна для любого движения с неизменным ускорением. Эксперименты показывают лишь, что движение скатывающихся тел в согласии с формулой (вероятно) происходит с постоянным ускорением. Сопоставляя экспериментальные данные с этой формулой, мы можем узнать кое-что о свойствах природы.

Вывод формулы, о которой идет речь, распадается на следующие этапы:

Определение ускорения: мы придумали эту величину, выбрали для нее название и затем стали ею пользоваться.

Выбор для анализа движения с постоянным ускорением. Этот выбор — один из возможных подходов к изучению действительного движения падающих тел. После того как выбор сделан, он позволяет двигаться дальше с помощью алгебры. Делая такой выбор, мы ничего не узнаем о свойствах природы.

Алгебра — своего рода логический автомат. Математика не рождает научные факты, хотя и помогает обнаруживать их.

Предположение, основанное на доводах *здравого смысла*, согласно которому в качестве $\bar{v}$ следует взять величину $(v_0+v)/2$. Это предположение можно подтвердить для движения с неизменным *ускорением* геометрическими соображениями Галлилея или методами математического анализа.

Снова алгебра

Результат: удобное для экспериментальной проверки соотношение, выведенное исходя из наших предположений.

(4) $v^2=v_0^2+2as$ [Соотношение в этой форме нам еще долго не потребуется. Этот раздел можно временно отложить.]

Мы можем использовать алгебру дальше, заставить наш автомат сделать еще несколько оборотов и получить другие варианты формул. У нас уже есть три соотношения, в которые

а) входят v, v_0, a, t, но не входит расстояние s;

б) входят s, v, v_0, t, но не входит ускорение a;

в) входят s, v_0, a, t, но не входит конечная скорость v.

Впоследствии нам понадобится соотношение, выражающее v через v_0, a, s и не содержащее время t в явном виде. Поскольку мы хотим, чтобы в это соотношение не входило t, мы можем получить его из любых двух прежних соотношений, исключая t. Например, можно использовать соотношения (1) и (3).

В этом случае $v=v_0+at$ дает $t=(v-v_0)/a$, и, подставляя это выражение в соотношение

$$s=v_0t=\frac{1}{2}at^2,$$

получаем

$$s=v_0\left[\frac{(v-v_0)}{a}\right]+\frac{1}{2}a\left[\frac{(v-v_0)}{a}\right]^2.$$

Приводит ли это соотношение к формуле (4)? Да, если вы наберетесь смелости и воспользуетесь правилами алгебры. Для этого вам придется возводить в квадрат и умножать обе части равенства на одну и ту же величину, перегруппировывать члены и производить упрощение. Вычисления будут громоздкими, но в конечном счете вы получите для v^2 выражение v_0^2+2as. Попробуйте, если хотите, проделать эти вычисления.

Математику свойственно ярко выраженное поэтическое чувство формы математического языка, поэтому он счел бы приведенный выше метод чудовищно громоздким. Он сказал бы: «Имеется более изящный вывод...» и получил бы ответ быстро и красиво. Нематематиков, наблюдающих за его действиями, поразит превосходство его знаний, а атмосфера таинства может вызвать даже чувство досады. На самом же деле все обстоит значительно проще. Математик — только человек и, как любой другой исследователь, находит правильный путь в результате нескольких попыток, хотя простые задачи могут быть проделаны уже прежде и просто храниться в его памяти как «математический здравый смысл». Найдя ответ *любым* методом, громоздким или нет, математик может попытаться действовать *от полученного* результата, стремясь найти более изящный способ решения, подобно альпинисту, ищущему лучший путь восхождения. В этом нет греха, но математик часто забывает рассказать неспециалисту о той работе, которую он уже проделал прежде, и поражает его изящным методом, как бы извлеченным тут же из кармана. Давайте попробуем провести такой аналитический поиск, размышляя все время вслух. Ответ, который мы хотим получить, представляет собой выражение $v^2=v_0^2+2as$, полученное в результате утомительных и нудных алгебраических выкладок. Попробуем раскрыть это выражение. Можно ли, судя по его виду, легко видоизменить его путем алгебраических преобразований? Можно ли каким-то очевидным образом упростить или расчленить его? Нет, нельзя. Тогда придется действовать по-другому. Попробуем произвести перенос из одной части равенства в другую. Мы можем прийти к выражению $v^2-v_0^2=2as$. Можно ли, воспользовавшись методами алгебры, без большого труда сделать что-нибудь с этим выражением? Оказывается, можно. Левая часть этого равенства, содержа-

щая множители $(v+v_0)(v-v_0)$, нам давно знакома. Можно было бы составить левую часть равенства из этих множителей, если бы нам удалось каким-нибудь образом определить их по отдельности. Но где мы видели уже выражение $(v+v_0)$? Мы встречались раньше с этим множителем в соотношении (2): $s=\frac{1}{2}(v+v_0)t$. Значит, $v+v_0=2s/t$. А где мы встречались с величиной $(v-v_0)$? В определении ускорения, которое мы записали в виде $a=(v-v_0)/t$. Следовательно, $(v-v_0)=at$. Теперь нам нужно получить величину $v^2-v_0^2$, для этого достаточно перемножить $(v+v_0)$ и $(v-v_0)$. Воспользуемся с этой целью соотношениями $(v+v_0)=2s/t$ и $(v-v_0)=at$:

$$(v+v_0)(v-v_0)=\frac{2s}{t}(at)$$

Таким образом, $v^2-v_0^2=2as$, что приводит к нужной нам форме записи. Теперь, располагая изложенным методом, к которому мы пришли в результате анализа, опустим детали наших изысканий и начнем снова.

Чтобы вывести соотношение $v^2=v_0^2+2as$ изящным методом, начнем с определения ускорения

$$a=\frac{v-v_0}{t}$$

и с формулы, выражающей пройденный путь через среднюю скорость $s=\frac{1}{2}(v+v_0)t$, и просто перемножим оба эти уравнения. Мы получим соотношение $a\cdot s=\frac{1}{2}(v^2-v_0^2)$, которое приводит к выражению

$$\underline{v^2=v_0^2+2as.}$$

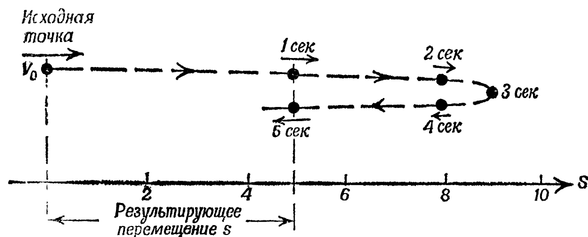
Вот четыре соотношения между величинами v, v_0, a, s и t:

$$v=v_0+at,\quad s=\frac{1}{2}(v+v_0)t,\quad s=v_0t+\frac{1}{2}at^2,\quad v^2=v_0^2+2as.$$

Эти соотношения позволяют быстро вычислить значение любой входящей в них величины, если известны значения трех других величин.

Алгебра позволяет вычислить результирующий путь

Числовым значениям необходимо придавать подходящие знаки + и —. Например, если начальная скорость движущегося тела равна 3 *м/сек* в направлении на восток, а ускорение составляет 1 *м/сек/сек* и направлено



Фиг. 13. Результирующее пройденное расстояние s.

тоже на восток, то мы можем записать $v_0=+3$ и $a=+1$. Если же $v_0=3$ *м/сек* в направлении на восток, а ускорение в противоположном направлении равно 1 *м/сек/сек* к западу, то одна из этих величин должна записываться со знаком *минус*. Если мы говорим, что $v_0=+3$, то мы должны записать $a=-1$, используя знак плюс для скорости, ускорения и пройденного пути в направлении на восток, а знак минус для перечисленных величин, направленных на запад. Тогда s будет равно *результирующему* расстоянию, пройденному за время t, а не арифметической сумме перемещений в западном и восточном направлениях. Это происходит потому, что при вычислении каждого отрезка пути мы приписываем знак плюс перемещениям в направлении на восток, а знак минус перемещениям на запад, и когда мы складываем эти отрезки пути со знаками + и —, стремясь найти s, то в соответствии с правилами алгебры получим результирующую разность перемещений. При $v_0=+3$ и $a=-1$ движение будет замедленным: тело движется все медленнее и медленнее вперед в течение 3 *сек*, останавливается, а затем движется все быстрее и быстрее в обратном направлении. Через 5 *сек* траектория движения будет такой, как показано на фиг. 13: тело переместится на 4,5 *м* вперед, затем на 2 *м* назад, и результирующее перемещение будет равно 2,5 *м*.

Алгебра дает

$$s=v_0t+\frac{1}{2}at^2=(+3)(5)+\frac{1}{2}(-1)(5)^2$$
$$=15-12{,}5=2{,}5\ м.$$

Таким образом, s всегда означает *результирующее* расстояние, пройденное от старта до финиша.

Приведенные выше соотношения — это лишь инструменты, а не разделы науки, имеющие жизненно важное значение. Эти соотношения абсолютно верны для движения с постоянным ускорением и отнюдь не достоверны для других движений. Только эксперимент может сказать нам, в каких случаях они применимы к реальным явлениям окружающего мира.

Задача 6. Доказательство без математического анализа

Галилей не имел возможности воспользоваться математическим анализом, он предпочитал геометрию и рассматривал равномерно ускоренное движение следующим образом. Представим себе график скорости движущегося тела, откладываемый по вертикали в зависимости от времени, откладываемого по горизонтали. Если тело движется с постоянным ускорением, его скорость должна возрастать с течением времени равномерно. График скорости должен представлять собой прямую линию. Она не обязательно должна проходить через начало координат, она может идти от начальной скорости v_0 *при* $t=0$, *достигая некоторого значения* v *в момент времени* t.

Посмотрим теперь, что произойдет за некоторый очень короткий промежуток времени Δt, *когда скорость равна, скажем,* v_1. *(Разумеется,* v *все время возрастает, но мы можем в качестве* v_1 *взять среднее за короткий промежуток времени* Δt.*) Тогда тело проходит за этот промежуток времени расстояние* $[(v_1)\cdot(\Delta t)]$. *Но на графике величина* $[(v_1)\cdot(\Delta t)]$ *— это произведение* [(высота)·(ширина)] *маленькой вертикальной полоски с основанием* Δt, *доходящей до прямой, которая представляет собой наш график. На фиг. 14, а площадь этой вертикальной полоски заштрихована.*

Следовательно, полное расстояние, пройденное телом, определяется

полной площадью всех таких вертикальных полосок, т. е. заштрихованной площадью на фиг. 14, б.

1) *Если, как показано на фиг. 14, б, боковые стороны заштрихованной геометрической фигуры равны v_0 и v, а основание — промежутку времени t, то каким выражением определяется площадь фигуры? (Изложите кратко ваши геометрические соображения.)*

2) *Если боковые стороны равны v_0 и v_0+at (что следует из определения ускорения), то каким выражением определяется площадь фигуры? (Изложите кратко ваши рассуждения.)*

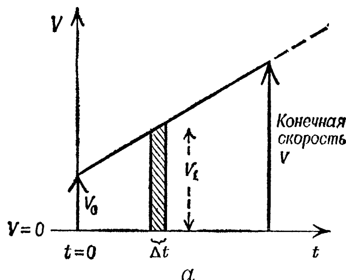
3) *Запишите ответы на первые два вопроса в виде выражений для s — расстояния, пройденного телом за время t.*

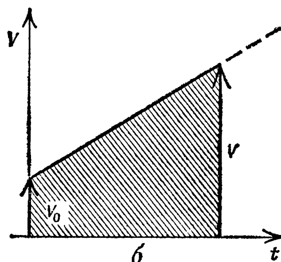
4) *Предположим теперь, что ускорение не постоянно, а, начиная с некоторого меньшего значения, возрастает до некоторого большего значения, так что скорость по-прежнему изменяется за время t от v_0 до v, но не равномерно.*

а) *Начертите новый график для этого случая.*

б) *Будут ли для него применимы выражения, полученные в качестве ответа на вопросы 1 и 2?*

в) *Какое слабое место было в прежних рассуждениях в приложении I, основанных на алгебре, которое теперь отсутствует?*





Фиг. 14. К задаче 6.

Задача 7. Доказательство с помощью математического анализа

В пределе скорость v представляет собой изменение расстояния в единицу времени ds/dt, а ускорение a — изменение скорости в единицу времени dv/dt, или $d/dt(ds/dt)$, или d^2s/dt^2. Покажите, что если a постоянно, то справедливо каждое из следующих утверждений:

1) *интегрирование $dv/dt=a$ приводит к выражению $v=v_0+at$ (где v_0— постоянная, значение v в момент времени $t=0$);*

2) *интегрирование соотношения $v=v_0+at$ приводит к соотношению $s=v_0t+{}^1/_2at^2$. (Указание. Вспомните, что $v=ds/dt$);*

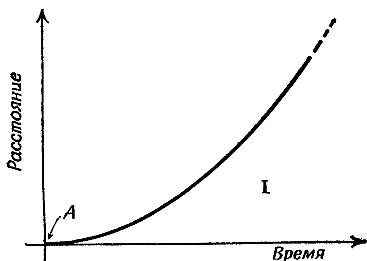
3) *интегрирование $dv/dt=a$ приводит к соотношению $v^2=v_0^2+2as$. (Указание. Попробуйте умножить обе части этого соотношения на v.)*

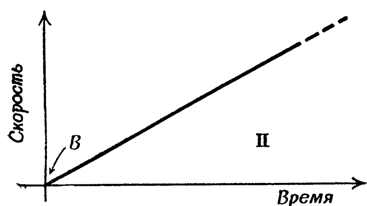
Задача 8. Графики движения

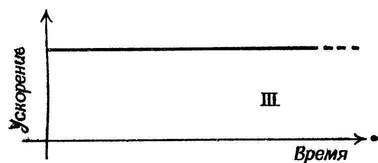
На фиг. 15 показаны расположенные друг под другом три графика движения предмета по прямой. График I изображает зависимость пройденного

расстояния *от* времени; *график II — зависимость* скорости *от* времени; *график III — зависимость* ускорения *от* времени. *На всех трех графиках масштаб времени одинаков, а начало координат лежит на одной вертикальной прямой. Изображенные графики относятся к движению предмета с постоянным ускорением, начинающемуся при* $s=0$ *(показано буквой A) и скорости* $v=0$ *(показано буквой B) в момент времени* $t=0$. *Для более сложных движений все три линии могут быть кривыми.*

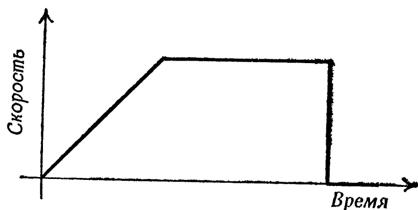
1) В общем случае произвольного движения график одной или более величин может быть получен из графика для некоторой другой из трех указанных величин по значениям наклона касательных. Какой (каких) именно? Объясните, почему.



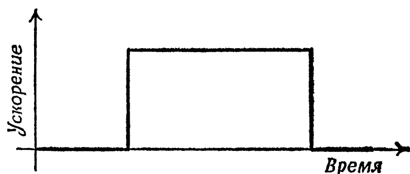




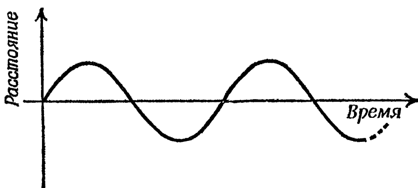
Фиг. 15.



Фиг. 16.



Фиг. 17.



Фиг. 18.

К задаче 8.

2) В общем случае график одной или более величин может быть получен из графика другой из трех величин путем измерения площади под кривыми. Какой (каких) именно? Объясните, почему.

3) Мотоциклист стартует из положения покоя и движется в течение 6 сек с ускорением 4,5 м/сек^2*; в течение 10 сек он движется с постоянной скоростью, а затем тормозит и останавливается за 4 сек, двигаясь с постоянным замедлением. Начертите для этого движения три графика: I, II, III.*

4) На фиг. 16 показан график II для движения автомобиля. Перечертите его и добавьте графики I и III.

5) На фиг. 17 показан график III для движения тележки. Перерисуйте его и добавьте графики I и II.

6) На фиг. 18 показан график I для движения груза длинного маятника по его траектории, близкой к прямой. Перерисуйте его и добавьте графики II и III. (Задача сложная. Над ней стоит как следует подумать.)

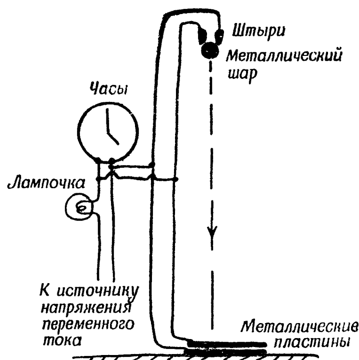
ПРИЛОЖЕНИЕ II. ИЗМЕРЕНИЕ g

Мы, не задумываясь, объявили, что значение g равно 98, $м/сек^2$, но это значение появилось в результате лабораторных измерений. Вы будете пользоваться им для простых вычислений, связанных с падением тел, и для вычисления сил, которое имеет важное значение, когда g рассматривают как напряженность поля силы тяжести. Это столь полезная величина, что прежде, чем пользоваться ею, стоит посмотреть, как измеряется ее значение. Грубую оценку можно было бы сделать при помощи камня, секундомера и метрового куска веревки.

Задача 9. Приближенное измерение g

Экспериментатор бросает большой камень из окна 14-этажного дома и устанавливает, что камень достигает поверхности земли за время «чуть» больше 3 сек. Считая, что окно находится на высоте примерно 46 м над землей, оцените значение g в $м/сек^2$.

Более точное измерение можно проделать с помощью электрических часов, как показано на фиг. 19; вам следовало бы посмотреть такой опыт. Для очень точных измерений потребовалось бы прибегнуть к упомянутому уже эксперименту, в котором устранено трение и берется серия падений.



Фиг. 19. Измерение g.

Задача 10. Более точное измерение g

Металлический шар свободно падает с высоты потолка на пол. У потолка шар удерживается двумя металлическими штырями так, что замыкается электрическая цепь, и ток препятствует пуску электрических часов. Внезапно шар отпускают, и часы начинают отсчитывать время. Достигнув пола, шар

соединяет две легкие металлические пластины и замыкает другую электрическую цепь, в результате чего часы останавливаются. В реальном эксперименте шар падал с высоты 7 м, считая от верхних до нижних контактов; часы за это время отсчитали 1,20 сек.

а) Оцените значение g, используя приведенные данные.

б) Расскажите, какие предположения вы сделали для этой оценки относительно типа движения и какими приборами вы пользовались; опишите ход эксперимента. (Укажите детали; старайтесь не употреблять шаблонных выражений вроде «точные приборы» или «избежать ошибок наблюдателя».)

Значение g в различных пунктах земного шара

Значение g было весьма точно измерено в нескольких метрологических лабораториях. Сравнительные измерения дали точные значения g во многих местах по всей Земле.

	Нью-Йорк	Экватор	Северный полюс
Значение, *м/сек/сек*	9,80267	9,780	9,832

В обычных расчетах при решении задач и выполнении опытов следует пользоваться приближенным значением $g=9{,}8$ *м/сек/сек.*

Арифметические задачи на свободное падение тел. Задачи с решениями

Если известно значение g, то можно производить простые расчеты для случая полета камней, стрел и т. д. В физике иногда пользуются такими расчетами при проектировании приборов или при выполнении опытов, но они не представляют собой важного раздела физики. В элементарных учебниках и на экзаменах этим расчетам придают большое значение, «поскольку они позволяют лучше понять ускоренное движение». Студенты, научившись механически решать подобные задачи, могут лишь приобрести вредное представление, будто «физика состоит из подстановки чисел в формулы». Мы хотим избежать этого нелепого представления о науке и не предлагали бы вам в этом курсе таких задач, если бы не два обстоятельства: во-первых, вы можете столкнуться с аналогичными вычислениями, которые имеют важное значение в атомной физике; во-вторых, эти расчеты покажут вам, какое место занимает математика в физике. По этим двум причинам мы рекомендуем проработать задачи 11—14. При этом, даже если вы в результате прежних занятий стали убежденным поклонником формул, лучше опустить эти задачи, пока уровень вашей подготовки не будет достаточен для критического анализа.

Задачи 11—14 снабжены решениями, хотя арифметические расчеты не приведены. Вычисления рекомендуется выполнять шаг за шагом на машинописных копиях текста задач. Эта методика — вы встретитесь с ней несколько раз на протяжении нашего курса — рассчитана на то, чтобы дать вам возможность приобрести навыки для самостоятельного решения задач, приведенных в конце приложения II. Заметьте, что, упрощая дело до такой степени (это может вам показаться даже обидным), мы имеем в виду помочь вам математикой, но не избавить от размышлений над физическим содержанием задачи. Прорабатывая предложенные задачи, забудьте о том, что вы хотите узнать какой-то метод их решения, а сосредоточьте внимание на получающихся физических результатах.

Проработайте предлагаемые ниже задачи на ускоренное движение, *для чего перепечатайте на машинке или перепишите от руки текст, заполняя пропуски, оставленные для ответов. Вы научитесь решать подобные задачи, и, мы надеемся, вам будет приятно познакомиться с применением математики в физике. Вы увидите, что математика — это верный слуга, который, правда, иногда обнаруживает отсутствие сообразительности и выполняет данные ему приказания, ни с чем не считаясь.*

Задача 11

Камень падает из состояния покоя с постоянным ускорением 9,8 м/сек/сек. (Дано: ускорение постоянно, сопротивлением воздуха в данном случае пренебречь.)

а) Какова будет скорость камня через 3 сек после начала падения?

б) Какое расстояние пролетит камень за 3 сек?

А. Арифметический метод

а) Ускорение 9,8 м/сек/сек означает, что скорость камня увеличивается на ———·——— *за каждую секунду.*
(единиц)
За 3 сек падения приращение скорости камня составит ——— *м/сек. Поскольку камень начинает падать из состояния покоя, его конечная скорость равна* ——— *м/сек.*

б) Скорость возрастает от ——— *м/сек (в начале движения) до* ——— *м/сек.*
Средняя *скорость равна* $^1/_2$ (——— + ———) *или* ——— *м/сек. Расстояние, пройденное с такой средней скоростью за 3 сек, равно* (———)·(———), *или* ——— *м.*

Б. Алгебраический метод

а) Ускорение $a=9{,}8$ *м/сек/сек; время* $t=3$ *сек; начальная скорость* $v_0=0$. *Подставляя эти значения в формулу* $v=v_0+at$, *получаем Конечная скорость* $v=$ ——— + ——— = ——— *м/сек.*

б) Подставляя приведенные выше значения в формулу $s=v_0t+{}^1/_2at^2$, получаем $s=$ ——— $+{}^1/_2$ (———) $=$ ——— м.

Примечание. Пользуясь методами алгебры, всегда сначала записывайте «формулу», как это было сделано выше. Кроме того, выписывая значения, которые вы собираетесь подставлять в формулу, записывайте после числа соответствующие наименования. Например, «$t=3$ сек», а не «$t=3$».

Задача 12

Мяч выпускают из рук со скоростью 3 м/сек и предоставляют ему возможность свободно падать в момент пуска часов.

а) Какова будет скорость мяча через 3 сек падения?

б) Какой путь пролетит мяч за 3 сек?

А. Арифметический метод

а) Ускорение 9,8 м/сек/сек означает, что скорость мяча возрастает на ————— за каждую секунду.
(единиц)

За 3 сек падения приращение скорости мяча составит ——— м/сек. Поскольку начальная скорость мяча равна 3 м/сек и направлена вниз, его конечная скорость будет равна ——— м/сек.

б) Скорость возрастает от ——— м/сек в начале движения до конечной скорости ——— м/сек.

Средняя скорость равна $\dfrac{(\quad)+(\quad)}{2}$ *или* $\dfrac{(\quad)}{}$ *м/сек.*

Расстояние, которое мяч пролетит за 3 сек, обладая этой средней скоростью, равно——— м.

А. Алгебраический метод

а) Ускорение $a=9{,}8$ м/сек/сек направлено вниз; начальная скорость $v_0=3$ м/сек направлена вниз; время перемещения $t=3$ сек. Подставляя эти значения в формулу $v=v_0+at$, получаем Конечная скорость $v=$ ————— $+$ ————— $=$———м/сек.

б) Подставляя приведенные выше значения в формулу $s=v_0t+{}^1/_2at^2$, получаем: Расстояние $s=$ ————— $+{}^1/_2$ (—————) $=$ ———м

Задача 13

Находясь на верху башни, человек бросает вверх мяч со скоростью 3 м/сек в момент пуска часов.

а) Какова будет скорость мяча по прошествии 3 сек?

б) На сколько ниже начальной точки своего движения окажется падающий мяч через 3 сек?

Замечание. В этом случае мяч движется сначала вверх, причем все более и более медленно, обладая направленным вниз *ускорением 9,8 м/сек/сек, что равносильно* направленному вверх *замедлению. Мяч достигает наивысшей точки движения (обладая тем же самым направленным вниз ускорением), после чего он падает (по-прежнему с тем же самым направленным вниз ускорением). В вопросах (а) и (б) ничего не говорится о наивысшей точке движения, и если ускорению и скорости приписать знаки + и — для направлений вниз и вверх, то алгебраи-*

ческий метод позволит правильно учесть переход через наивысшую точку и даст результирующее *расстояние s. Поэтому, несмотря на то, что вам, может быть, показали методы, в которых сначала нужно вычислить длину пути до наивысшей точки, а затем перемещение вниз,* не пользуйтесь этими методами — *обратите внимание на приводимые ниже соображения.)*

А. Арифметический метод

а) *Ускорение 9,8 м/сек/сек означает, что за каждую секунду приращение* направленной вниз *скорости мяча составляет* ——— ———. *Приращение* направленной вниз *скорости мяча за 3 сек составляет* ———*м/сек. Но начальная скорость мяча равна 3 м/сек и* направлена вверх, *поэтому если учесть приращение скорости, направленной вниз, то конечная скорость мяча должна быть равна* ——— *м/сек и направлена вниз.*

б) *Чтобы вычислить результирующее расстояние, пройденное мячом при падении, необходимо знать среднюю скорость, направленную вниз. Скорость мяча сначала направлена вверх, а в конце рассматриваемого промежутка времени — вниз. Чтобы правильно найти среднюю скорость, мы не можем просто сложить два числа, выражающие значение скорости, и разделить полученный результат пополам; так нужно было бы сделать, если бы мяч был брошен вниз, как в предыдущей задаче.*

Б. Алгебраический метод

Ускорение $a=+9{,}8$ *м/сек/сек (плюс означает «вниз»); начальная скорость* $v_0=-3$ *м/сек (минус, поскольку скорость направлена вверх); время перемещения* $t=3$ *сек.*

а) *Подстановка в формулу* $v=v_0+at$ *дает*

Конечная скорость $v=$ ———+——— = ——— *м/сек.*

б) *Подстановка в формулу* $s=v_0t+{}^1/_2at^2$ *дает*

Расстояние $s=$ ——— $+{}^1/_2$ (———)=——— *(вверх?/вниз?).*

Задача 14 (самая важная задача)

На дереве на высоте 15 м над землей сидит птица. Человек, стоящий на земле как раз под нею, бросает в птицу вертикально вверх камень, сообщая ему начальную скорость 20 м/сек, направленную вверх. Через какой промежуток времени камень достигнет птицы?

А. Арифметический метод

Решение, основанное на правилах арифметики и соображениях здравого смысла или каком-либо одном из этих способов, оказывается почти безнадежно громоздким. Можно было бы определить, где находится «наивысшая точка» и когда она будет достигнута, а затем решать задачу, отправляясь от этой точки. Алгебраический метод более удобный и более интересный. Трудность заключается в том, что неизвестна скорость камня в момент, когда он достигнет птицы.

Б. Алгебраический метод

Здесь мы должны условиться о различии между направлениями вверх и вниз. Неважно, какому из них вы припишете знак +, пока вы будете придерживаться сделанного выбора. (Испробуйте оба варианта: вы придете к одним и тем же уравнениям и получите одни и те же ответы в обоих случаях.) Представляется более удобным приписать знак + всем расстояниям, скоростям и ускорениям, направленным вверх. Мы будем решать задачу при этом условии. В этом случае (направленное вниз) ускорение следует записать в виде — 9,8 м/сек/сек.
Тогда $v_0=+20$ м/сек; $s=+15$ м; $a=-9,8$ м/сек/сек. Мы хотим определить время t, за которое камень достигнет птицы, сидящей на высоте 15 м над землей.
Подстановка в соотношение $s=v_0t+{}^1/_2at^2$ дает

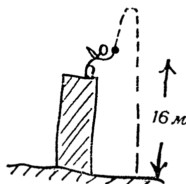
$$________ = (________)t+{}^1/_2(________)t^2.$$

Это обычное квадратное уравнение. Подобно решению всякого квадратного уравнения, решение его дает два ответа. Упростите и решите его любым методом.
Ответы: $t=$ _____ сек, или $t=$_____ сек. Один ответ дает время полета брошенного камня до попадания в птицу. Выскажите свои соображения о значении другого ответа.
Каким образом наш верный слуга — математика при столь ограниченных указаниях мог бы поступить иначе, чем дать оба ответа?

Еще одна задача, подобная задаче 14. Попробуйте решить эту задачу, воспользовавшись методами, о которых говорилось в задачах 11—14, и приводимыми ниже указаниями. Если задача покажется вам слишком трудной, оставьте ее.

Задача 15. Двойные ответы

Человек, стоя на верху башни, бросает вверх камень с начальной скоростью 9,8 м/сек, направленной вверх. Рука человека находится на высоте 16 м над поверхностью земли.
а) Через какой промежуток времени камень упадет на землю?



Фиг. 20. К задаче 15.

[*Указание. Необходимо пользоваться знаками + и —. Если выбирать знак + для направления вверх, то* ускорение должно иметь отрицательное значение, а расстояние s от руки до поверхности земли, направленное вниз, тоже должно иметь отрицательное значение; *что касается начальной скорости, то она будет со знаком +. Если, испытывая отвращение к отрицательным знакам, вы выберете для величин, направленных вниз, знак +, то получите те же уравнения и те же ответы. Испробуйте, если хотите, оба варианта, но* не смешивайте их в одном и том же расчете.]

б) Вы опять-таки получите квадратное уравнение, решение которого приводит к двум ответам. Попробуйте сформулировать смысл «другого ответа». При этом задайте себе вопрос: «Была ли когда-нибудь математическая машина информирована о том, что человек действительно бросил камень?».

Простые задачи на свободное падение (сопротивлением воздуха пренебречь).

При решении задач на ускоренное движение целесообразно привести в порядок данные, с которыми вы будете иметь дело (так поступает хороший инженер). Удобно свести эти данные в таблицу, подобную приведенной, и ставить вопросительный знак против искомых величин, а крестом отмечать величины, которые вам неизвестны и не нужны. (Показанная таблица составлена применительно к задаче 18.) Тогда вам сразу будет видно, каким алгебраическим соотношением удобнее воспользоваться. (В этом примере следует воспользоваться соотношением, которое не содержит значения s.)

v	?
v_0	—1,5 *м/сек*
a	+9,8 *м/сек/сек*
s	×
t	2 *сек*
$\bar{v}$	×

Задача 16

С вертолета, неподвижно висящего над землей, сбрасывают небольшой мешок с почтой.
а) Какова будет скорость мешка спустя 2 сек?
б) Какое расстояние пролетит мешок к концу второй секунды?

Задача 17. Свободное падение с движущегося объекта

С вертолета, опускающегося с постоянной скоростью 1,5 м/сек, сбрасывают небольшой мешок с почтой.
а) Какова будет скорость мешка спустя 2 сек?
б) Какое расстояние пролетит мешок к концу второй секунды?
в) На каком расстоянии от вертолета окажется мешок к концу второй секунды?

Задача 18

С вертолета, поднимающегося вверх с постоянной скоростью 1,5 м/сек, сбрасывают небольшой мешок с почтой.
а) Какова будет скорость мешка спустя 2 сек?
б) Какое расстояние пролетит мешок к концу второй секунды?
в) На каком расстоянии от вертолета окажется мешок к концу второй секунды?

Задача 19. Свободное падение с движущегося предмета

Какое общее свойство можно отметить, рассматривая ответы к задачам 16—18?

Задача 20. (Ответ потребуется для решения последующих задач)

Человек, стоящий на высоте 1,3 м над полом, оступается и падает.

а) Через сколько времени он упадет?

б) Какова будет его скорость непосредственно перед ударом о пол?

Задача 21. Торможение автомобиля

Автомобиль с гладкими шинами на мокром шоссе может развить ускорение $^1/_5$ g и не более. (Чтобы двигаться с ускорением, автомобиль должен испытывать действие какого-то реального, приложенного извне толкающего усилия. Это усилие исходит от дороги, толкающей автомобиль благодаря трению. При шинах с гладким протектором трение может обеспечить ускорение до g/5; при попытке добиться большего ускорения колеса начнут проскальзывать, и трение станет еще меньше, что приведет к еще меньшему ускорению.)

а) Какую скорость разовьет автомобиль через 4 сек при указанном максимальном ускорении?

б) Какое расстояние пройдет автомобиль за 4 сек после начала движения из состояния покоя?

Задача 22. Торможение автомобиля и безопасность

Автомобиль с хорошими тормозами, но с гладкими шинами на мокром шоссе может обладать замедлением при торможении не более $^1/_5$ g (см. задачу 21). Рассмотрите торможение этого автомобиля, ответив на следующие вопросы:

1) Ведя автомобиль со скоростью 36 км/час (=10 м/сек), шофер реагирует на замеченную опасность через 1 сек, принимает решение остановить автомобиль, включает тормоза и старается обеспечить максимальное замедление.

а) Какое расстояние пройдет автомобиль за 1 сек перед торможением?

б) Сколько времени должен действовать тормоз, чтобы скорость автомобиля снизилась с 36 км/час до нуля?

в) Какое расстояние пройдет автомобиль за период торможения?

г) Какое расстояние пройдет автомобиль с момента, когда шофер заметил опасность, до остановки?

2) Предположим, что скорость автомобиля вдвое больше, т. е. 72 км/час. Какой путь пройдет автомобиль за время, указанное в пункте (г)?

3) Автомобиль движется со скоростью 36 км/час, шофер (после секундного размышления и т. д.) нажимает на тормоз так, что шины начинают скользить, трение становится меньше и замедление составляет всего g/8. Какое расстояние пройдет автомобиль до полной остановки? (Трение скольжения, когда автомобиль движется юзом, создает меньшее максимальное усилие, чем трение без проскальзывания.)

4) Максимальное замедление автомобиля с новыми шинами на сухом бетоне составляет g/2. (Трение резины о бетон может обеспечить значительно большее замедление, но большинство тормозных механизмов непригодно для этого.) Вычислите для этого случая полную длину тормозного пути автомобиля, двигавшегося со скоростью 36 км/час.

Задача 23. Значение g в движущейся лаборатории

Современные портативные приборы для измерения времени позволяют отмечать время свободного падения 1—2 м из состояния покоя с точностью, достаточной для определения величины g с ошибкой не более 1%. Предположим, что такой прибор дает значение g=9,8 м/сек^2. Что, по вашему мнению, показал бы такой прибор, если использовать его в следующих условиях:

а) В вагоне поезда, движущегося плавно с постоянной скоростью на горизонтальном участке пути? (Что произойдет, если уронить апельсин в движущемся поезде?)
б) В лифте, движущемся вниз с постоянной скоростью? (Подумайте. .)
в) В лифте, свободно падающем после обрыва троса?
г) В лифте, движущемся вниз с ускорением 4,9 м/сек²?
д) В лифте, движущемся вверх с ускорением 4,9 м/сек²?

Задача 24

За какое время тело, свободно падающее из состояния покоя, пролетит 120 м?

Задача 25

Мяч брошен вверх со скоростью 24 м/сек. На какую высоту он поднимется?

Задача 26

Геолог обнаруживает в скалистой горе глубокую расщелину. Он бросает в нее камень и через 4 сек слышит звук удара камня о дно расщелины.
а) Оцените глубину расщелины.
б) Выскажите свои соображения о точности этого метода.

Задача 27

Камень, брошенный вертикально вверх с начальной скоростью 12 м/сек, через 1 сек попадает в птицу.
а) На какой высоте находится птица над человеком, бросившим камень?
б) Время 1,5 сек приводит к такому же ответу при определении высоты, на которой находится птица. Дайте физическое обоснование этой двойственности.

Задача 28

Зачем нужна электрическая лампочка (или какое-нибудь другое сопротивление) в схеме, изображенной на фиг. 19 (см. задачу 10)?

Задача 29

В опыте, о котором идет речь в задаче 10, могут встретиться следующие трудности:

1) При пуске часов отсчет времени может начаться с опозданием на несколько десятых секунды.

2) При остановке часов прекращение отсчета времени может произойти с опозданием на несколько десятых секунды.

3) Штыри, прижимающие шар и удерживающие его у потолка, могут сообщить шару, когда его отпускают, небольшой толчок, направленный вниз.

4) Заметную роль может сыграть сопротивление воздуха.

а) Укажите для каждого из факторов 1—4 (считая его единственным действующим фактором), приведет ли он к завышенному или заниженному значению g; дайте краткое обоснование вашего ответа.
б) Что произойдет, если факторы 1 и 2 действуют одновременно и примерно одинаково?
в) Предложите эксперименты, с помощью которых можно было бы проверить действие каждого из мешающих факторов 1 и 2. Опишите их, снабдив, где можно, эскизами.

ГЛАВА 2 • ПОЛЕТ СНАРЯДОВ. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ: ВЕКТОРЫ

«Какие надежды и опасения таит в себе научный метод для человечества? Я не считаю это правильной постановкой вопроса. Что создаст этот инструмент в руках человека, всецело зависит от характера тех целей, к которым стремится современное человечество. Коль скоро эти цели существуют, научный метод дает средства для их реализации. Однако он не может предоставить сами цели. Сам по себе научный метод никуда нас не приводит; он и не появился бы без страстного стремления к познанию».

А. Эйнштейн

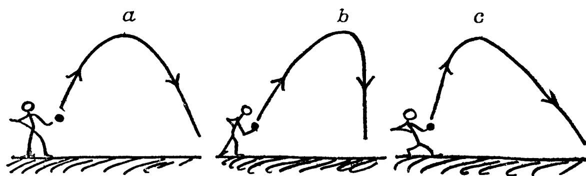
Эксперименты

Эту главу можно было бы начать с простых правил, определяющих полет снарядов. В современных учебниках по баллистике, науке о движении снарядов, вы найдете глубокие сведения и еще более глубокие и трудные для понимания правила. В учебниках упоминаются древние предрассудки с единственной целью посмеяться над ними и говорится, что простые правила Галилея мало пригодны для современного артиллерийского дела. Но такое начало лишило бы вас и доли того наслаждения, которое испытывали великие экспериментаторы. Поэтому, пожалуйста, начните с собственных экспериментов.

Бросьте в сторону от себя камень или монету и понаблюдайте за их движением. Попробуйте проделать этот опыт с самыми различными предметами — от тяжелого камня до комка смятой бумаги. Выпустите из рук одновременно два камня: один уроните так, чтобы он свободно падал вниз, а другой бросьте горизонтально. Проделайте какие-нибудь другие опыты, сопоставьте свои наблюдения и попытайтесь выяснить простые правила или сделать обобщения.

Понаблюдайте за движением камня или бейсбольного мяча, летящего по криволинейной траектории. Назвать эту кривую «параболой» было бы и неверно, и для нас пока бесполезно. Однако с точки зрения правильного научного подхода важно отметить,

что эта кривая почти симметрична и похожа на кривую *a* на фиг. 21, а не на кривую *b* или *c*. Это приводит к выводу, что движение по нисходящей ветви кривой совпадает с движением по восходящей ветви. Возможно, движение по восходящей и нисходящей ветви



Фиг. 21. Траектории летящего снаряда.

продолжается одинаковое время,— это предположение поддается непосредственной проверке.

Внимательный экспериментатор, проводя опыты с самыми различными материалами, такими, как свинец, камень, дерево, пробка, скомканная бумага, заметит, что траектория движения куска пробки или комка бумаги ближе к кривой *b*, нежели к кривой *a*.

В XVI столетии люди верили в то, что более тяжелые предметы пропорционально их весу падают быстрее. Представление о траектории движения снаряда было еще более странным. Говорили, что траектория эта состоит из трех участков (фиг. 22): *A* — на-



Фиг. 22. Средневековое представление о траектории полета снаряда.

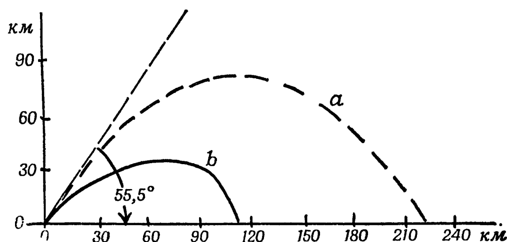
сильственного движения (по прямой, не зависящей от силы тяжести)[1]; *B* — смешанного движения; *C* — естественного движения (при котором ядро падает на солдат противника сверху). Производя опыты с комком смятой бумаги, вы поймете, как возникло та-

[1] Если вы склонны посмеяться над этим древним представлением, то спросите своих друзей, как предложил Лойд Тэйлор, какую траекторию вычерчивает современная винтовочная пуля непосредственно после вылета из ствола. Летит она по прямой или сразу же начинает падать?

кое представление и почему было неразумно применять его к движению плотных пушечных ядер. Ситуация осложнялась совместным действием сопротивления воздуха и силы тяжести. Галилей не учитывал сопротивление воздуха и рассуждал, что́ произошло бы, если бы его не было. Пушечные ядра того времени летели столь медленно, что сопротивление воздуха играло весьма небольшую роль, и артиллеристы вполне могли с помощью правила Галилея рассчитать точное попадание в цель. Как это обычно бывает, практики долго не обращают внимания на высказывания ученых, и к тому времени, когда канониры приняли теорию Галилея, она стала уже бесполезной вследствие возросшей скорости снарядов.

Фиг. 23. Траектория полета снаряда.

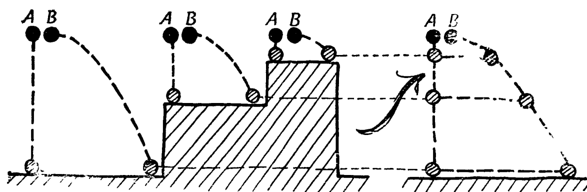
а и *b* — траектории снаряда, выпущенного с начальной скоростью 1,5 *км/сек* под углом 55,5° к горизонту.



Тем временем Ньютон и другие ученые создали более пригодную для практических целей теорию, в которой учитывалось сопротивление воздуха. Теперь, спусти три столетия, снаряды движутся столь быстро, что сопротивление воздуха оказывает уже очень значительное влияние на их полет. На фиг. 23 показаны траектории крупного снаряда, движущегося с большой скоростью: буквой *а* отмечена «идеальная» траектория в отсутствие сопротивления воздуха, как ее изобразил бы Галилей, а буквой *b* — действительная траектория движения в воздухе при том же наклоне ствола и той же начальной скорости. В современной баллистике для решения реальных задач с большим числом условий широко используется математика и даже электронные вычислительные машины. Все это вопросы техники или прикладной математики, знание которых нисколько не поможет нам в изучении развития механики. Поэтому мы ограничимся простым случаем, когда сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Галилей пытался отделить движение летящего снаряда по вертикали вверх и вниз от его горизонтального движения. Эксперимент подтверждает правильность такого подхода и показывает, что эти два движения не зависят одно от другого. Попробуйте про-

верить это сами. Бросьте один камень горизонтально, а другой выпустите из рук в то же мгновение, причем так, чтобы он свободно падал по вертикали. Оба камня ударятся о пол одновременно Камень B, движущийся по кривой, чтобы достигнуть пола, должен совершить такое же перемещение по *вертикали*, как и камень A, падающий вертикально. Оба камня тратят на перемещение по вертикали одинаковое время. Какое взаимное положение занимают камни A и B в промежуточных точках своего падения? Находятся ли они все время на одном уровне? Чтобы проверить это,



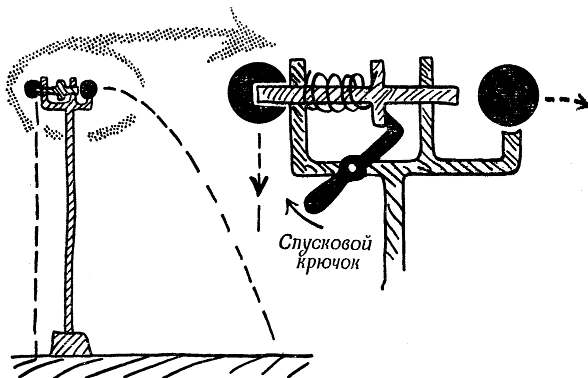
Фиг. 24. Сравнение двух движений.
Свободно падающий камень A и камень B, летящий горизонтально, находятся все время на одном уровне.

совсем не нужно прибегать к помощи наблюдателей, которые следили бы за движением обоих камней на различных уровнях. Вместо этого можно «поднять» пол, сократив тем самым продолжительность падения, и повторить опыт (фиг. 24). Можно поступить еще проще, выбрав исходную точку ниже, ближе к полу. Если камни A и B ударятся об пол одновременно, независимо от того, с какой высоты они сброшены, то можно с уверенностью сказать, что оба камня в своем перемещении вниз все время находятся на одном уровне. Обратите внимание, как несколькими последовательными опытами можно заменить сложный комплекс одновременных наблюдений. Полагаясь на вывод, сделанный на основе такой серии опытов, мы исходим из предположения о «единстве природы».

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

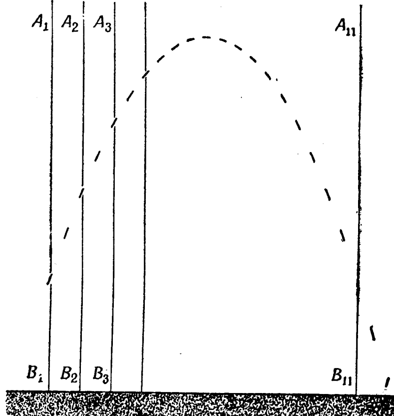
Опыт 1. *Вертикальное и горизонтальное движения не зависят одно от другого.* На фиг. 25 показан простой демонстрационный опыт: два металлических шарика выпускаются при помощи небольшой пружинной пушки. Пушка с пружиной сообщает металлическому шарику горизонтальную скорость; в тот же момент другой шарик освобождается и начинает свободно падать. Защелка освобождает толкатель, который под действием сжатой пружины движется в сторону шарика, свободно лежащего на опоре. Когда толкатель ударяет по шарику, сообщая ему горизонтальную скорость, левый конец толкателя выходит из канала внутри

второго шарика, который начинает свободно падать. Оба шарика падают подобно камням A и B, о которых говорилось выше. Советуем вам внимательно последить за этим опытом и попросить, чтобы его повторили для разных высот.



Фиг. 25. Демонстрационный опыт.

Опыт 2. *Горизонтальное движение остается неизменным.* Летящий снаряд движется *по вертикали* с ускорением силы тяжести совершенно независимо от его горизонтального движения. Какова особенность *горизонтального* движения? Симметричная траектория движения камня или шара дает основание считать, что горизонтальное движение не замедляется, иначе траектория походила бы скорее на кривую b на фиг. 21. Галилей, восставая против средневековых представлений, согласно которым для поддержания любого движения необходимо непрерывно прилагать силу (будь то сила земного тяготения, «нечистая сила» или порыв ветра), высказал предположение, что горизонтальное движение остается неизменным, поскольку отсутствует тяговое усилие, подобное силе земного тяготения, которое бы ускоряло или замедляло его. В одной из последующих глав вы увидите, как Галилей пришел к этому выводу

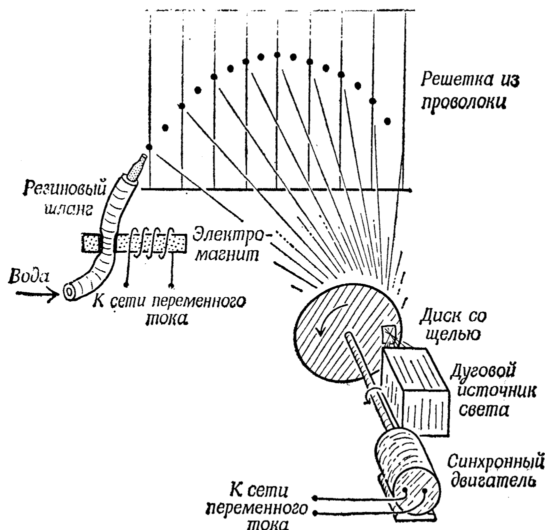


Фиг. 26. Траектория летящего тела, сфотографированного при помощи световых вспышек.

путем теоретических рассуждений. Можно непосредственно проверить

это предположение [1]. На фиг. 26 показана фотография шарика, брошенного в воздух, полученная при помощи серии коротких световых вспышек, следующих через равные промежутки времени. Произведите сами измерения по траектории на фотографии, проведя линии A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3. Вы увидите, что линии разделены равными промежутками: $A_1A_2=A_2A_3=\ldots$ Шарик поднимается по вертикали все медленнее и медленнее, а затем падает все быстрее и быстрее; в перемещении же по горизонтали он движется, не ускоряясь и не замедляясь. Горизонтальное движение летящего шарика остается неизменным.

[1] Полезно было бы посмотреть такой опыт. Струя из водяных капелек выпускается из форсунки и освещается вспышками света, которые повторяются с такой же частотой, как импульсы форсунки. Этот эффект можно наблюдать в кино при изображении вращающегося колеса телеги, когда промежуток времени между кадрами оказывается как раз достаточным для поворота колеса на угол, образуемый двумя спицами; при этом спицы движутся «все вместе» между кадрами, и изображение на экране кажется неподвижным. Колесо как бы проскальзывает не вращаясь. Если увеличить скорость



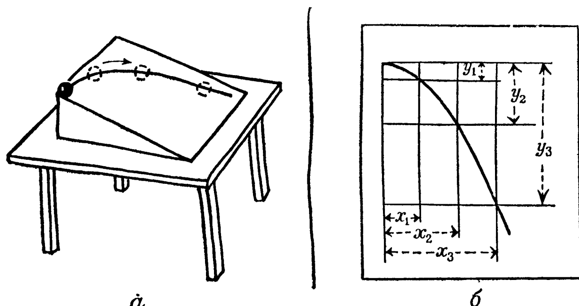
Фиг. 27. Стробоскопическое освещение потока водяных капелек.

вращения колеса на 10% (или замедлить съемку), то будет казаться, что колесо вращается, но со скоростью, равной примерно $^1/_{10}$ действительной скорости. В кино этот эффект нежелателен, однако в физике или технике такое прерывистое, или стробоскопическое, освещение часто используют, чтобы «заморозить», или замедлить, быстрое движение одинаковых предметов — спиц колеса или капелек воды. Подобное освещение можно использовать при изучении быстрых колебаний (например, звонка или струны скрипки). На фиг. 27 показана схема опыта с водяными капельками. Вода поступает из резервуара к небольшому стеклянному соплу по резиновой трубке, которая зажимается электромагнитом. Электромагнит, питаемый

Галилей знал об этом свойстве движущихся предметов и передал эти представления Ньютону. В течение многих столетий

переменным током, сжимает трубку 120 раз в секунду (дважды за период переменного тока), в результате чего возникает струя из капелек, испускаемых с частотой 120 капелек в секунду. Струя освещается небольшим фонарем и располагается перед экраном, отбрасывая на него тень. При постоянном освещении струя кажется непрерывной. Если же между фонарем и струей расположить вращающийся непрозрачный диск с прорезью, то при освещении проходящими через прорезь вспышками света будут видны отдельные капельки. Диск с прорезью может приводиться во вращение синхронным двигателем, работающим от сети переменного тока. Тогда вспышки света будут синхронны с появлением капелек, и картина станет неподвижной. Для измерений на экран можно, кроме того, спроецировать прямоугольную сетку из проволоки.

В простом демонстрационном опыте можно рассматривать движение шариков или водяных капель перед классной доской, вычертить и проана-



Фиг. 28. Демонстрация и анализ движения тела, находящегося под действием некоторой доли силы тяжести.

а — шар катится по наклонной плоскости; *б* — траектория движения шара, записанная на бумаге.

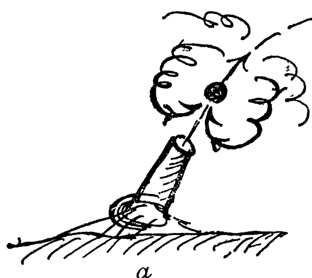
лизировать криволинейную траекторию движения. Вы можете проделать опыт и самостоятельно, скатывая шарик по наклонной плоскости, когда он совершает движение под действием некоторой доли силы тяжести. На фиг. 28 показана схема такого опыта. Шарик движется поперек и одновременно скатывается вниз по наклонной плоскости, оставляя след при движении (для этого использована копировальная бумага). Чтобы произвести анализ движения, изобразите на листе бумаги, на котором вычерчена траектория движения, прямые с координатами

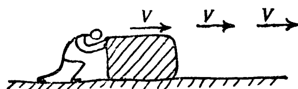
$$x_2 = 2x_1,$$
$$x_3 = 3x_1 \text{ и т. д.}$$

Измерьте y_1, y_2 и т. д. и проверьте, выполняются ли соотношения

$$y_2 = 2^2 y_1,$$
$$y_3 = 3^2 y_1 \text{ и т. д.}$$

до него большинство ученых настаивало на том, что для поддержания постоянной скорости движения необходимо действие силы. Это представление древних и сегодня находит отклик, если мы полагаемся на здравый смысл. Чтобы ящик двигался по полу, вам приходится его толкать; автомобиль, катящийся по горизонтальному участку пути, потребляет бензин, и двигатель каким-то образом создает постоянное усилие. Если вы оставите движущийся предмет в покое, говорили древние, то он остановится. Но для Галилея и Ньютона шероховатый пол и ветер не оставляют движущееся тело в покое: они создают силы, которые действуют на





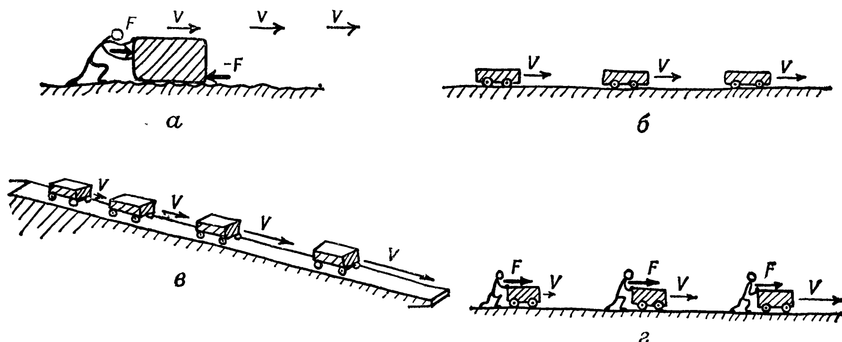
Фиг. 29. Средневековые представления о движении.

а — движение пушечного ядра поддерживается напором движущегося воздуха; *б* — чтобы поддерживать движение тела неизменным, необходимо толкающее усилие.

тело и препятствуют его движению (мы называем их силами трения или сопротивления воздуха). Массивное пушечное ядро, движущееся с небольшой скоростью, испытывает лишь незначительное сопротивление воздуха; оно почти предоставлено самому себе в отношении движения по горизонтали и сохраняет это движение. Отсюда возникает новое представление о движении, согласно которому движению тела присуще нечто, что поддерживает его, пока тело не встречает противодействия. Это нечто было названо мыслителями XIV столетия в Париже и Оксфорде «импульсом». Их труды дошли до Леонардо да Винчи примерно в 1500 г., а до Галилея около 1600 г. и оказали на них влияние. Если бы существовало книгопечатание, то современные взгляды на движение, возможно, распространились бы еще за три столетия до Галилея. *Импульс* — удобное название этого качества движущегося тела, имеющее в современном словаре оттенок значения «движущий вперед». Впоследствии мы изменим это название на термин «количество движения», которому мы придадим более точный смысл [1]. Об-

[1] В большинстве книг по физике оба термина *импульс* и *количество движения* используются на равных правах. — *Прим. ред.*

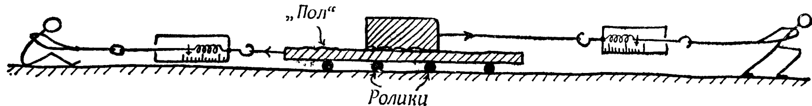
ратите внимание, что ни одно из этих слов ничего не объясняет: это в лучшем случае этикетки, наводящие на мысль, напоминающие о том, что движущееся тело несет свое движение с собой и не нуждается для его поддержания в усилии. Слово «импульс» латинского происхождения, оно обозначает «движение».



Фиг. 30. Представления Галилея и Ньютона о движении.

а — при равномерном движении результирующая сила равна нулю; *б* — тележка, движущаяся по горизонтальному участку пути, обладает «импульсом»; *в* — сила, параллельная наклонной плоскости, составляет некоторую долю силы тяжести; *г* — действующая на тело результирующая сила увеличивает импульс тела.

Наблюдая за движением пушечного ядра, Галилей говорил, что пушка сообщает ядру импульс, который *ядро сохраняет*. Горизонтальная часть этого импульса остается неизменной. Вертикальная часть, или, как мы говорим, вертикальная составляющая, изменяется под действием силы тяжести, как и при движении любого другого падающего тела. Если к ящику нужно прилагать постоянное усилие, чтобы он продолжал двигаться по полу, то



Фиг. 31. Демонстрация равномерного движения тела.

Один наблюдатель тянет ящик по шероховатому «полу», измеряя силу тяги пружинными весами. «Пол» опирается на ролики без трения. Второй наблюдатель удерживает «пол» при помощи пружинных весов.

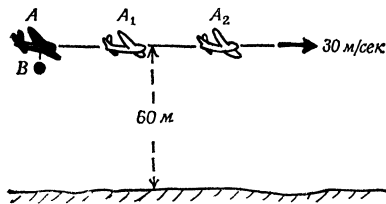
это значит, что пол создает силы, препятствующие движению. Галилей и Ньютон сказали бы, что нашего постоянного усилия, направленного вперед, как раз достаточно для противодействия этой

тормозящей силе. И в этом случае, когда ящик движется с постоянной скоростью, действующая на него суммарная сила равна нулю. На фиг. 31 показана схема опыта, предназначенного для доказательства этого утверждения, однако в этом доказательстве скрыт один существенный дефект. Дело в том, что трудно или даже невозможно произвести честную экспериментальную проверку утверждения, что сила, направленная вперед, и сила трения о пол в точности равны и противоположны друг другу. На данном этапе вы должны принять это как изложение нашей точки зрения. Мы впоследствии вернемся к этому представлению. Пока запомните, что, согласно прямым наблюдениям, для всех летящих тел, когда сопротивлением воздуха можно пренебречь:

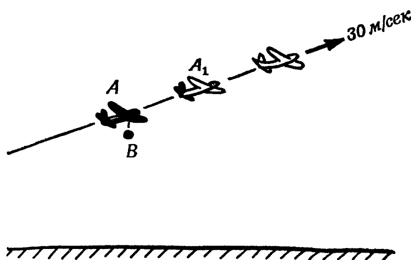
1) *движение не зависит от размеров или массы предмета*;
2) *вертикальное и горизонтальное движения независимы*;
3) *вертикальное движение происходит с постоянным ускорением, направленным вниз, как и ускорение любого свободно падающего тела*;
4) *горизонтальное движение остается неизменным.*

Задача 1. Полет снаряда

Начертите график, изображающий движение бомбы, сброшенной с самолета, применив приведенные выше простые рассуждения. Самолет A (фиг. 32), летящий горизонтально на высоте 60 м над землей со скоростью 30 м/сек, сбрасывает бомбу B.



Фиг. 32. К задаче 1.



Фиг. 33. К задаче 2.

а) Начертите график, изображающий положения A и B в примерном масштабе спустя 1, 2, 3, 4, 5 сек после того, как бомба B отделилась от самолета. Обозначьте эти положения через A_1 и B_1, A_2 и B_2 и т. д. Считайте, что сопротивлением воздуха можно пренебречь. (Эксперименты показывают, что при таких скоростях сопротивление воздуха лишь незначительно влияет на движение бомбы.)

б) Представьте, что самолет сбрасывает вдвое более тяжелую бомбу. Какова будет ее траектория по сравнению с первой бомбой, если сопротивлением опять-таки можно пренебречь?

в) Представьте, что самолет сбрасывает деревянную бомбу W, на движении которой заметно сказывается сопротивление воздуха. Начертите вероятную траекторию бомбы W, сделав необходимые разумные предположения; отметьте несколько положений W и A.

Задача 2

Представьте себе, что самолет в задаче 1 летит не горизонтально, а по наклонной прямой (фиг. 33), неизменно набирая высоту с постоянной скоростью.

а) Каково будет в этом случае движение бомбы в самом начале, когда она отделяется от самолета?

б) Забыв на некоторое время о самолете, опишите словами и начертите траекторию любого летящего массивного снаряда, движение которого начинается таким образом. (Если вы не уверены в своих предположениях, проведите необходимый опыт.)

в) Начертите график, изобразив несколько положений бомбы B. Покажите соответствующие положения самолета A. (Указание. Поскольку самолет летит с постоянной скоростью, он обладает постоянной горизонтальной составляющей скорости. Бомба... .)

Задача 3

Если вам удалось решить задачу 2, то вы должны были сделать дополнительное предположение относительно вертикальной составляющей полета снаряда, которое не требовалось в задаче 1. Что это за предположение?

Вы можете убедиться в том, как «правила», выведенные из эксперимента, могут быть использованы в практических целях. В средние века эти правила Галилея могли быть полезны в артиллерийском деле. В наше время они служат отправной точкой для современной баллистики, в которой детально учитываются такие эффекты, как сопротивление воздуха, движение Земли и даже переменная величина силы земного тяготения.

Полет тел и относительное движение

Галилей проделал воображаемые опыты на борту корабля, чтобы показать, что движение можно разложить на составляющие и что равномерное движение «лаборатории» можно не принимать во внимание. Предлагаемая ниже задача объясняет некоторые свойства относительного движения.

Задача 4 (трудная, но важная). Начало принципа относительности Галилея

Пассажир, находящийся в вагоне поезда, роняет апельсин. Апельсин падает ему на ноги. В рассуждениях, которые следуют ниже, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

1) Представьте себе, что вагон неподвижен. Какова в этом случае траектория движения апельсина?

2) Представьте себе, что вагон движется вперед с постоянной скоростью, скажем 20 км/час. В этом случае, до того как апельсин выпал из рук, он двигался вместе с пассажиром и вагоном с постоянной скоростью 20 км/час, направленной вперед. Таким образом, когда апельсин был выпущен из рук, он начал движение вперед со скоростью 20 км/час и стал падать.

а) Что произойдет с движением апельсина вниз с течением времени?

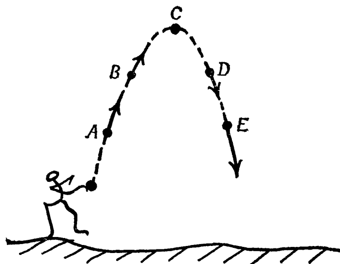
б) Что произойдет с движением апельсина вперед с течением времени?

в) Представьте себе, что неподвижный наблюдатель, стоящий у полотна железной дороги, смотрит в окно. Начертите траекторию апельсина, какой ее видит этот наблюдатель. Отметьте три или четыре положения падающего апельсина O_1, O_2, ...; отметьте соответствующие положения ног пассажира, F_1, F_2, ...

г) Начертите траекторию, наблюдаемую пассажиром в вагоне, отметив несколько этапов.

д) Представьте себе, что шторы в окне опущены и пассажир не может видеть того, что за окном. Считайте, что поезд движется плавно, без толчков. Может ли пассажир на основании опытов с апельсином внутри вагона решить, что вагон движется? Если да, то какие наблюдения позволили бы ему сделать этот вывод? Если нет, то насколько реально *движение вагона? Есть ли какая-нибудь разница для пассажира (поскольку это касается экспериментов с бросанием апельсина), движется ли вагон вперед или же вся местность, лежащая за пределами вагона, движется назад? (С подобных вопросов начинается рассмотрение принципа относительности — сначала относительности медленного равномерного движения, о которой знал Галилей и которая является содержанием этой задачи, а потом относительности, которую рассматривал Эйнштейн. Следуя Эйнштейну, современные физики считают, что если эксперимент не в состоянии дать ответа на какой-то вопрос, то сам вопрос поставлен неправильно и представляет собой бессмысленную попытку доискиваться знания там, где это невозможно.)*

На самом деле летящее тело не совершает отдельно горизонтального и вертикального движения. Когда тело движется по криволинейной траектории, направление его движения в любой



Фиг. 34. Движение летящего тела.

момент совпадает с направлением касательной. Поднимаясь от A к B и C (фиг. 34), тело движется все медленнее и медленнее, а затем, падая от C до D и E, движется все быстрее и быстрее;

скорость тела при этом изменяется, поскольку изменяется под действием «земного тяготения» вертикальная составляющая.

Задача 5

Как видно из фиг. 26 (стр. 83), шарик за время каждой короткой вспышки оставляет небольшую метку.

а) Какую информацию можно извлечь, анализируя длины *меток?*

б) Какую информацию можно извлечь, анализируя направление *меток?*

в) Как можно по самим меткам (а не по расстоянию между ними) определить, происходит ли горизонтальное движение с постоянной скоростью?

г) Как можно по самим меткам сделать вывод относительно вертикального ускорения?

д) Верхняя метка выглядит почти как точка. Какой вид она должна иметь — точки или черточки? Почему?

е) Какое видоизменение опыта вы бы предложили, чтобы доказать ваш ответ на вопрос (д)?

ж) При фотографировании шарик не был просто брошен один раз и сфотографирован; пришлось сделать много фотографий и выбрать из них одну. Как по-вашему, по какой причине это пришлось сделать (возможную недостаточную квалификацию фотографа во внимание не принимать)?

Разложение движения по действительной траектории на горизонтальное и вертикальное (т. е. на *компоненты*) представляет собой искусственный прием, который принимается без доказательств. Каким правилам подчиняется разложение на компоненты, а также обратный процесс сложения компонент? Процесс сложения отдельных движений в одно движение, которое мы называем *результирующим*, имеет важное значение в навигации, где приходится складывать движения корабля и океанских течений или движения самолета и ветра. В следующем разделе мы займемся изучением такого сложения движений.

Геометрическое сложение

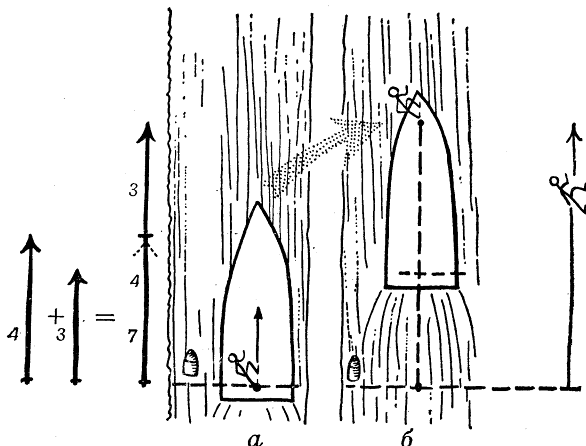
Наблюдая за полетом камня в воздухе по криволинейной траектории, никто не стал бы подразделять его на вертикальное и неизменное горизонтальное движения, а мы, как ученые, намерены проделать это разделение или анализ и обнаружить, что оба эти движения различного типа и не зависят одно от другого. Тут сразу же возникает ряд вопросов:

а) Каким образом разлагается на две составляющие, или компоненты, одно движение по наклонной прямой?

б) Каким образом два отдельных движения складываются в одно движение?

Мы можем угадать ответ на второй вопрос и использовать его, чтобы ответить на первый. Если попытаться сложить два или не-

сколько *движений*, то нам придется следить за передвижением в различных направлениях. Вместо этого пусть движения совершаются в течение некоторого промежутка времени, скажем одного часа, а затем рассмотрим *расстояния, пройденные* за этот промежуток времени. Тогда задача сложения движений сведется к простой задаче сложения пройденных расстояний или перемещений [1]. Совпадают ли здесь правила сложения с правилом сложения в арифметике, когда, складывая 2 и 3, мы получаем 5?



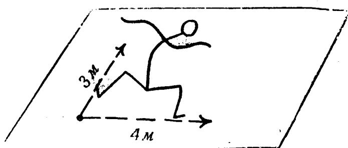
Фиг. 35. Сложение движений, совершаемых в одном и том же направлении.

а — лодка плывет со скоростью 3 *км/час*; человек идет со скоростью 4 *км/час*; *б* — скорость по отношению к берегу 7 *км/час*.

Эксперимент вскоре убеждает нас в том, что это правило действует лишь в том случае, если отдельные складываемые перемещения происходят по прямой линии в одном и том же направлении. Тогда перемещение на 4 *м* в направлении на север и 3 *м* в направлении на север дают суммарное перемещение в направлении на север, равное 7 *м*; следовательно, скорость 4 *м/сек* и скорость 3 *м/сек*, обе в северном направлении, дают суммарную скорость 7 *м/сек* в северном направлении; скорость 4 *км/час* плюс 3 *км/час*, обе в одном и том же направлении, дают суммарную скорость 7 *км/час* (фиг. 35)

[1] Для таких направленных расстояний принят технический термин «смещение».

Если же направления движения оказываются различными, то простая арифметика бессильна. Если к перемещению на 3 *м* в северном направлении прибавить перемещение на 4 *м* в восточном направлении, то мы не получим перемещения на 7 *м*. Точно так же скорость 4 *км/час* в направлении на восток плюс скорость 3 *км/час* в направлении на север не даст в сумме скорости 7 *км/час* в каком-либо направлении. Чтобы действовать в соответствии с наблюдаемыми в жизни фактами, мы должны пользоваться другим типом сложения, которое мы называем *геометрическим сложением*.



Фиг. 36. Попытка сложить два движения, совершаемых в разных направлениях.

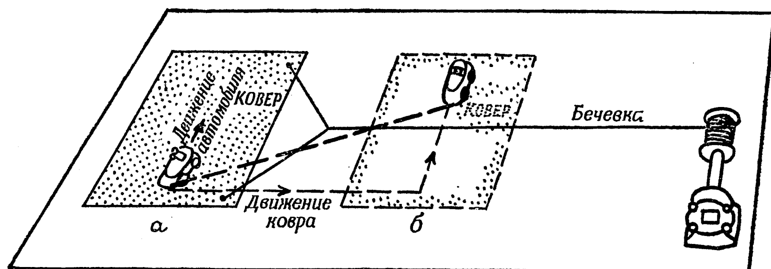
Здравый смысл (в данном случае простые сведения, приобретенные при ходьбе пешком, вождении автомашин, плавании на лодке и т. д.) подсказывает, как следует производить геометрическое сложение. Предположим, вы хотите сложить перемещения на 4 *м* к востоку и на 3 *м* к северу, чтобы *найти одно перемещение, которое привело бы вас из исходной точки в пункт назначения*. На первый взгляд это кажется несерьезным, но попробуйте проделать это сами. Станьте лицом к северу, поставив ноги вместе. Затем



Фиг. 37. Сложение движений.

попытайтесь проделать оба эти перемещения, т. е. 4 шага вправо и 3 шага вперед одновременно. Можно попытаться проделать это, совершая каждое перемещение одной ногой — правой в сторону, а левой одновременно вперед. Однако в результате можно оказаться в довольно неудобном положении (фиг. 36). Лучше проделать сперва одно перемещение, а затем другое, иначе говоря, продвинуться на 4 шага вправо, а затем сделать 3 шага вперед (фиг. 37).

Можно проделать эти перемещения в другом порядке и прийти в тот же пункт назначения. Если бы вы смогли как-то проделать оба перемещения одновременно, то пришли бы в ту же конечную точку. В самом деле, это можно проделать, если приспособить ковер, который передвигался бы по полу при помощи электромотора. Тогда, став на ковер (на фиг. 38 показан игрушечный автомобиль



Фиг. 38. Сложение движений.

Игрушечный автомобиль движется по ковру, а ковер в это время тянет по полу электродвигатель. Движение автомобиля по отношению к полу совершается по диагонали.

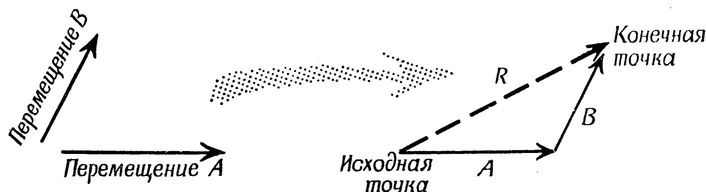
на коврике), можно было бы включить мотор, чтобы он протащил ковер на 4 шага вправо, а самому в это время сделать 3 шага вперед. По отношению к ковру вы сделаете только 3 шага вперед. С высоты птичьего полета покажется, что вы проделываете оба перемещения одновременно и приходите в тот же пункт назначения,



Фиг. 39. Сложение перемещений, происходящих под прямым углом.

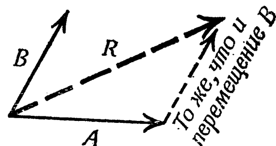
как если бы вы сперва проделали одно перемещение, а потом другое. Какое единственное перемещение могло бы заменить эти два, проделанные одновременно или по отдельности, и привести вас в тот же пункт назначения? Простое перемещение по прямой линии из исходной точки в конечную. Это перемещение называют *суммой обоих перемещений*. Если начертить перемещения в масштабе на бумаге, как на фиг. 39, то однократным перемещением, которое

заменило бы оба перемещения (если бы они были сделаны по отдельности), будет перемещение **R**. Если перемещения совершаются не под прямым углом, то применимо такое же изображение в мас-



Фиг. 40. Сложение перемещений.

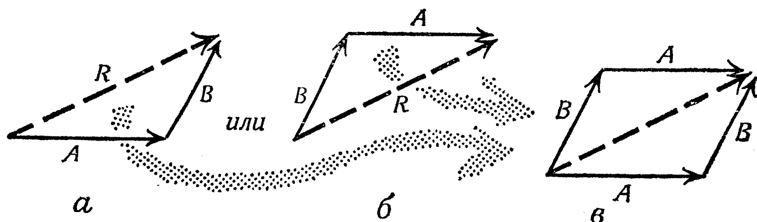
штабе, как показано на фиг. 40. Если перемещения совершаются одновременно (так бывает, когда полет самолета происходит при наличии ветра) мы можем по-прежнему считать, что сначала про-



Фиг. 41. Сложение перемещений.

исходит одно перемещение, а потом другое, и прийти к результирующему перемещению **R** (фиг. 41).

Мы находим результирующее перемещение, беря сначала одно перемещение, а затем другое, как показано на фиг. 42, *а* или *б*.

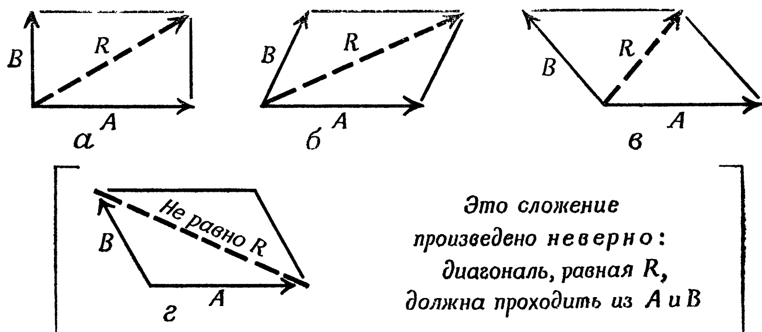


Фиг. 42. Сложение перемещений.

Объединяя обе эти фигуры (фиг. 42, *в*), мы видим, что результирующее перемещение дается диагональю параллелограмма, сторонами которого служат первоначальные перемещения.

Это правило для сложения перемещений несомненно верно; в этом нас убеждает здравый смысл, основанный на опыте, приобретенном начиная с раннего детства.

Это правило можно обратить и разложить перемещение **R** на компоненты **A** и **B**. Эти компоненты — одна из возможных пар

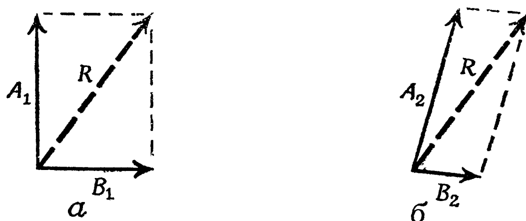


Фиг. 43 Примеры сложения перемещений по правилу параллелограмма.

перемещений, которые вместе дают **R**. Существует бесконечное множество таких пар, каждая из которых дает в сумме одно и то же перемещение **R**.

Задача 6

а) На фиг. 44, а изображено перемещение **R**, *разложенное на две компоненты* $\mathbf{A}_1$ *и* $\mathbf{B}_1$; *на фиг. 44, б показано то же самое перемещение* **R**, *разложенное на другую пару компонент* $\mathbf{A}_2$ *и* $\mathbf{B}_2$. *Скопируйте эти рисунки и добавьте*



Фиг. 44. Вектор **R** *можно разложить на компоненты* $\mathbf{A}_1$ *и* $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{A}_2$ *и* $\mathbf{B}_2$ *или на другие пары компонент.*
Компоненты вектора **R** не обязательно должны составлять между собой угол 90°.

к ним еще несколько, на каждом из которых было бы изображено то же самое перемещение **R**, *разложенное на другие компоненты:* $\mathbf{A}_3$, $\mathbf{B}_3$, $\mathbf{A}_4$, $\mathbf{B}_4$ *и т. д.*

б) Покажите, что компоненте **A** *можно придать* любое направление и любую величину *и при этом найти такую компоненту* **B**, *которая в сумме с* **A** *даст* **R**. *(Это равносильно вычитанию векторов* **R—A**, *которое находит применение в физике и встретится нам в дальнейшем.)*

Скорость

Направление перемещения имеет столь же важное значение, как и величина. В физике *скорость* связывают с *определенным направлением.* Скорость обладает обоими качествами: величиной и направлением [1]. Подчиняются ли скорости правилу геометрического сложения? Или, как сказал бы ученый, являются ли скорости «векторами»?

Векторы (определение)

Векторы — это величины, складываемые геометрическим способом. Они называются «векторами»[2] потому, что их можно охарактеризовать, проведя отрезок прямой, показывающий как величину вектора (в некотором масштабе), так и его направление.

Правило сложения двух векторов

Геометрическое сложение описывается следующим правилом. (Согласно определению векторов, оно автоматически применимо к ним.)

Чтобы сложить два вектора, выбирают подходящий масштаб и вычерчивают их в этом масштабе из одной точки, а затем строят на складываемых векторах параллелограмм. Тогда сумма векторов будет изображаться диагональю параллелограмма, соединяющей исходную точку с противолежащей вершиной.

При таком способе сложения *сумма* нескольких векторов определяется как *единственный вектор, который может заменить первоначальные векторы, или производит такой же физический эффект.*

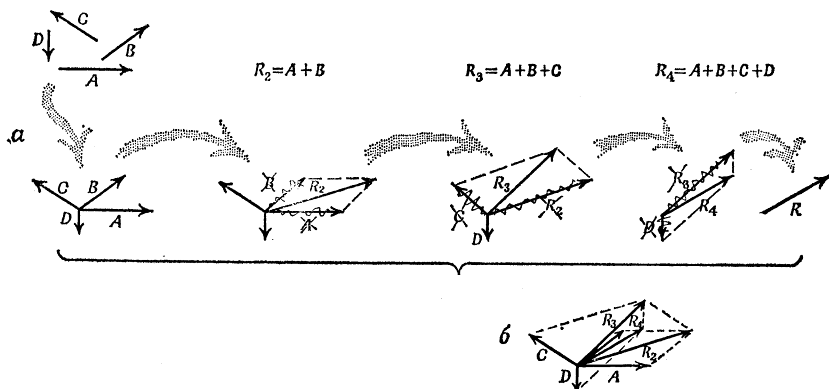
Подобно тому как векторы **A** и **B** дают при сложении сумму $\mathbf{R}_2$ (фиг. 45), можно сложить векторы **A** и **B** и **C**, прибавив **C** к

---

[1] В обиходном языке, говоря о скорости, имеют в виду, насколько быстро движется предмет по какой-либо траектории — прямолинейной или искривленной. В физике скорость — это перемещение за единицу времени в определенном направлении, представляющее собой вектор. Чтобы задать скорость, указывают число, единицу измерения и направление, например 15 *км/час* в северном направлении.

[2] Слово «вектор» происходит от латинского глагола, означающего «везти», «нести» или «транспортировать».

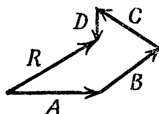
$\mathbf{R}_2$, в результате чего получим вектор $\mathbf{R}_3$. Прибавляя далее вектор $\mathbf{D}$, получаем $\mathbf{R}_4$ и т. д. Или, проще говоря, любое количество векторов можно складывать, проводя следующий прибавляемый вектор из конца предыдущего, как показано на фиг. 46 (этот рисунок представляет собой лишь упрощение фиг. 45, *б*), и их сумма



Фиг. 45. Сложение векторов путем построения параллелограмма.
а — этапы построения; *б* — результат построения.

будет изображаться вектором, соединяющим исходную точку с конечной.

Какие величины относятся к векторам? Иначе говоря, какие величины складываются геометрически по правилу параллелограмма? Векторами являются перемещения, или, если называть



Фиг. 46. Сложение векторов путем построения многоугольника.

их более строго, «направленные расстояния» или «смещения». Раз перемещения — векторы, то достаточно разделить их на промежуток времени, за который происходит перемещение, чтобы увидеть, что скорости — тоже векторы. Продолжая этот подход, мы видим, что ускорения — тоже векторы [1]. Нам встретятся и другие век-

[1] *Перемещение* — это вектор. *Скорость* — это ведь перемещение в час, поэтому и скорость — вектор. Следовательно, *изменение скорости* (приращение или убыль скорости) — тоже вектор. *Ускорение* есть *изменение скорости в час*, поэтому и *ускорение* — вектор.

торы, другие величины, которые нужно измерять с помощью приборов и которые подчиняются правилу геометрического сложения. Здесь возникает важный вопрос: являются ли силы векторами, т. е. подчиняются ли они правилам геометрического сложения? На этот вопрос нельзя ответить, просто подумав [1]. Ответ не очевиден и требует предварительного изучения (см. гл. 3).

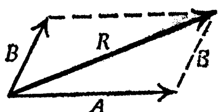
Скаляры

Физические величины, которые имеют только величину и которым нельзя приписать никакого направления, называются *скалярами*; хорошими примерами скалярных величин служат объем и температура. Существуют и такие вещи, которые не являются ни векторами, ни скалярами, скажем доброта, а также некоторые величины, этакие «сверхвекторы», называемые *тензорами*. Примером тензоров могут служить напряжения в деформированном твердом теле: давление, перпендикулярное к любой площадке образца, и *срезающие* усилия, действующие вдоль нее. Более сложные примеры встречаются в математической теории относительности. Например, мы будем рассматривать количество движения $m\mathbf{v}$ как вектор с тремя компонентами: $m\mathbf{v}_x$, $m\mathbf{v}_y$, $m\mathbf{v}_z$, а кинетическую энергию — как скаляр. Эйнштейн, придерживаясь обобщенного представления о пространстве-времени, предпочитал объединять количество движения и кинетическую энергию в «четырехвектор», т. е. с четырьмя компонентами: три для количества движения и одна для кинетической энергии.

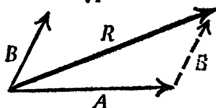
Сложение нескольких векторов

Два вектора складываются по правилу параллелограмма. Вверху фиг. 47 показано сложение **A+B=R** (знаки **+** и **=**, напечатанные жирным шрифтом, обозначают геометрическое сложение). Исходя из этого определения, мы можем прийти к более примитивным способам сложения «одного перемещения, а потом другого», как показано на фиг. 47. Это простейший способ сложения нескольких векторов. Если нам нужно сложить векторы **A**, **B**, **C**, **D**, то можно было бы складывать их, применяя последовательное построение параллелограмма: получить сумму **A+B**, прибавить ее к **C**, а затем прибавить новую сумму к **D**. Однако

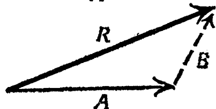
[1] Разве что мы готовы определить силы как величины, складываемые геометрически, а затем принять следствия этого определения при дальнейшем построении механики!



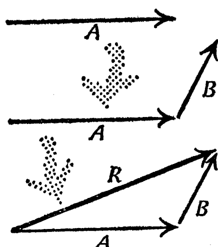
Сложение двух векторов путем построения параллелограмма дает тот же результат, что и сложение по способу многоугольника.



Начав с построения параллелограмма, можно от части чертежа отказаться и все же получить **R**.



Можно сэкономить еще больше и начертить только треугольник. Это ведет к *правилу сложения векторов.*



Начертите сначала один.

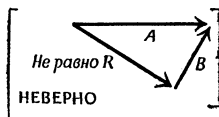
Затем начертите другой, начав его в том месте, где закончился первый, т. е. «хвостом к голове».

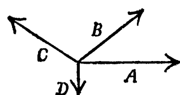
Затем начертите прямую, соединяющую начало и конец, это и будет результирующая.

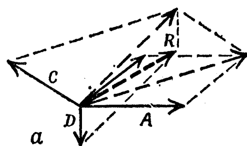
Фиг. 47. Сложение векторов по правилу многоугольника.

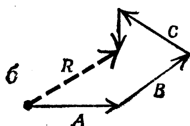
Фиг. 48. Никогда не складывайте векторы «голова к голове».

Получается совершенно неверный ответ, отнюдь не их сумма.









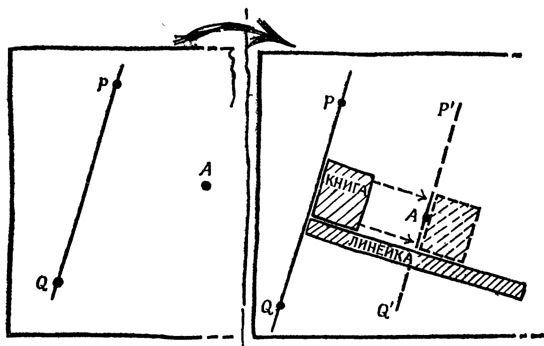
Фиг. 49. Сложение нескольких векторов.

а — методом последовательного построения параллелограммов; *б* — методом построения многоугольника.

такое построение утомительно, и если выполнить все его этапы на одном чертеже, получится изрядная путаница (фиг. 49, *а*). Вместо этого сложим **A** и **B** по правилам многоугольника, проведя **B** из конца **A**, затем прибавим **C** к их сумме, проведя **C** из конца этой суммы, затем прибавим **D**. Можно опустить промежуточные суммы и *найти общую сумму* **R**, *соединив начало первого вектора с концом последнего* (фиг. 49, *б*).

Проведение параллельных прямых

Чтобы переместить вектор с одного места на листе бумаги в другое, нужно начертить на новом месте отрезок прямой, имеющий ту же длину и то же направление, что и прежний отрезок, т. е. новый отрезок должен быть параллелен первому. Существуют геометрические методы и приспособления, позволяющие провести прямую, параллельную другой прямой. Мы покажем вам



Фиг. 50. Простой способ проведения параллельных прямых.

хотя бы один способ построения параллельных прямых. Для этого не требуется сложного построения углов.

На фиг. 50 показан простой способ проведения параллельных прямых при помощи линейки или обложки книги (или любого прямоугольника или треугольника). Чтобы провести через точку A прямую $P'Q'$, параллельную прямой PQ, расположите один край книги вдоль прямой PQ. Приложите к другому краю книги линейку. Прижав линейку к бумаге, перемещайте вдоль нее книгу до тех пор, пока та сторона книги, которую вы совместили с прямой PQ, не пройдет через точку A. Теперь проведите по этой стороне требуемую прямую $P'Q'$ через точку A.

Задача 7. Сложение скоростей

Корабль, попавший в туман, держит курс на север и идет, как считает штурман, со скоростью 4 м/сек; течение слабое. На самом же деле корабль сносит к востоку течением, скорость которого равна также 4 м/сек. Предположим, что туман рассеялся и штурман уже может видеть близлежащие острова. В каком направлении, по его наблюдениям, фактически движется корабль? С какой скоростью?

Задача 8. Вычисление векторной суммы

Корабль отправился на север и движется в тумане со скоростью 4 м/сек, как в задаче 7. Фактически корабль сносит к востоку течением, скорость которого равна 3 м/сек. Чему равна скорость корабля по отношению к суше?

Задача 9. Штурманская задача

Штурман пытается провести судно в тумане через узкий проход между рифами.

а) Он знает, что проход лежит к северо-востоку и что океанское течение сносит судно к востоку со скоростью 5 м/сек. Винт сообщает судну скорость 5 м/сек в направлении вперед. В каком направлении штурман должен вести судно, пользуясь своим компасом? (Указание. Проведите известный вектор скорости течения. Из начала этого вектора проведите прямую, совпадающую с направлением суммы, а из конца его проведите надлежащим образом вектор скорости, развиваемой судовым двигателем. Достройте параллелограмм.)

б) Представьте себе, что проход между рифами идет в северном направлении, скорость течения равна 5 м/сек, направлено оно на восток, а скорость, сообщаемая судну винтом, равна 9 м/сек. Постройте график и покажите направление, в котором штурман должен вести судно по компасу.

в) Представьте себе, что проход лежит к северу, а скорость течения равна 5 м/сек, направлено оно на восток. Докажите, что судно можно провести через проход только в том случае, если судовой двигатель позволяет развить скорость больше 5 м/сек.

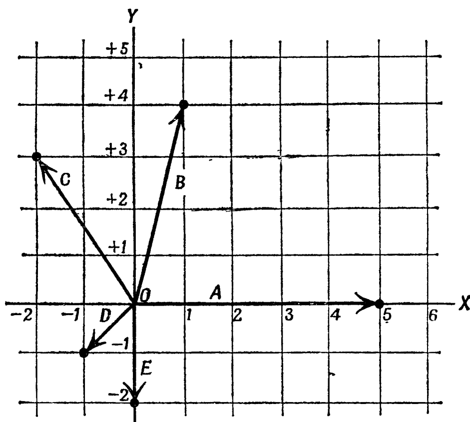
Влияет ли порядок, в котором складываются векторы, на сумму?

Складывая векторы один за другим по правилу многоугольника, можно было бы располагать их в другом порядке, скажем **A**, **D**, **C**, **B**, ... , а не **A**, **B**, **C**, **D**, ... , в результате чего получим другой многоугольник. *Получим ли мы ту же векторную сумму*? Приводимая ниже задача дает ответ на этот вопрос.

Задача 10

На фиг. 51 показано несколько векторов **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, *которые все проведены из одной точки O. Сложите эти векторы по правилу многоугольника, т. е. проводя каждый последующий вектор из конца предыдущего, следуя данным ниже указаниям. Приведенный здесь рисунок слишком мал для точного выполнения чертежа и измерений, поэтому прежде всего воспроизведите его*

в большем масштабе на листе миллиметровки так, чтобы каждой клетке соответствовал квадрат со стороной 2 см. Затем к вектору **A**, *который уже проведен, прибавьте* **B**, *затем* **C**, *затем* **D**, *затем* **E**, *проводя каждый из прибавляемых векторов из конца предыдущего. Для этого вам придется перенести векторы* **B**, **C**, **D**, **E** *при помощи какого-нибудь способа проведения параллельных прямых. (Воспользуйтесь либо данными, взятыми из разграфленной сетки фиг. 51, либо способом, показанным на фиг. 50.) Проведите отрезок, выражающий сумму. Измерьте и запишите его величину. Чтобы определить направление суммы, нужно либо измерить какой-то угол, либо*



Фиг. 51. К задаче 10.

найти наклон отрезка, выражающего сумму. Испробуйте оба способа следующим образом:

а) Измерьте и запишите угол между суммой и самым первым вектором **A**.

б) Проведите две взаимно перпендикулярные оси OX и OY, направив ось OX вдоль вектора **A**. *Затем опустите перпендикуляр h из конца векторной суммы на ось OX (точно проводить этот перпендикуляр не нужно, можно просто измерить его длину). Измерьте высоту h и длину основания b, отсекаемого перпендикуляром на оси OX. После этого вычислите отношение (высота h)/(основание b), которое называется наклоном отрезка* **R**. *Это позволит вам задать* **R** *как вектор, величина которого равна ......?, а направление имеет наклон ......?*

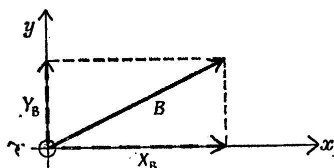
Задача 11. Сумма однозначна

Получится ли иная векторная сумма, если складывать векторы в другом порядке? *Проделайте снова задачу 10 на листе миллиметровки; начните, как и раньше, с вектора* **A**, *но прибавляйте к нему остальные векторы в другой последовательности:* **B**, **E**, **D**, **C**. *Определите величину и направление суммы в этом случае.*

Задача 12. Некоторые соображения по поводу сложения векторов

Представим себе векторы **A**, **B**, **C**, **D**, **E** *в задаче 10 как перемещения, которые корабль должен совершить одно за другим. Представим себе оси OX, OY как направления восток и север, определяемые по компасу. Тогда одно*

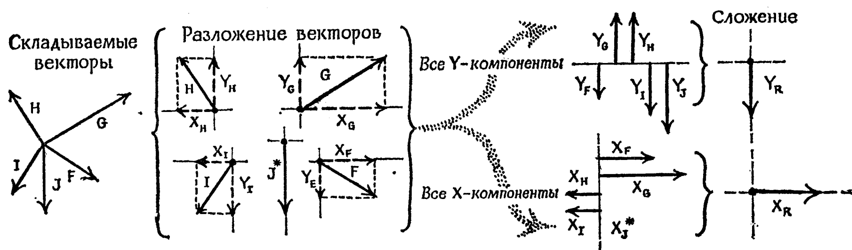
перемещение, скажем **B**, *переносит нас на некоторое расстояние к северу и на некоторое расстояние к востоку. Мы можем сказать, что перемещение* **B** *изменяет наш курс на столько-то к северу и на столько-то к востоку. Фактически же мы представляем себе перемещение* **B** *расчлененным на компоненты, северную и восточную. Это называется «разложением» вектора* **B** *на северную и восточную компоненты.*



Фиг. 52. К задаче 12.

Разложение вектора на пару взаимно перпендикулярных «компонент» X_B и Y_B, заменяющих этот вектор.

Мы можем таким же образом разложить все векторы. Некоторые из восточных или северных компонент могут оказаться отрицательными. Сумму **R** *тоже можно представить себе разложенной на восточную и северную компоненты. Когда мы складываем векторы* **A**, **B**, ..., *то каждый из них вносит свою долю в изменение курса к востоку и к северу.*



Фиг. 53. К задаче 12.

Разложение векторов **F**, **G**, **H**, **I**, **J** на компоненты (составляющие) вдоль направлений X (восточное) и Y (северное).

а) *Как, по-вашему, связана восточная компонента суммы с восточными компонентами векторов* **A**, **B**, ...?

б) *А как связана северная компонента суммы?*

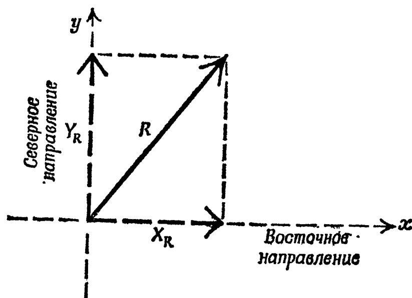
в) *Как вы думаете, изменятся ли ответы на вопросы (а) и (б), если изменить порядок сложения отдельных векторов?*

Задача 13. Еще один способ сложения векторов

Предыдущая задача указывает еще на один способ сложения векторов, очень удобный при большом числе складываемых векторов, особенно если заданы углы и мы умеем пользоваться тригонометрией. Мы едва ли будем пользоваться тригонометрией в нашем курсе, и элементы ее приводятся лишь, чтобы показать, что существует стройный метод.

а) *Предположим, что известны восточная компонента* X_R *суммы* **R** *и северная компонента* Y_R. *На фиг. 54 показаны* **R**, X_R *и* Y_R. *Каким образом можно вычислить величину* **R**, *зная* X_R *и* Y_R? *Запишите уравнение.*

б) Предположим, что известны восточная и северная компоненты каждого из векторов **A**, **B**, ... , *(Предположим, что вектор* **A** *разлагается на компоненты* X_A, Y_A *и точно так же разлагаются остальные векторы.) Как бы вы вычислили восточную и северную компоненты* **R**? *Напишите уравнения для* X_R *и* Y_R. *(П р и м е ч а н и е. Математики часто пользуются знаком* Σ, *заглавной греческой буквой «сигма», для обозначения «суммы всех величин». Например, если у членов банды* A, B, C *и др. имеются наличными*



Фиг. 54. К задаче 13.

M_A *долларов,* M_B *долларов и т. д., то общее количество наличных денег у банды равно* $M_A+M_B+M_C+\ldots$, *и это записывается в виде* ΣM. *Воспользуйтесь знаком* Σ *при решении этой задачи.)*

в) Запишите указания для вычисления величины суммы **R** *нескольких векторов, если заданы восточная и северная компоненты всех векторов.*

г) Дайте такие указания применительно к векторам задачи 10. Перерисуйте векторы задачи 10 на новом листе миллиметровки. Проведите необходимые перпендикуляры и измерьте восточную и северную компоненты (припишите знаки минус всем компонентам, направленным на запад или юг). Вычислите величину суммы векторов. Вычислите наклон этой суммы, используя вектор **A** *как горизонтальную базовую линию.*

Задача 14 (для тех, кто знаком с тригонометрией)

В задаче 10 векторы **A**, **B**, **C**, **D**, **E** *образуют следующие углы с вектором* **A**, *который, как принято, направлен на восток:* **A** : *0°;* **B** : *76°,0;* **C** : *123°,7;* **D** : *225°,0;* **E** : *270°,0. Длины векторов, если чертеж сделан на миллиметровке с сантиметровыми клетками, равны приблизительно:* **A** : *5,00;* **B** : *4,12;* **C** : *3,61;* **D** : *1,41;* **E** : *2,00 см. Воспользуйтесь правилами тригонометрии и найдите северную и восточную компоненты каждого вектора, следуя данным ниже указаниям.*

а) Какая из следующих величин представляет собой восточную компоненту вектора **B**?

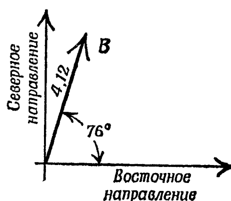
$$4{,}12\cos 76^\circ \qquad 4{,}12\sin 76^\circ \qquad 4{,}12\,\mathrm{tg}\,76^\circ$$

$$\frac{4{,}12}{\cos 76^\circ} \qquad \frac{4{,}12}{\sin 76^\circ} \qquad \frac{4{,}12}{\mathrm{tg}\,76^\circ}$$

б) Вычислите значение восточной компоненты вектора **B**, *пользуясь таблицами тригонометрических функций (можно взять четырехзначные таблицы, но лучше трехзначные; не тратьте время на вычисления по более*

точным таблицам). Вычислите также северную компоненту вектора **B**. *Назовите обе эти компоненты* X_B *и* Y_B.

в) Проделайте то же самое для каждого вектора. Вычислите величину и наклон суммы векторов. Обратите внимание, что этот метод не требует вычерчивания в масштабе. Разумеется, им нельзя пользоваться, отрешившись от реальной ситуации и совсем не прибегая к чертежам. В таблицах

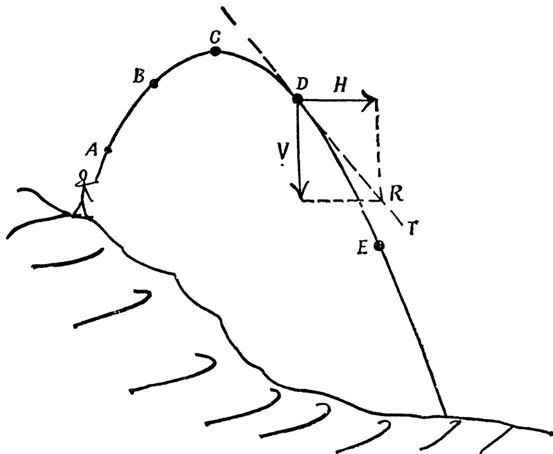


Фиг. 55. К задаче 14.

тригонометрических функций как бы скрыты точные геометрические построения. Подобно числу π, синусы и косинусы можно вычислить арифметически с помощью бесконечных рядов, но эти ряды получены на основе геометрических допущений, проверенных сопоставлением с окружающим миром.

Задача 15

Воспользовавшись своими знаниями о векторах, покажите, как происходят горизонтальное и вертикальное движения летящего снаряда. На фиг. 56



Фиг. 56. К задаче 15.
Скорость движения в точке D направлена по касательной к кривой в этой точке.

показана траектория камня, брошенного в воздух. Скопируйте ее приблизительно в более крупном масштабе. Выделите ряд точек на траектории, скажем A, B, C, D, E, и для каждой точки изобразите на чертеже горизон-

тальную скорость, вертикальную скорость и действительную (суммарную) скорость движения по примеру, данному для точки D.

Анализ построения для точки D. Проведите в точке D касательную DT к траектории. Тогда действительная скорость направлена по касательной DT. Проведите из точки D отрезок горизонтальной прямой **H**, *который будет характеризовать горизонтальное движение. (Поскольку скорость движения камня неизвестна, считайте, что его горизонтальная скорость изображается отрезком* **H**, *длина которого на фиг. 56 равна 1,1 см.) Мы рассматриваем действительное движение вдоль DT как составленное из горизонтальной и вертикальной компонент, поэтому мы строим параллелограмм, представляющий собой прямоугольник, у которого* **H** *— одна из сторон, а диагональ направлена по DT. Тогда вертикальная сторона* **V** *изображает вертикальную скорость в точке D, а диагональ* **R** *— действительную скорость движения по криволинейной траектории. Проделайте подобное построение в каждой из точек A, B, C, D, E, ... на вашем рисунке (точные построения делать не нужно) и покажите, какие происходят изменения в движении. При этом не забывайте о важном свойстве горизонтального движения летящего снаряда.*

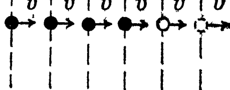
Движение тел и параболы

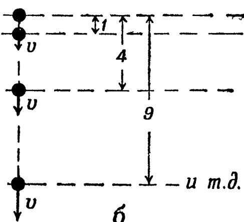
Форму траектории движения тела можно проанализировать с помощью геометрии или алгебры.

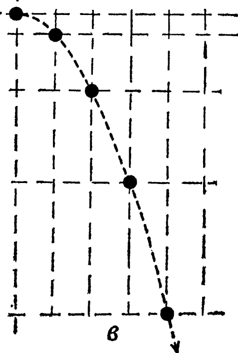
Геометрический анализ. Предположим, что в горизонтальном направлении брошен камень. Камень проходит в своем горизонтальном движении одинаковые расстояния по горизонтали за каждую секунду, совершая в то же время ускоренное движение в вертикальном направлении. Падая, он пролетает по вертикали 4,9 *м* за первую секунду после начала движения, 19,6 *м* за первые 2 *сек*, 43,9 *м* за первые 3 *сек* и т. д. Нанесите на масштабную сетку положения камня в различные моменты времени. Выберите промежутки времени от начала движения, которые находятся в пропорции 1 : 2 : 3 : 4... . За эти промежутки времени камень в своем равномерном горизонтальном движении проходит расстояния по горизонтали, которые находятся в той же пропорции 1 : 2 : 3 : 4... . Однако камень, падая, проходит по вертикали расстояния, пропорциональные квадратам этих чисел, т. е. 1, 4, 9, 16... , поскольку

$$\text{РАССТОЯНИЕ ПО ВЕРТИКАЛИ} = \frac{1}{2} g\ (\text{ВРЕМЯ})^2,$$

а значения величины (*время*)^2 находятся в пропорции 1 : 4 : 9... . Отметьте положение камня в эти равноотстоящие друг от друга моменты времени, проведя вертикальные прямые через равные интервалы, скажем через 2 *см*; проведите также горизонтальные прямые на расстоянии 1 *см* вниз до исходного уровня, 4 *см*, 9 *см*







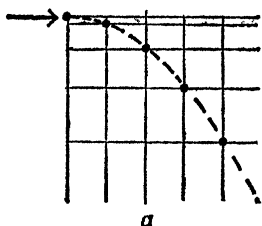
Фиг. 57. Сложение горизонтального и вертикального движений тела.

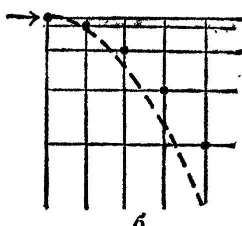
а — горизонтальное движение (не меняется); *б* — вертикальное движение с ускорением силы тяжести (свободное падение); *в* — сложное движение.

и т. д., чтобы отметить расстояния по вертикали, пройденные камнем в падении. Тогда предсказанная траектория движения будет отмечена пересечениями вертикальных и горизонтальных прямых, как показано на фиг. 57. Это можно продемонстрировать, бросая шарики или выпуская водяные капли перед доской, на которой проведены такие прямые.

Задача 16

Предположим, что опыт убедил нас в том, что движение тел действительно происходит по кривой, проходящей через отмеченные на сетке точки. В какой мере это убеждает нас в правильности представлений о движении в природе? В подобном опыте начальную горизонтальную скорость, сообщаемую телу, нужно выбрать так, чтобы траектория проходила по отметкам (фиг. 58, а). Предположим, мы уменьшили скорость и отметили на доске новую траекторию движения. Каким образом можно проверить, совершает ли тело такое же движение, что и прежде (фиг. 58, б)?





Фиг. 58. К задаче 16.

Алгебраический анализ. Начертите на разграфленной бумаге с координатами x и y воображаемую траекторию летящего камня и найдите ее уравнение. Предположим, что камень брошен горизонтально из начала координат (0, 0) со скоростью 5 *м/сек.* Тогда за каждую секунду камень перемещается в горизонтальном направлении на 5 *м.* По прошествии t *сек* после начала движения камень переместится в горизонтальном направлении на $5t$ *м*, поэтому можно записать

$$\text{РАССТОЯНИЕ, ПРОЙДЕННОЕ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ, } x = 5t \text{ м.}$$

Через t *сек* камень, падая из состояния покоя, пройдет по вертикали расстояние y, определяемое формулой

$$\text{РАССТОЯНИЕ, ПРОЙДЕННОЕ ПО ВЕРТИКАЛИ, } y = \frac{1}{2} \text{ УСКОРЕНИЕ } t^2,$$
$$= \frac{1}{2} (9{,}8)\, t^2 \text{ м},$$
$$= 4{,}9\, t^2 \text{ м.}$$

Эти формулы справедливы для любой стадии движения камня по его криволинейной траектории, поэтому мы можем записать

$$x = 5t,$$
$$y = 4{,}9\, t^2.$$

Чтобы найти одно уравнение, описывающее траекторию движения, зададим себе вопрос: «Какое соотношение между x и y обеспечивает выполнение обоих приведенных выше требований на каждом этапе движения камня?» Для любой произвольно выбранной точки на траектории значения ее координат x и y должны удовлетворять обоим приведенным выше уравнениям для соответствующего значения t. Это значение t должно быть одинаковым в обоих уравнениях — ведь это время, когда камень достигает выбранной точки. Поэтому мы можем избавиться от t, выразив из одного уравнения t и подставив полученное выражение в другое уравнение. Проделаем это.

Уравнение $x=5t$ дает $t=x/5$; подставляя выражение $x/5$ вместо t в уравнение $y=4{,}9\ t^2$, получаем $y=4{,}9\ (x/5)^2$, или $y=(4{,}9/25)x^2$. Уравнение траекторий движения камня будет тогда иметь вид $y=0{,}196x^2$.

В более общем случае, если камень брошен горизонтально с начальной скоростью $v_{гор}$ *м/сек* и падает с вертикальным ускорением g *м/сек* на *сек*, то

$$x = v_{гор} t \quad \text{и} \quad y = \frac{1}{2} g t^2.$$

Следовательно,

$$y=\frac{1}{2}g\left[\frac{x}{v_{\text{гор}}}\right]^2=\frac{1}{2}\left[\frac{g}{v^2_{\text{гор}}}\right]x^2,$$

т. е. $y=$(постоянная)$\,x^2$, поскольку $^1/_2\, g/v^2_{\text{гор}}$— постоянная величина.

Это уравнение параболы[1)]

Воспользовавшись подобным уравнением, можно построить на клетчатой бумаге превосходные графики параболы. Постройте на бумаге с сантиметровыми клетками кривую, описываемую уравнением $y={}^1/_2\, x^2$, взяв $x=-4$, -3, -2, -1, 0, 1, 2 *см* и т. д.

Попытайтесь подогнать траекторию движения реального тела к этой кривой. Положите лист бумаги, на котором построена кривая, на чертежную доску, расположенную наклонно к плоскости стола, и скатывайте по ней шарик или держите лист бумаги отвесно и подбрасывайте перед ним какой-нибудь небольшой предмет.

Движение снаряда, выпущенного из пушки под углом к горизонту

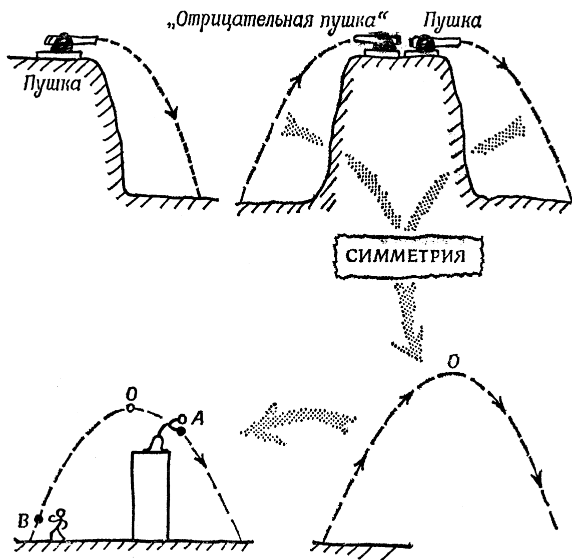
Если снаряд выпущен не горизонтально, а вверх, под некоторым углом к горизонту, то его траектория по-прежнему будет параболой. Алгебраически это можно показать, используя уравнение $s=v_0t+{}^1/_2 g t^2$, а не $s={}^1/_2 g t^2$. Таким образом, мы воспользуемся очевидной симметрией криволинейной траектории движения и можем сказать, что замедленное движение тела вверх до вершины траектории должно совпадать с ускоренным движением вниз, начинающимся от вершины, поэтому можно начертить всю траекторию, исходя из рассмотренной задачи движения снаряда, выпущенного горизонтально. Но все это лишь разумное предположение, хотя эксперимент подтверждает его. Можно рассуждать еще и так: двигаясь по ниспадающему участку траектории от вершины O, камень не может «знать», началось ли его движение в точке O или раньше, или позже. Поэтому камень, брошенный в какой-либо

[1)] Прежде парабола определялась как одна из кривых, получающихся при сечении конуса плоскостью. Сейчас параболу часто определяют как кривую, описываемую уравнением

$$y=(\textit{постоянная})\,x^2, \text{ или } y\sim x^2.$$

В одном из разделов аналитической геометрии показывается, что алгебраическое и геометрическое определения эквивалентны.

точке этого участка траектории, скажем в точке A, в сторону и вниз, должен двигаться по той же траектории, что и камень, брошенный горизонтально из вершины O, лежащей выше (фиг. 59). То же самое справедливо для камня, брошенного вверх в точке B.

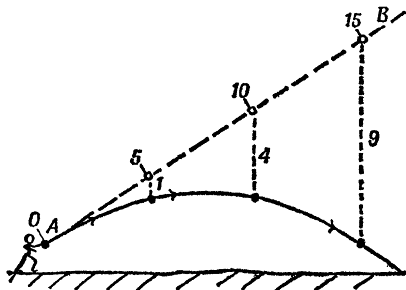


Фиг. 59. Движение тела вверх и вниз.

Симметрия траектории заставляет предполагать, что движение вверх до «отрицательной пушки» подобно движению вниз от «нормальной» пушки, стоящей на той же горе. Вместе эти движения дают полную параболу. В таком случае тело, начавшее движение по этой параболе из точки A, должно двигаться по той же траектории, как если бы движение его началось раньше из вершины O. Соображения симметрии позволяют распространить эти рассуждения на всю параболу.

Это наводит на мысль о расширении представления о независимости движений. *Вертикальная компонента* начального движения также остается *неизменной*, хотя к ней добавляется ускоренное движение свободного падения. С этим вертикальным движением, происходящим с постоянной скоростью, связано расстояние $v_0 t$ в соотношении $s = v_0 t + {}^1/_2 g t^2$. Тогда можно объединить оба постоянных движения, вертикальную и горизонтальную компоненты начального броска, и сказать, что *начальное движение тела, брошенного под углом к горизонту, остается неизменным во время*

полета, хотя к нему добавляется движение свободного падения по вертикали, которое обусловливает появление в уравнении слагаемого $^1/_2\, gt^2$. Итак, можно считать, что камень, брошенный, как показано на фиг. 60, совершает два движения: начальное движение вдоль прямой AB и свободное падение, в котором камень проходит расстояния, отсчитанные от точек на прямой AB, взятых через последовательные равные промежутки.



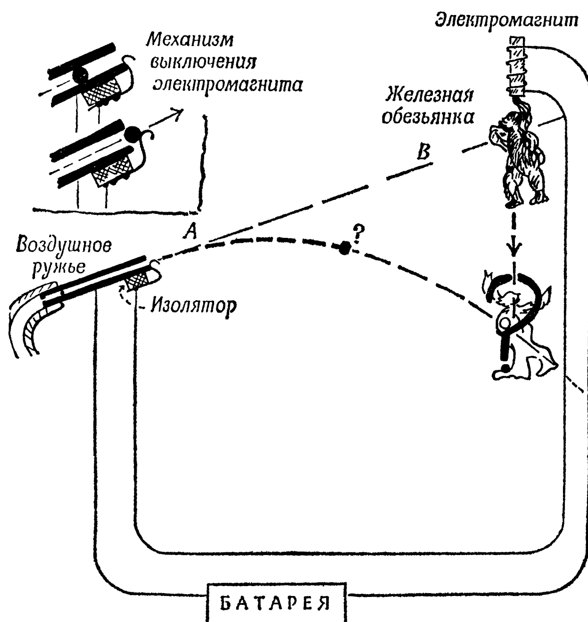
Фиг. 60. Анализ движения тела.

Это можно показать с помощью опыта с обезьянкой и ружьем. Представим себе, что охотник, не принимающий во внимание силы земного тяготения, целится в обезьянку, которая повисла на дереве, ухватившись одной лапой за ветку. При выстреле пуля не попадет в обезьянку из-за свободного падения, как показано на фиг. 61. Предположим теперь, что обезьянка следит за действиями охотника и, заметив вспышку, выпускает ветку в тот момент, когда пуля вылетает из ружья. С этого момента и обезьянка и пуля совершают ускоренные движения вниз под действием силы тяжести; обезьянка падает из состояния покоя, пуля, согласно нашему последнему представлению, падает от своей «невозмущенной траектории», прямой AB. Что же происходит? Это можно показать при помощи железной фигурки обезьянки, которую удерживает электромагнит, обесточиваемый разрывом цепи при вылете пули из ствола воздушного ружья, направленного на фигурку.

Такие эксперименты подтверждают наше предположение о том, что падение по вертикали совершенно не зависит от начального движения, которое неизменно. Любое летящее тело с начала движения совершает свободное падение. Оно проходит 0,3, 1,4, 3,6, 4,9 и т. д. метров за 1, 2, 3, 4 ... четвертьсекундных промежутка времени после начала движения. Если линия начального движения направлена под углом к горизонту, то тело сначала поднимается вверх, а потом падает, тогда расстояние, проходимое им в единицу времени в свободном падении, станет больше того расстояния, на которое тело поднимается вверх за каждую единицу времени

вследствие сообщенного ему начального движения. (Обратите внимание, что показанная на фиг. 62 траектория является параболой.)

Вы видите, как мы своими рассуждениями разделили задачу о движении летящего снаряда на части, облегчив ее решение и подготовив для дальнейшего изучения специалистами по баллистике.

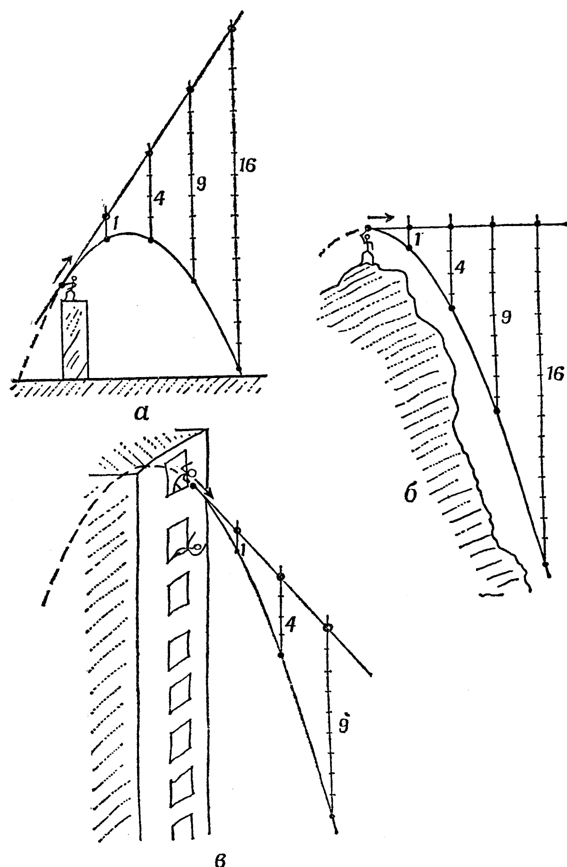


Фиг. 61. Опыт с обезьянкой и воздушным ружьем.
Когда пуля вылетает из ружья, она разрывает контакт, электромагнит выключается и отпускает «обезьянку».

Наши усилия не внесли новых сведений, но облегчили пользование уже известными сведениями.

Когда движущимися телами являются быстрые электроны (или заряженные атомы) и на них воздействуют не силы тяготения, а электрические и магнитные поля, то к ним применимы такие же «правила», и мы используем изменения траектории для получения информации об электрическом заряде, массе и скорости электрона. Потом мы считаем, что поведение движущихся тел подчиняется тем же правилам, и предсказываем воздействие полей на частицы,

движущиеся с другими скоростями. Так поступают инженеры — специалисты по электронным приборам при проектировании телевизионных трубок и других радиоэлектронных устройств; такие

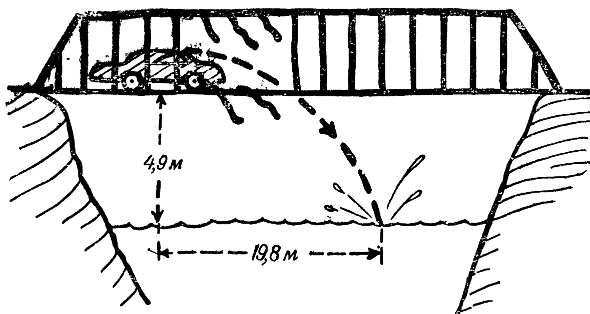


Фиг. 62. Свободное падение тела.

же расчеты проделывают ученые-атомники, когда искривляют пучки электронов или атомов, бомбардируя ими мишени или опознавая тяжелые и легкие атомы по различиям в их траекториях.

Задача 17. Полицейская

Водитель автомобиля, въехав на мост, сильно превысил скорость. Машину занесло, она ударилась об ограждение и, разрушив его, упала в реку. Расстояние до поверхности воды составляло 4,9 м. Полиция установила, что машина упала в реку не вертикально под провалом в ограждении, а на расстоянии 19,8 м от него по горизонтали.

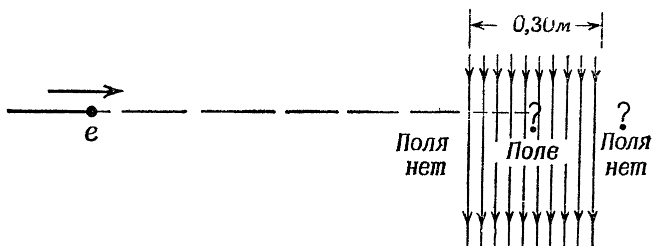


Фиг. 63. К задаче 17.

а) Оцените скорость, с какой шел автомобиль до катастрофы.
б) Как по-вашему, завышено или занижено полученное значение скорости? Объясните, почему.
в) Сформулируйте четко свойства падающих тел, которые вы использовали, производя вычисления по пункту (а).

Задача 18. Поток электронов

Электрон, движущийся со скоростью 6 000 000 м/сек (совсем небольшая скорость для электрона) в горизонтальном направлении, попадает в область,



Фиг. 64. К задаче 18.

где вертикальное электрическое поле сообщает ему ускорение, направленное вниз и равное 40 000 000 000 000 м/сек/сек, или $4 \cdot 10^{13}$ м/сек/сек. Область, в которой действует это поле, имеет протяженность 0,30 м в направлении первоначального движения. Таким образом, электрон движется по прямой

в отсутствие поля, затем 0,30 м (по горизонтали) под действием вертикального поля, а потом снова попадает в область, где нет поля.

а) Как вы полагаете, повлияет ли вертикальное ускорение на горизонтальное движение электрона?

б) Вычислите время, за которое электрон проходит через область, где действует поле.

в) Вычислите расстояние, которое пройдет электрон, совершая падение в области, где действует поле. (Это как раз то расстояние, которое экспериментатор измеряет, исследуя поведение электрона.)

г) Вычислите вертикальную компоненту скорости электрона в момент, когда он выходит из области, где действует поле.

д) Рассчитайте траекторию электрона и начертите (приблизительно) траекторию его движения до области, где действует поле, в этой области и возле нее.

е) Почему нет необходимости учитывать силу тяжести при решении этой задачи? (Она действует *на электрон.)*

Задача 19. Дальность полета снаряда (задача решается с помощью алгебры и тригонометрии)

1) Из старинной пушки, ствол которой установлен под углом 45° к горизонту, выпущено ядро со скоростью 141,4 м/сек.

а) Разложите эту скорость на горизонтальную и вертикальную компоненты.

б) Вычислите, через сколько времени с момента вылета ядра оно упадет на землю.

в) Вычислите дальность полета.

2) Из старинной пушки выпущено ядро со скоростью v_0 в направлении, которое составляет угол A к горизонту.

а) Разложите v_0 на горизонтальную и вертикальную компоненты.

б) Вычислите время, в течение которого совершается вертикальное движение с момента вылета ядра до момента его падения на землю.

в) Вычислите расстояние, которое ядро проходит по горизонтали (т. е. дальность его полета).

3) Воспользовавшись методами тригонометрии или математического анализа, покажите, что при данной начальной скорости v_0 дальность полета максимальна при $A=45°$. (Вспомните, что $2\sin x \cos x = \sin 2x$.)

Задача 20. Измерение скорости летящего мяча

Физик хочет выяснить, с какой скоростью он может бросить бейсбольный мяч. Он бросает мяч горизонтально на высоте своего плеча, 1,2 м над поверхностью земли. Мяч падает на землю в 6 м от того места, где стоит физик.

а) Чему равна начальная скорость мяча? (См. задачу 17.)

б) При вычислениях для ответа на вопрос (а) необходимо, помимо всяких формул для ускоренного движения, воспользоваться важным общим принципом, касающимся движения тел (его сформулировал Галилей). Что это за принцип?

в) Вместо того чтобы бросить мяч, наш физик бежит сам со скоростью, вычисленной в пункте (а), неся мяч на высоте плеча. На бегу он выпускает мяч, и мяч падает. Опишите, подумав как следует, траекторию падающего мяча:

Какой ее видит неподвижный наблюдатель?

Какой ее считает бегущий физик?

Задача 21

Автомобиль, движущийся со скоростью 20 м/сек (свыше 70 км/час) по горизонтальному участку горной дороги, делает неудачный поворот и падает в снежный сугроб с высоты 30 м (по вертикали).

а) Сколько времени продолжалось падение автомобиля?
б) На каком расстоянии (по горизонтали) от того места, где автомобиль снесло с дороги, он падает на землю?
в) Каково было ускорение автомобиля на полпути его движения вниз?
г) Какой угол с горизонтом образует «туннель», проделанный автомобилем в сугробе?

Задача 22

Человек держит ствол ружья горизонтально на высоте 3 м над землей.

а) Через какое время после выстрела пуля упадет на землю?
б) Патронная гильза выбрасывается горизонтально в сторону в тот момент, когда пуля вылетает из ствола ружья. Через какое время гильза упадет на землю?
в) Сможет ли человек (таким же способом) выстрелить на Луне на большее расстояние?
г) Дайте четкое обоснование вашему ответу на вопрос (в).

Задача 23

Находясь в большом лифте, человек бросает в горизонтальном направлении мяч со скоростью, близкой к 3 м/сек. Начертите для каждого из указанных ниже случаев траекторию движения мяча, какой ее видит человек в лифте.

а) Лифт движется вниз с постоянной скоростью 3 м/сек.
б) Лифт движется равноускоренно с ускорением, направленным вниз и равным 10 м/сек/сек.
в) Лифт движется равноускоренно с ускорением, направленным вниз и равным 3 м/сек/сек.
г) Лифт движется ускоренно с ускорением, направленным вниз и равным 19,6 м/сек/сек (это достигается применением специального оборудования).

ГЛАВА 3 • СИЛЫ — ЭТО ВЕКТОРЫ

Грубая сила, не подкрепленная мудростью, гибнет под собственной тяжестью.

Гораций, Оды, III, 4

Силы — это то, что тянет и толкает; силы мы чувствуем, когда они на нас действуют; силы растягивают пружины, заставляют тело двигаться быстрее. Мы будем измерять силы при помощи пружинных весов. Поскольку эти приборы обычно градуируют в килограммах силы мы будем пока выражать силу тоже в килограммах силы. Позднее мы перейдем к более подходящим единицам.

При сооружении и проектировании мостов, зданий, кранов, машин инженеров очень заботит сложение сил или же разность сил для определения силы, необходимой для достижения равновесия. Можно показать, что силы — это векторы, т. е. они подчиняются правилу геометрического сложения. Векторному сложению и разложению уравновешенных сил посвящен раздел физики, называемый «статикой». Это большой, но скучный раздел физики, и большинство учебников уделяет ему много места, излагая приемы решения задач инженерной статики. Мы ограничимся лишь несколькими примерами, и даже их, пожалуй, лучше было бы опустить, чтобы уделить больше времени изучению силы и движения.

Прежде всего мы должны удостовериться в том, что силы — это векторы. Сказать, что они *должны быть* векторами, поскольку они характеризуются величиной и направлением, недостаточно. Это не убеждает нас в том, что силы складываются геометрически. Хотя это утверждение кажется вполне правдоподобным, особенно тем, кто имеет дело с канатами и веревками на кораблях или кому приходится заниматься разбивкой палаток, мы же должны проверить его непосредственно. Было бы полезно самим увидеть тот опыт, который описан ниже.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ОПЫТ

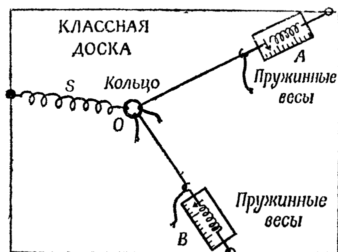
На фиг. 65 показано приспособление, расположенное перед классной доской. К металлическому кольцу прикреплены две веревки *OA* и *OB* с пружинными весами *AB* для измерения натяжений. Веревки должны создавать натяжения, удерживающие кольцо *O* в показанном на

фигуре положении. Кольцо оттягивается в противоположном направлении большой пружиной S, которая другим концом прикреплена к стене. Натяжением обеих веревок пружина растягивается настолько, чтобы кольцо O оказалось в данном положении. Показано положение кольца O и направления веревок OA и OB. Весы A и B отмечают силы натяжения $\mathbf{F}_A$ и $\mathbf{F}_B$.

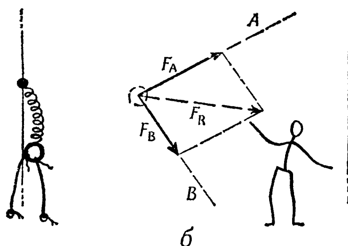
Сумму этих сил можно найти при помощи построения, предположив, что силы подчиняются правилу геометрического сложения. Для этого выбирают подходящий масштаб и откладывают в этом масштабе силы $\mathbf{F}_A$ и $\mathbf{F}_B$ по направлениям OA и OB, а затем дополняют построенную фигуру до параллелограмма. Потом проводят диагональ параллелограмма $\mathbf{F}_R$, измеряют ее длину и подсчитывают по выбранному масштабу величину $\mathbf{F}_R$. Теперь мы знаем *предсказанную* сумму $\mathbf{F}_R$, т. е. силу, которой можно заменить обе силы натяжения, если к силам *применимы правила геометрического сложения.*

Затем мы можем непосредственно измерить *действительную* сумму сил, убрав обе веревки и оттянув кольцо до отмеченного положения с помощью одной веревки. Величина суммарной силы определяется по пружинным весам, прикрепленным к веревке, а ее направление указывает сама веревка. Затем мы сравним действительную сумму сил с предсказанной. Этот эксперимент даст возможность один раз проверить наше утверждение, но накопленные данные большого числа подобных экспериментов подтверждают, что силы действительно ведут себя как векторы. Обилие косвенных доказательств оказывается еще убедительнее.

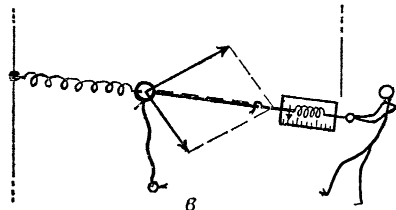
Часто прибегают еще к одному способу проверки. Этот способ проще, но его косвенный характер порой (не совсем добросовестно) игнорируют. К узлу прикладывают две тянущие силы $\mathbf{F}_A$ и $\mathbf{F}_B$ (применяют гири и блоки или пружинные весы), а третья сила $\mathbf{F}_C$ удерживает узел



а



б



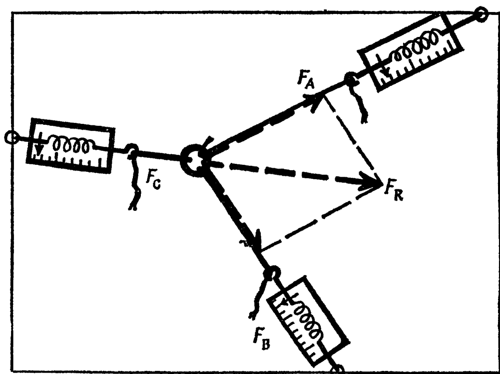
в

Фиг. 65. Демонстрационный опыт.

а — кольцо находится в состоянии покоя под действием сил, развиваемых двумя веревками (эти силы тяги измеряются пружинными весами) и пружиной S; *б* — веревки и пружина убраны, сумма сил $\mathbf{F}_A$ и $\mathbf{F}_B$ определяется по правилу геометрического сложения; *в* — полученный результат проверяют путем измерения силы, которая фактически необходима, чтобы оттянуть кольцо до отмеченного на фиг. *а* положения при помощи одной веревки.

в покое. Затем при помощи построения (фиг. 66) определяется сумма сил $\mathbf{F}_A$ и $\mathbf{F}_B$. Она равна и проти-

воположна силе $\mathbf{F}_C$. Это требует дополнительного доказательства, поскольку $\mathbf{F}_C$ не равнодействующая (сумма) двух других сил, а «равновесная» сила, необходимая, чтобы им противостоять.



Фиг. 66. Косвенная проверка векторного сложения сил.

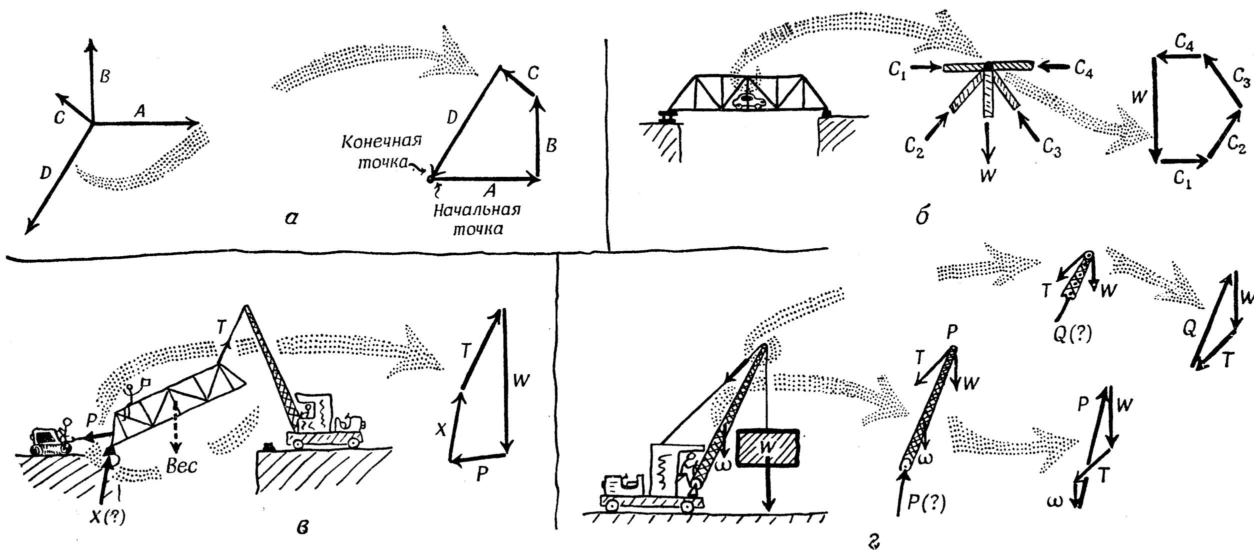
Равновесие сил

Если на какую-нибудь деталь крана или моста действует несколько сил сразу, а инженеру нужно, чтобы она была и оставалась в состоянии покоя, то для этого сумма всех действующих сил должна быть равна нулю. Тогда в соответствии с представлением Галилея эта деталь должна либо постоянно двигаться, либо постоянно оставаться в состоянии покоя [1].

В этом случае мы говорим, что силы находятся «в равновесии». Если сумма нескольких сил равна нулю, то это должно быть видно на диаграмме векторного сложения; длина линии, соединяющей исходную точку диаграммы с конечной, должна быть равна нулю. Это означает, что векторная диаграмма должна представлять собой *замкнутую фигуру*. Таким образом, если сумма сил равна нулю, то конец векторного многоугольника должен прийти обратно к началу. Это иллюстрирует фиг. 67 [2]. Условие равенства нулю равнодействующей для постоянного равновесия сил должно выполняться для всей конструкции, например для всего крана или моста, но оно должно также выполняться для каждой отдельной детали

[1] В действительности она движется с постоянной (?) скоростью вместе с Землей.

[2] Приведенные на фиг. 67 примеры не рассматриваются в тексте; они даны для иллюстрации характера инженерных задач, о которых говорится.



Фиг. 67. Равновесие сил.

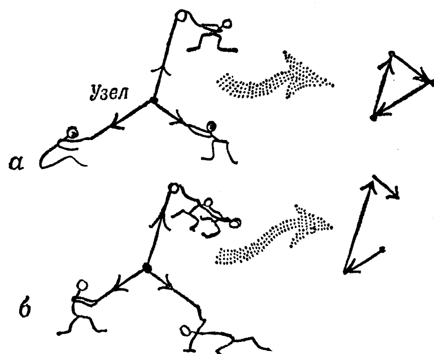
а — если силы находятся в равновесии, то соответствующая диаграмма сил должна быть замкнутой фигурой; *б* — диаграмма сил, действующих на узел фермы моста; *в* — диаграмма сил, действующих на монтируемый мост; *г* — диаграмма сил для подъемного крана, поднимающего груз.

конструкции, находящейся в состоянии равновесия. Применяя это условие к какой-нибудь определенной детали, например к стреле крана, к одной опоре моста, к заклепке, связывающей воедино несколько различных деталей моста, или к грузу маятника, нужно быть внимательным и учитывать все силы, действующие на данную деталь. Тогда мы сможем утверждать, что имеем полный набор сил, образующих замкнутую векторную диаграмму, если, конечно, деталь находится в равновесии.

При решении задач не следует включать в рассмотрение силы, приложенные к другим деталям. Сначала выберите и пометьте выбранную деталь, которая, как вы считаете, находится в равновесии

Равновесие трех сил; треугольник сил

Если три силы находятся в равновесии, то *их векторная диаграмма должна представлять собой замкнутый треугольник* (фиг. 68). Если известны две силы, то можно вычислить вели-

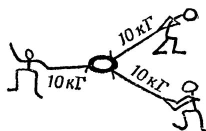


Фиг. 68. Три силы.
а — три силы в равновесии;
б — три силы не находятся в равновесии.

чину и направление третьей. Этим пользуются при решении инженерных задач. Во многих конструкциях на каждую деталь, играющую важную роль, действуют как раз три силы. Чтобы конструкция была устойчивей, каждая деталь должна оставаться в состоянии покоя: сумма всех действующих на нее сил должна быть равна нулю. Таким образом, если к любой детали приложены три силы, мы строим для них замкнутый треугольник. Рассмотрим теперь несколько примеров решения инженерных задач на сложение и разложение сил (задач статики). После того как вы разберете их вместе с нами, попытайтесь решить задачи, приведенные в конце главы.

Задача 1

Три мальчика тянут в разных направлениях в горизонтальной плоскости веревки, прикрепленные к большому железному кольцу (фиг. 69). Предположим, что на кольцо не действуют другие силы, даже сила тяжести. Каждый мальчик тянет веревку с силой 10 кГ, и кольцо остается в покое.

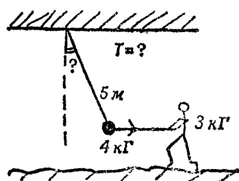


Фиг. 69. К задаче 1.

а) Чему равна величина суммы тянущих сил?
б) Начертите векторную диаграмму сил, сложив эти силы.
в) Изобразите схему опыта, какой она выглядит сверху, и покажите направления действующих на кольцо сил.
г) Представьте себе, что один из мальчиков внезапно выпускает веревку из рук, а другие продолжают тянуть свои веревки. Каковы величина и направление суммы сил, развиваемых двумя оставшимися мальчиками?

Пример *А*

Тяжелый маятник состоит из груза весом 4 *кГ*, подвешенного на веревке длиной 5 *м* (фиг. 70). Груз оттягивается в сторону другой веревкой, посредством которой к грузу



Фиг. 70. Общая схема, иллюстрирующая формулировку примера А.

маятника прикладывают *горизонтальную* силу 3 *кГ*.

1) Рассчитайте натяжение веревки маятника.

2) Какой угол образует маятник с вертикалью?

На груз маятника действуют три силы:

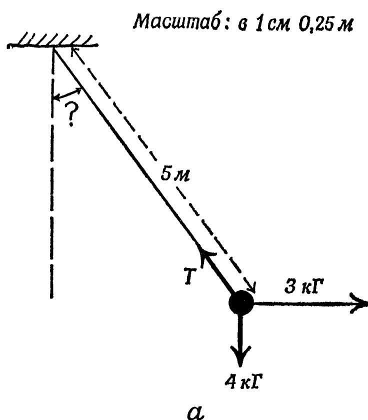
а) вес груза 4 *кГ*, направленный вертикально вниз;

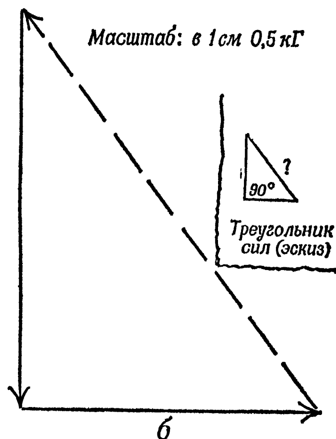
б) горизонтальная сила натяжения 3 *кГ*;

в) натяжение веревки маятника неизвестной величины, направленное вдоль веревки вверх.

Чтобы рассчитать натяжение веревки маятника, построим две диаграммы; их нужно строить отдельно, ибо они относятся к совершенно разным вещам. *Реальная схема* — это рисунок, изображающий конструкцию, с которой мы имеем дело. Эту схему можно изобразить в масштабе или просто нарисовать рисунок и указать на нем размеры. *Диаграмма сил* — это векторная диаграмма, на которой силы изображаются отрезками прямых. *Диаграмму сил не следует строить над реальной схемой, хотя обе они могут быть сходны.* В этой задаче мы будем строить векторную диаграмму для трех сил, действующих на груз маятника. После того как груз перестает раскачиваться и приходит в состояние покоя, сумма этих сил должна быть равна нулю. Поэтому векторы сил, построенные в масштабе, должны образовать замкну-

тый треугольник (фиг. 71). Прежде всего проводим вектор, о котором нам все известно,— вектор силы, действующей на груз маятника по вертикали и равной весу груза 4 *кГ*. Изобразим этот вектор вертикальным отрезком **AB** длиной 4 *см* со стрелкой, направленной вниз [1]. Затем мы добавляем еще один вектор, о котором нам опять-таки все известно,— горизонтальную силу 3*кГ*, изображаемую отрезком **BC** длиной 3 *см*. Отрезок, изображающий третью силу, должен замыкать треугольник, поскольку сумма сил равна нулю. Поэтому третья сила должна изображаться отрезком **CA**. Измерив эту сторону построенного треугольника, мы находим 5 *см*, что соответствует натяжению веревки маятника 5 *кГ*.





Фиг. 71. Схема приложения сил (а) и диаграмма сил для груза (б). Единственный известный размер показан в масштабе, угол может быть изображен неверно.

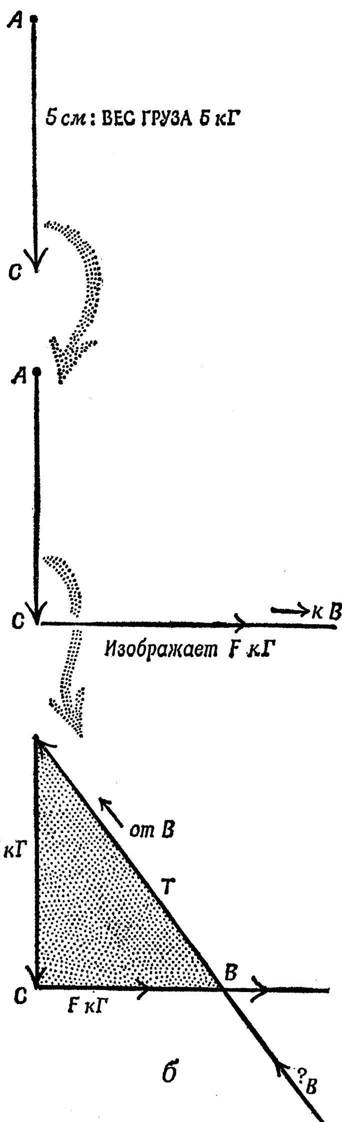
Мы могли бы в этом случае поступить и по-другому: набросать примерный рисунок и, воспользовавшись теоремой Пифагора, найти искомую длину третьей стороны треугольника, она равна $\sqrt{4^2+3^2}$, или $\sqrt{25}$, т. е. 5 *см*. Направление этой стороны треугольника образует с вертикалью угол, характеризующийся уклоном (тангенсом), равным $^3/_4$. По таблицам тригонометрических функций или путем деления находим, что этот угол примерно равен 37°. Переходя к реальному маятнику, мы можем теперь сказать, что натяжение веревки равно 5 *кГ* и что веревка образует с вертикалью угол 37°.

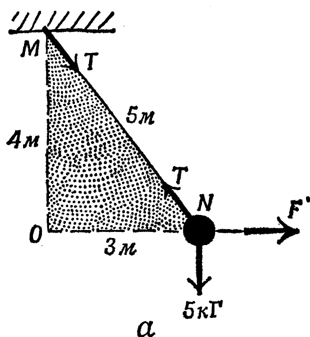
Пример Б

Груз маятника 5 *кГ*, подвешенный на веревке длиной 1,5 *м*, оттянут в сторону на 0,9 *м* горизонтальной силой **F**. Какова величина этой силы? На фиг. 72 показан схематический рисунок и этапы построения диаграммы сил. Построение диаграммы сил мы начинаем, проведя **AC**, вектор единственной

[1] Точки *A*, *B*, *C* не показаны на фиг. 71, *б*. Проставьте их.

силы, о которой нам все известно,— силы, направленной вниз и равной весу груза 5 *кГ*. Теперь прибавим к ней горизонтальную силу, т. е. проведем горизонтальную прямую из конца вектора **АС**. Но величина этой силы нам пока неизвестна, поэтому мы не знаем, какой длины должен быть изображающий ее отрезок. Однако мы знаем, что, прибавив к остальным двум силам натяжение веревки маятника, мы должны получить замкнутый треугольник сил (если груз маятника находится в равновесии). Поэтому вектор силы натяжения должен выходить из конца силы **F** и оканчиваться в точке *A*. Кроме того, натяжение веревки должно быть направлено вдоль самой веревки. (Можете ли вы представить себе веревку, позволяющую тянуть в каком-то ином направлении, нежели вдоль самой веревки?) Таким образом, мы переносим направление веревки с рисунка, изображающего реальную схему, на диаграмму сил и проводим через точку *A* прямую, параллельную направлению веревки. Этот отрезок наклонной прямой образует третью сторону треугольника сил **ВА** — натяжение веревки. Угол *B* примыкает к прямой, проходящей





Фиг. 72. Построение диаграммы сил.

а — схема приложения сил; *б* — этапы построени диаграммы сил; поскольку треугольник может быть задан двумя углами и одной из сторон, построить диаграмму сил возможно.

наклонно, и к горизонтальной прямой, при этом он должен быть образован пересечением обеих этих прямых. Найдя положение точки B, мы узнаем величину силы $\mathbf{F}$, попутно мы определили также натяжение веревки маятника. Для нахождения величины интересующей нас силы мы построили точный чертеж и произвели измерение.

В этом случае числовые данные позволяют проделать простые вычисления, исходя из геометрических соображений, и можно рассчитать $\mathbf{F}$ по приближенным рисункам, рассуждая следующим образом: стороны треугольника сил ABC параллельны сторонам треугольника MNO на реальной схеме, следовательно [1], эти треугольники подобны. (По теореме Пифагора находим $OM = 1{,}2$ *м*.) Итак,

$$\frac{F\,кГ}{5\ кГ}\ \text{на треугольнике сил} = \frac{0{,}9\ м}{1{,}2\ м}\ \text{на реальной схеме}$$

Следовательно,

$$F = (5\ кГ)\,\frac{3}{4},$$

т. е.

горизонтальная сила $F = 3{,}75$ *кГ*.

Аналогично,

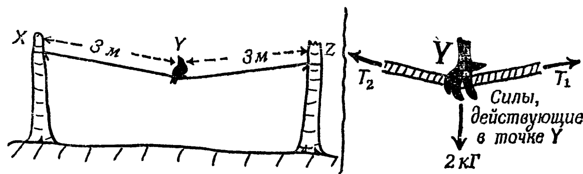
$$\frac{T\,кГ}{5\ кГ} = \frac{1{,}5\ м}{1{,}2\ м}.$$

Отсюда натяжение веревки маятника $T = 6{,}25$ *кГ*.

П р и м е р *В*.

Телефонный провод натянут между двумя опорами, отстоящими друг от друга на 6 *м* (фиг. 73), натяжение провода невелико. На провод, как раз посредине, села птица весом 2 *кГ*. Средняя точка провода провисла на 0,3 *м* от уровня, на котором находятся крайние точки провода, прикрепленные к опорам. Вычислите натяжение провода. (На первый взгляд эта задача может показаться надуманной, подобно множеству задач статики, однако на самом деле речь идет об очень серьезной проблеме, с которой сталкиваются при эксплуатации проводов телефонной связи и линий электропередач. Как показывает ответ на эту задачу, птицы и обледенения могут вызвать огромные натяжения в проводах, способные привести к их удлинению и даже разрыву.)

Построим диаграмму сил для небольшого центрального участка провода Y, где сидит птица [2].

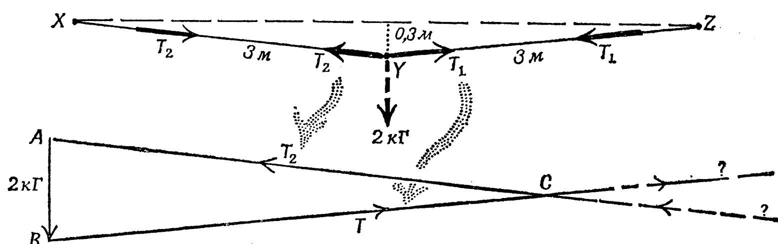


Фиг. 73. К примеру С.

[1] Если вам еще неизвестны свойства подобных треугольников, обратитесь к какому-нибудь учебнику геометрии или попросите, чтобы вам их объяснили: необходимо уметь уверенно ими пользоваться.

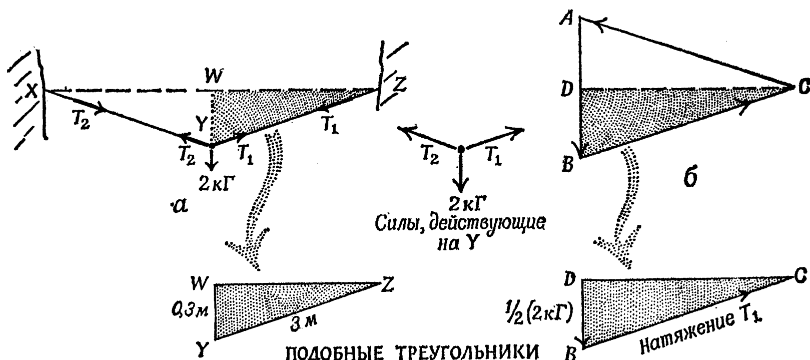
[2] Откуда нам известно, что целесообразно выбрать этот кусок провода для построения диаграммы сил, а не половину провода XY или не весь провод XYZ? Удачно выбрать для рассмотрения ту или иную часть конструкции — это один из приемов решения задач статики; этими приемами можно быстро научиться пользоваться, но для серьезной науки они не представляют большой ценности.

На этот участок провода действуют три силы: вес птицы, направленный вниз, и натяжения провода T_1 и T_2, направленные под некоторым углом к горизонту. Угол между проводом и горизонталью назовем *E*.



Фиг. 74. Диаграмма сил (а) и схема приложения сил (б).
Масштаб: в 1 *см* — 0,5 *м*; в 1 *см* — 1 *кГ*.

Построение диаграммы сил для *Y* (фиг. 74) начинаем с веса птицы — вполне известной нам силы. Проводим вертикальную прямую и откладываем на ней направленный вниз вектор **AB** длиной 2 *см*, обозначающий вес птицы 2 *кГ*. Из точки *B* проводим отрезок *BC*, параллельный правой стороне провода, обозначающий натяжение провода, затем — еще один вектор, параллельный левой половине провода. Этот вектор должен замкнуть треугольник, поскольку сумма сил, действующих на *Y*, должна быть равна нулю. Но мы не знаем, какой длины должны быть векторы натяжений. Поэтому проводим две прямые: одну из точки *B* вверх под углом *E*, а вторую — через точку *A*, также под углом *E*, и отмечаем точку *C* пересечения этих прямых. Теперь у нас есть треугольник сил, стороны которого можно было бы измерить и определить, исходя из выбранного масштаба.



Фиг. 75. Применение теоремы о подобных треугольниках.
а — схема приложения сил; *б* — диаграмма сил (все не в масштабе).

Можно обойтись и без измерений, если удастся увязать диаграмму сил

с реальной конфигурацией посредством подобных треугольников (фиг. 75). Треугольник сил ABC *не подобен* треугольнику XYZ, но, как в большинстве таких задач, можно отыскать подобные треугольники, произведя простые дополнительные построения. В данном случае можно провести линии, показанные на фигуре пунктиром, и воспользоваться доказательством, данным ниже.

Треугольники WYZ и DBC подобны. В треугольнике DBC сторона DB представляет собой *половину* веса птицы, т. е. $^1/_2$ (2 *кГ*).

В треугольнике WYZ сторона WY представляет собой вертикальный провес провода, равный по условию 0,3 *м*.

Таким образом,

$$\frac{3\ м}{0{,}3\ м} \text{ в треугольнике } WYZ$$

$$=\frac{T_1 кГ}{1\ кГ} \text{ в треугольнике } DBC.$$

Отсюда натяжение $T_1=(1\ кГ)(10/1)=$ $=10$ *кГ*. Точно так же находим $T_2=10$ *кГ*.

Птица весом 2 *кГ* способна создать натяжение 10 *кГ*. Как вы думаете, каково было бы натяжение, если бы провод не был так слабо натянут и провисал не на 0,3 *м*, а всего на 2 *см*?

Задача 2

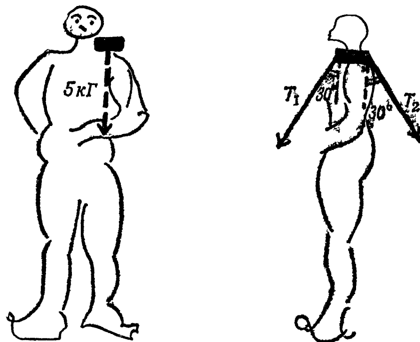
Маятник состоит из груза весом 6 кГ, подвешенного на веревке длиной 3 м. Груз оттянут в сторону приложенной к нему горизонтальной силой. При этом натяжение веревки маятника, составляющей некоторый угол с вертикалью, равно 10 кГ.

а) Какова величина горизонтальной силы, приложенной к грузу?

б) Какой угол составляет с вертикалью нить маятника?

Задача 3

Хирург накладывает на плечо больного специальную шину и хочет приложить к ней вертикальную направленную вниз силу 5 кГ. Он предлагает для



Фиг. 76. К задаче 3.

этого оттянуть шину вниз с помощью веревки. Чтобы плечи и грудная клетка больного не создавали при этом помехи, хирург осуществляет натяжение шины двумя веревками, идущими от плеча по обе стороны, спереди и сзади, причем каждая веревка образует угол 30° с вертикалью (фиг. 76).

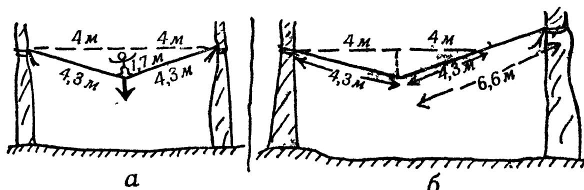
а) Вычислите необходимое натяжение каждой веревки. (Постройте в большом масштабе наглядную диаграмму сил.)

б) Объясните проведенные вами вычисления.

Задача 4

Канатоходец, весящий 75 кГ, стоит посредине каната длиной 8,6 м, натянутого между двумя опорами, отстоящими друг от друга на 8 м (фиг. 77, а).

а) *Найдите натяжение каната, сопроводив вычисления диаграммами и четкими объяснениями. (Примечание. При указанных размерах провес посредине составляет 1,7 м.)*



Фиг. 77. К задаче 4.

б) *Представьте себе, что канат удлинен с одной стороны и прикреплен к более высокой опоре, как показано на фиг. 77, б, причем углы, которые обе половины каната образуют с горизонтальным направлением, остаются прежними. Как это скажется на натяжении(ях)?*

Задача 5

а) *Какие из перечисленных ниже слов должны, по вашему мнению, обозначать векторы (вектор — это величина, которая подчиняется правилу геометрического сложения): сила, объем, ускорение, скорость, температура, плотность, доброта, скромность, влажность, электрическое поле?*

б) *Дайте (максимум в две строчки) письменное определение суммы нескольких векторов. (Не приводите правила для нахождения суммы. Дайте ясное описание, из которого было бы видно, что это такое.)*

в) *Покажите с помощью рисунков и краткого описания, как правило параллелограмма для сложения векторов (т.е. правило геометрического сложения) ведет к способу многоугольника, при котором каждый последующий из складываемых векторов проводится из конца предыдущего.*

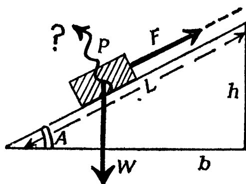
Задача 6. Важное соотношение: груз на наклонной плоскости

Тело покоится на наклонной плоскости без трения; наклонная плоскость образует с горизонтальным направлением угол A (отношение высоты наклонной плоскости h к длине L таково, что $\sin A = h/L$). Тело удерживается на наклонной плоскости от скольжения вниз веревкой, натяжение которой F параллельно наклонной плоскости. Земное притяжение действует на тело вертикально вниз с силой, которую мы называем весом тела W (фиг. 78).

а) *Изобразите тело на наклонной плоскости и укажите стрелками направления W и F. Добавьте еще одну стрелку и укажите направление реакции опоры P, с помощью которой наклонная плоскость действует на тело. Считайте, что, поскольку трение на наклонной плоскости отсутствует, реакция опоры P должна быть перпендикулярна к поверхности наклонной плоскости. Покажите все это стрелками, выходящими из тела.*

б) Начертите еще один рисунок, показывающий, что векторы W, P и F при сложении дают нуль.

в) Если вы согласны, что оба ваши рисунка содержат подобные треугольники, то, воспользовавшись этим, выразите отношение F/W через h и т. д., т. е. через угол A.



Фиг. 78. К задаче 6.

г) Представьте себе теперь, что веревку перерезали так, что сила F исчезает и тело начинает двигаться с ускорением вниз по наклонной плоскости. В отсутствие веревки на тело действует результирующая сила, направленная вниз по наклонной плоскости, такой же величины, как сила F, которая была направлена вверх по наклонной плоскости. Какова величина этой силы?

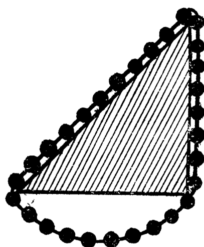
Задача 7

Рассмотрите задачу 6 другим способом. Разложите вес W на компоненты F (направлена вниз по наклонной плоскости) и P (направлена перпендикулярно к наклонной плоскости). Выразите F через W и h и т.д. Это позволяет найти необходимое натяжение веревки и, если веревка отсутствует,— результирующую силу, направленную вниз по наклонной плоскости, которая вызывает ускоренное движение тела.

Задача 8

Незадолго до работ Галилея Стевин опубликовал остроумный «мысленный» эксперимент. Он рассуждал следующим образом. Представим себе связку

Фиг. 79. К задаче 8.

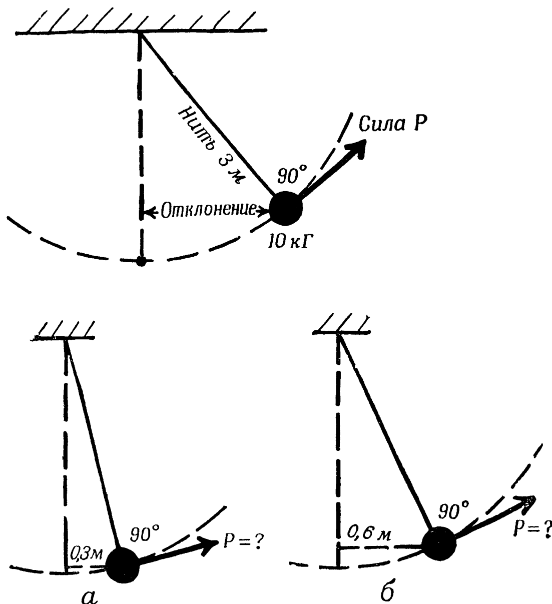


гладких шариков в виде ожерелья, повешенную на треугольную призму (фиг. 79). Связка должна находиться в равновесии: мы не предполагаем, что она, скользя по наклонной плоскости, будет двигаться вокруг призмы все быстрее и быстрее, просто потому, что на наклонной плоскости больше шариков. Отрежем с двух концов ту часть связки, которая свободно свешивается под призмой. Поскольку эта часть связки симметрична, ее удаление не может

нарушить равновесия. Исходя из этого, Стевин предсказал, что отношение F/W для груза на наклонной плоскости должно быть равно h/L. Попытайтесь продолжить и завершить его рассуждения и прийти к этому выводу. (Указание. Сосредоточьте все шарики, находящиеся на наклонной плоскости, в один сплошной кусок, а все шарики, висящие вертикально,— в другой кусок. Соедините оба куска нитью, перекинутой через блок.)

Задача 9

Конструктор намерен включить в свой прибор маятник, груз которого оттягивался бы в сторону шнуром, перпендикулярным к нити маятника, т. е. направленным по касательной к дуге, описываемой грузом (фиг. 80). Длина нити маятника 3 м, железный груз весит 10 кГ.



Фиг. 80. К задаче 9.

а) Какую силу P нужно приложить к грузу маятника, чтобы оттянуть его на 0,3 м по горизонтали? Аккуратно постройте диаграммы и сопроводите ваши расчеты объяснениями.

б) Повторите расчет при условии, что груз оттягивается в сторону на 0,6; 0,9; 1,2; 1,5 м по горизонтали.

в) Что вы можете вообще сказать относительно силы P, необходимой, чтобы сообщить грузу такие отклонения? (В этом заключается исходное положение теории колебаний маятника.)

ГЛАВА 4 • ВАШИ СОБСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

«„...Я не делаю выводов на основании единственного эксперимента и в поставленных мной опытах исследую не одну, а разные стороны явлений; я никогда не подтасовываю результаты, дабы привести их в соответствие с какими-либо заранее принятыми представлениями. Как раз наоборот, я стараюсь быть умелым во всех видах экспериментальной работы и для меня каждый опыт, так сказать, пробный камень, с помощью которого я проверяю свои прежние представления...“ Так двадцатишестилетний молодой человек излагал свое научное кредо в век, когда экспериментальный метод еще только прокладывал путь в науке.»

Э. Н. да С. Андраде,
О Роберте Гуке

Объем вашей лабораторной работы и отбор опытов для нее в значительной мере зависят от возможностей вашего учебного заведения.

Если вы не получите возможности работать в лаборатории, то придется опустить некоторые главы, требующие проведения экспериментальной работы; при изучении других вопросов, особенно ускоренного движения, давления и закона Бойля (настоящая глава), а также электрических цепей (гл. 32)[1], надо посмотреть демонстрационные опыты. (Часто один-единственный показ может дать больше фактической информации, чем несколько лабораторных работ.)

Если вы сможете сами поработать в лаборатории, то выбор и характер опытов будут зависеть от наличия оборудования, поэтому в этой главе даются только общие рекомендации и пояснения. Почти всякий лабораторный опыт — все равно какой, старый или новый, требующий простой аппаратуры или сложной,— может принести большую пользу. Но если инструкция недостаточно продумана или чрезмерно «разжевана», выполнение даже самого остроумного эксперимента может оказаться лишь напрасной тратой времени.

Милости просим

Вам может показаться странным, что некто, работающий совсем в другой, далекой лаборатории, обращается к вам с приветственным словом. Но ведь этот курс должен заложить основу вашего научного образования, а насколько прочной окажется эта основа, в немалой степени зависит от вашей работы в лаборатории.

[1] Гл. 32 («Электрические цепи») входит в т. 3 настоящего издания.

И если она будет для вас лишь скучным выполнением стандартных прописей, то принесет только вред. Если же вы придете в лабораторию как полноправный ученый, который сам планирует, обсуждает и ставит опыты, сам делает из них выводы и обнаруживает слабые места, то лично сможете испытать радости и печали настоящих ученых-экспериментаторов, и эта работа станет полезной. Эксперименты, проведенные в лаборатории, достигнут цели лишь в том случае, если в ходе их выполнения вы почувствуете, как работают ученые — как они ставят опыты и производят измерения, как они доверяют своим результатам, а иногда сомневаются в них, как они делают выводы из опытов и дополняют их предположениями; короче говоря, почувствуете «механику» взаимосвязи между экспериментом и теорией.

Почему ценность работы в лаборатории так зависит от вашего отношения к ней, почему мы не считаем, что она в любом случае даст вам навык научной работы? Сейчас врачи охотно обсуждают весь ход лечения совместно со своими взрослыми пациентами (если, конечно, они достаточно подготовлены). По тем же причинам и мы, прежде чем приступить к лабораторной работе, обсудим, какую она может принести нам реальную пользу.

Преподаватели, даже те, которые серьезно подходят к проблемам образования и воспитания, часто ожидают, что, прослушав курс, студенты станут аккуратными, научатся искусно обращаться с приборами, строго, последовательно и «научно» мыслить. Они полагают, что приобретенные во время учебы навыки принесут некую универсальную пользу, распространятся на изучение других предметов и даже на отношение к жизни в целом. Вы сами, возможно, разделяете эти взгляды и рассчитываете, что наш курс принесет вам именно такую пользу, и, может быть, легкомысленно надеетесь получить еще и удовольствие от лабораторных занятий. Как это ни курьезно, именно получаемое от опытов удовольствие, по-видимому, и представляет определенную ценность, тогда как более серьезные надежды могут и не осуществиться. Однако наиболее ценный результат обучения заключается совсем в другом — *научиться понимать работу ученых*, а для этого очень важно, чтобы вы своими руками проделали определенную часть научной работы.

Почему мы так скромны при оценке результатов работы в лаборатории, ограничивая их лишь общим опытом научной работы? Дело в том, что исследования психологов за последние полвека подвергли основательному сомнению надежды, возлагаемые на то, что некоторые навыки, приобретенные при прохождении курса,

могут принести реальную пользу и в повседневной жизни. Профессиональные навыки (умение паять для радиомонтеров, техника вычислений для будущих математиков, техника взвешивания для фармацевтов) вырабатываются довольно легко, но по большей части не выходят за пределы узкой специфики. (Взгляните на самих ученых. Став специалистами в своей области, приобрели ли они заметные общие преимущества, стали ли более аккуратными, самокритичными, последовательными и беспристрастными? Некоторые, правда, обладают этими достоинствами, но процент таких ученых от их общего числа такой же, как и людей других профессий.)

Таким образом, мы подошли к основному вопросу при планировании образования. Если, скажем, при прохождении курса мы приобрели определенные навыки в обращении с какими-либо приборами или в применении какой-либо идеи или метода, то может ли наш разум перенести эти навыки на жизнь в целом? Если на этот вопрос мы отвечаем «нет», то такой курс мало полезен для образования. Единственное, что он может обещать, — это получение *информации*, однако факты легко забываются, и их лучше отыскивать, когда надо, в справочниках. Если мы отвечаем «да», то выгоды такого курса поистине беспредельны — он может помочь людям научно мыслить, сделать их дальновидными, гармоничными. Поскольку ваши надежды и интересы серьезно связаны с ответом на этот вопрос, мы еще вернемся к нему и расскажем также о некоторых открытиях психологов.

«Перенос навыков»

В поисках ответа на этот вопрос в течение последних пятидесяти с лишним лет ставились тщательные эксперименты с контролем до и после тренировки, с контрольными группами и т. д. Одним из первых поставил опыт над самим собой психолог Вильям Джеймс. Он измерил скорость заучивания французских стихов, потом перешел к заучиванию английских стихов и упражнялся в этом несколько недель. Вернувшись снова к французским стихам, он не обнаружил, что может их заучивать быстрее, — тренировка в английских стихах не принесла пользы. Другие ранние результаты были столь же обескураживающие — почти никакого переноса навыков [1].

---

[1] Правда, студенты, блестяще успевавшие по латыни, оказывались очень способными к другим предметам. Однако из этого еще не следует, что изучение классиков воспитало их воображение и отшлифовало ум, — просто эти студенты всегда были исключительно способными. Их учителям, заяв-

В качестве примера возьмем тренировку в точном взвешивании на химических весах. В хорошей химической лаборатории можно обучить студентов технике взвешивания и научить взвешивать быстро и точно. Но когда они приходят на завод или проводят взвешивание дома, навык зачастую утрачивается. Такие результаты как будто бы доказывают, что высшее образование может дать лишь технические навыки, а это означало бы полное крушение наших с вами надежд, возлагаемых на этот курс.

К счастью, последующие исследования показали, что в действительности *перенос навыков происходит*, хотя совсем не в такой простой форме, как ожидали сначала, и только при определенных обстоятельствах [1]. Чтобы с наибольшей пользой провести лабораторную работу (а ее ценность во многом определяется возможностью переноса навыков), вы должны знать, каковы эти благоприятные обстоятельства. По-видимому, эти обстоятельства таковы:

1) *Наличие общности.* Навык к выполнению какого-либо рода действий относительно легко переносится на другой род деятельности, если он имеет с первым что-либо общее. Например, если у вас есть навык к точному взвешиванию в химической лаборатории, вы наверняка справитесь с этим в другой химической лаборатории; весьма вероятно, что этот навык вы перенесете на любое взвешивание в физической лаборатории (особенно если применяются сходные приборы!). Значительно менее вероятно, что вы столь же тщательно будете взвешивать в домашних условиях или на работе, и совсем невероятно, чтобы навык к точному взвешиванию превратился у вас в общую привычку к точности в других областях вашей деятельности.

Другой пример: умение логически рассуждать, приобретенное при изучении геометрии, по-видимому, перейдет на дальнейшее изучение геометрии, может быть, оно поможет вам при изучении физики, однако вряд ли от этого вы будете более критически относиться к рекламам и почти наверняка не станете более квалифицированным экономистом. Все же именно последнее звено в каждой цепи примеров представляет собой то, чего мы больше всего

лявшим о больших преимуществах своего курса, следовало быть более осторожными в проведении границы между *propter hoc* и *post hoc*, т. е. между способностями, приобретенными по *причине этого* (изучения классиков), и способностями, обнаруженными *после этого*.

[1] Специалисты до сих пор расходятся в количественной оценке переноса навыков, так как трудно сделать беспристрастные сравнения и еще труднее дать полное и строгое истолкование результатов; все же приведенный здесь очерк суммирует общепринятое мнение.

ждем от образования. К счастью, остаются еще два фактора, приведенные ниже, разумно используя которые, мы можем сделать выводы менее пессимистическими.

2) *Осознанное стремление к переносу навыков должно поощряться*. Если вы убеждены в своих достижениях в одной области и видите, что их можно применить к другим областям, перенос навыков более реален. Желание перенести навыки окупается тем, что оно создает необходимую для переноса общую основу. Все это и обсуждается здесь для того, чтобы вы могли поставить свои собственные цели и тем самым сделать работу более полезной.

3) Под действием *сильного интеллектуального чувства* навык может быть перенесен даже на совершенно другую область. Если вы *наслаждаетесь* мощью науки или находите *большое удовольствие* в применении какого-либо метода, если вас вдохновляет научная идея или интересуют философские вопросы, возникающие при обучении, тогда более вероятно, что вы сохраните и обобщите свои успехи.

Итак, вернемся к нашим примерам. Студент, который испытывает восторг перед точным взвешиванием и делает точность своего рода идеалом, может перенести склонность к точности и аккуратности на все стороны своей деятельности. Студент, которого вдохновляет четкий метод рассуждений в геометрии, может использовать некоторые из приобретенных при изучении геометрии навыков при своей работе в качестве экономиста или юриста [1].

Точно так же экономист, предприниматель или администратор, которому доставляет удовольствие научный подход к проблемам, может сделать свою деятельность более творческой, и тогда его работа не только приобретет ценность для других, но и принесет ему удовлетворение.

Всем нам следует как можно больше думать о широком применении своих знаний и навыков, и мы должны высоко ценить то удовольствие, которое получаем от некоторых опытов, рассуждений, теорий, предположений. Таким образом, наше приглашение в лабораторию звучит несколько непривычно: «Приходите и рабо-

---

[1] Юрист, который рассуждает по типу исчерпывающих доказательств Евклида,— всегда ужасающий собеседник. Подобно Евклиду, он начинает с изложения аксиом и предположений и делает из них такие выводы: «...самоочевидно. Все мы знаем, что...». Таким образом, он знает, что его вопрос решен, в то время как он едва сдвинулся с места. Он занимается только логическими построениями (*если... то...*, так как *мы согласны, что...*, *и так как...*, *таким образом...*), пока его оппонент не оказывается безнадежно загнанным в угол.

тайте в лаборатории, и лучше, если вы будете работать там с удовольствием!» Предлагая этот курс, мы не можем управлять вашими чувствами и обеспечить появление надлежащих ощущений. Мы можем только предупредить, насколько важно ваше отношение к работе, и предоставить хорошую лабораторию для ваших экспериментов [1]. Учитывая поставленные перед вами цели, почти каждый эксперимент представляет обширное поле деятельности и почти любое оборудование годится для этого. Но вам потребуется время, чтобы завершить каждый эксперимент или исследовать новую сторону явления. Поэтому лабораторные занятия лучше организовать так, чтобы у вас оставалось дополнительное время для нескольких опытов, а не требовать выполнения каждого опыта в строго ограниченное время. В отведенные часы вы можете работать по своему усмотрению, лишь иногда испытывая потребность в советах преподавателей, а если вы попросите, чтобы они разжевали вам все до мелочей, они ответят: «Это ваши собственные исследования».

Цели лабораторной работы

Теперь, когда вам изложены все сомнения в возможности «переноса навыков» и условия, в которых этот перенос возможен, мы можем реалистически взглянуть на цели лабораторной работы.

В лаборатории — очень практично, но медленно — вы можете узнать физические «факты», от мелких деталей до общих законов. Исследования показали, что фактические сведения быстрее приобретаются при классных занятиях или при чтении учебников. Использовать лабораторию только для накопления фактических сведений — значит, растрачивать время и дорогостоящее оборудование. И все же вы почувствуете, что фактический материал, изученный на лабораторных занятиях, становится более понятным.

---

[1] *Экспериментирование* — это длинное латинское слово, обозначающее испытание вещей. По мере работы в лаборатории вы, вероятно, станете употреблять это слово только для *систематических опытов и планомерных исследований* в отличие от случайной «игры» с приборами, которая дает лишь развлечение и обещает мало новых знаний. Это различие нельзя сделать строгим и определенным без ущерба для понимания науки, и все же по мере прохождения курса вы найдете, что слово «экспериментирование» имеет четкий смысл.

Длинное слово «экспериментирование» имеет столь же длинную историю. Раньше верили, что длинные слова звучат более научно и стремились чаще употреблять их, но сейчас большинству ученых очевидно, что это не более чем наивное ребячество.

В этом смысле ценность лабораторной работы состоит в том, что она позволяет глубже понять сущность изучаемых явлений.

Однако занятия в лаборатории принесут значительно больше пользы, если вы усвоите научный подход к изучению явлений или сможете почувствовать атмосферу науки. Для этого эксперимент должен стать вашей собственной работой, работой, которую вы любите, считаете частью своей жизни и с которой связаны ваши надежды на будущее. Работая как настоящий ученый, вы ставите себя в одинаковое положение с научными работниками и лучше сможете понять сущность научного метода.

Итак, ваша работа в лаборатории преследует несколько целей: изучить некоторые области физики с той тщательностью, какая возможна только при работе собственными руками; научиться применять некоторые методы исследования и правильно оценивать их возможности и, самое главное, почувствовать себя членом «сообщества ученых» и на себе испытать, что такое научная работа со всеми ее радостями и печалями, туманными теориями и надежными экспериментальными результатами, трепетом успеха и горечью неудач. Придя в лабораторию, станьте «ученым на день», и вы проникнете в сущность науки, а это ценнее любой фактической информации.

«Эксперименты по выбору»

В определенные дни (названные «эксперименты по выбору») вам будет предоставлена возможность проводить в лаборатории любые исследования (в пределах данной области физики). Для работы будут приготовлены определенные приборы, но вы сможете получить и другое оборудование, если оно вам необходимо и ваши запросы не окажутся невыполнимыми. Вас, возможно, заставят объяснить, для чего вам нужны дополнительные приборы, но высмеивать ваши планы никто не будет. В хорошей лаборатории самостоятельная работа поощряется и для нее должны быть предоставлены хорошие приборы. При этом предполагается, что вы в свою очередь будете обращаться с приборами осторожно. Научные приборы стоят дорого [1], изготовляют их по большей части искусные мастера, и как средство совершенствования человече-

---

[1] Например, оси амперметров выполнены из драгоценных камней и так тонки, что небольшой вес, который они несут, создает в точке *опоры* давление около тонны на квадратный сантиметр. При резком опускании прибора на стол давление возрастает во много раз; при таком обращении ось может затупиться и прибор совершенно выйдет из строя.

ского разума и мастерства эти приборы заслуживают должного уважения.

Вам встретятся и простые, менее хрупкие приборы, вроде линеек и часов, которые вы заранее считаете верными. Но не будьте слишком доверчивы: бывают кривые и деформированные линейки из самой современной пластмассы и плохие часы в ярко отполированных футлярах. Убедитесь сначала, что эти приборы достаточно хороши для ваших целей, или попросите дать вам получше.

Те, кто подготавливает лабораторию для «экспериментов по выбору», заранее предвидят направление ваших исследований и ваши потребности. Но иногда вы или ваш сосед свернете неожиданно в сторону, порой весьма плодотворную. Это найдет поддержку, и вашу работу обеспечат всем необходимым. Совсем не обязательно повторять все, что делают рядом ваши соседи,— различные методы и результаты можно обсудить сообща в конце работы

Открытия?

Возможно, вы придумаете новые эксперименты или изобретете новые методы их проведения, но вряд ли вы откроете совершенно новое физическое явление, неизвестное еще ученым. Мы не хотим обманывать вас, и вы сами не должны заблуждаться на этот счет. Тем не менее вы можете испытать счастье первооткрывателя, открывая что-то для себя, обнаруживая восхитительную простоту в природе или исследуя какое-либо поразительное явление.

Классические опыты

В другие дни ваша деятельность в лаборатории будет ограничена определенными заданиями, возможно повторением некоторых знаменитых опытов. В таких случаях лучше, если вы отнесетесь к опыту не как к стандартному повторению, а воспользуетесь возможностью разделить удовлетворение ученого-первооткрывателя.

Лабораторный журнал

Как «ученый на день» вы имеете право требовать предоставления хорошего оборудования, усердно работать, делать выводы, отстаивать свои взгляды и доверять собственным результатам. При этом вы должны составлять определенный отчет о своей

работе, вести дневник того, *что вы сделали* и *что наблюдали*, делая выводы и заключения.

Такую запись обычно называют лабораторным журналом. Формальные требования, не имеющие ничего общего с наукой, могут превратить ведение журнала в бесполезную трату времени. Но, не делая никаких записей, вы никогда не научитесь тщательно систематизировать результаты. Для каждого ученого бесценна исписанная карандашом тетрадь, непременная спутница его экспериментальной работы. Эти записи, дополненные впоследствии, служат ему для официальных сообщений, но опасны ошибки, которые могут вкрасться при переписывании результатов. Поэтому ваши записи должны быть краткими и простыми. Мы надеемся, что они будут дороги вам как дневник вашей работы и, подобно настоящим ученым, вы будете долго сохранять их и после окончания эксперимента.

Хороший отчет не должен быть длинным. Пишите его во время лабораторных занятий и не переписывайте впоследствии из-за пристрастия к чистописанию. Как своего рода фабрика результатов и вычислений, отчет будет более полезным, если он достаточно аккуратен, но не надо, чтобы он был вылизан, как фабрика, которая не работает. Что вы подумаете о мастере, который боится работать на станке, чтобы не загрязнить помещение стружкой? Зачеркнутые ошибки, заключенные в скобки ненадежные результаты измерений, переправленные схемы с усовершенствованиями, вычисления, сделанные приблизительно и затем повторенные во всех деталях,— все это приветствуется как признак честной работы. Если вы что-то передумали, никогда не стирайте резинкой (это выглядит как уничтожение улик), а лучше зачеркивайте.

Вы должны помнить: задача отчета состоит в том, чтобы и через год вы могли во всех подробностях восстановить ход проделанной работы. Быть может, ваши записи послужат для другого студента (если он придет в лабораторию работать самостоятельно) в качестве образца, и, пользуясь вашими рекомендациями, он быстро и правильно проведет такой же опыт.

Хороший отчет должен содержать:

1) полную запись измерений — фактические отсчеты по каждому прибору или по каждой шкале, а не вычисленные на их основе цифры;
2) обработку результатов — вычисления, графики и т. д.;
3) пояснения, выводы и заключения (неотъемлемая часть, плодотворный итог вашей работы);

4) критическую оценку точности — то, что добавил бы хороший ученый. Когда ученые хотят использовать чужие результаты, их не удовлетворяет такая запись:

При делении ядер лития выделяется энергия . . .17,4 *Мэв.*

Ученый сам должен оценить степень точности своих результатов или обсудить возможные источники ошибок, чтобы другие могли сделать собственные выводы. Необходима запись хотя бы в такой форме [1]:

Выделившаяся энергия = 17,4 ± 0,2 *Мэв.*

Хорошо дать оценку точности и обсудить ошибки, но для этого нужно время и умение. Не тратьте на это времени, если вы не чувствуете необходимости и не получаете от этого удовлетворения.

1. *Описание.* На это не надо напрасно терять времени; эту часть следует свести к заметкам и делать их в ходе работы. Опускайте все, что очевидно (например, если в отчете сказано: «Температура воды... 16,2° С», то совершенно излишне добавлять в описании: «Мы взяли термометр и измерили температуру воды»).

Перечисление применяемых приборов — пустая трата времени (если только не применяются приборы особого качества или номерные приборы, которые вы хотите использовать впоследствии). Но если вы принимаете специальные предосторожности, об этом надо сказать (например, «мы осторожно перемешивали воду до достижения наибольшей температуры»). Для выполнения этой части отчета обычно достаточно нескольких строк — отчет о том, *что вы сделали*, а не переписывание стандартных инструкций, которые вы выполняли или не выполняли.

2. *Запись измерений.* Это главная часть отчета. Записывайте все, что может быть полезным. Во избежание переписывания, планируйте первоначальную запись так, чтобы ее легко было читать и использовать. Существуют две стандартные формы, используемые учеными:

а) Таблица отсчетов, составленная в виде снабженных заголовками колонок и рядов.

---

[1] Это означает: «Наилучшее значение, согласно моим измерениям, равно 17,4. Я не думаю, что точная величина равна 17,4+0,2 или 17,4—0,2, но на основании своей работы считаю, что истинное значение может быть где-то в этих пределах».

б) Последовательная запись измерений, подобная следующей:

Измерение теплопроводности		Запись
Температура воды		16,2° C
Диаметр стержня 2,48 2,46 2,46 2,44	. . . среднее	2,46 *см*
Радиус стержня[1] = 2,46/2		1,23 *см*
Площадь = $\pi r^2 = 3{,}14 \cdot 1{,}23^2$		4,75 *см*^{2}
Длина стержня . . . (и т. д.)		

3. *Обработка и выводы* составляют половину основной ценности работы (вторая половина состоит в ее выполнении). Будьте строги и последовательны в рассуждениях, смелы и изобретательны в выводах. Извлеките из ваших наблюдений все следствия, какие только сможете, и опишите ход рассуждений. Там, где можно сделать определенное заключение, четко формулируйте его, но избегайте ничего не выражающих общих мест, вроде «я подтвердил закон» или «расхождение обусловлено ошибкой эксперимента» (последнее утверждение — не более чем слегка замаскированная попытка выгородить себя).

Работа с партнером

Возможно, вам придется работать парами или группами. Этого требуют в большинстве лабораторий для экономии оборудования и обслуживающего персонала. Иметь сотрудника-партнера — сомнительное преимущество. Если вы переложите на него работу, то не только уступите ему аппаратуру, но и право обдумывать результаты за вас, а в конце концов, несмотря на кажущуюся экономию сил и времени, вы окажетесь в проигрыше. Но если вы будете относиться к партнеру как к собрату-ученому, т. е. вместе с ним составлять план опыта, обсуждать совместно методику, наблюдать за проведенными им измерениями и давать ему проверять ваши, сравнивать свои данные с его независимо полученными результатами, тогда работа вдвоем станет очень полезной. (В отчете его результаты используйте наравне со своими, но указывайте их происхождение на случай, если они окажутся сомнительными.)

[1] Диаметр стержня легче измерить, чем его радиус. Запишите величину диаметра, а затем вычислите радиус, располагая вычисления строчкой ниже и немного отступив от начала, чтобы показать, что это производная величина.

ПРЕДЛАГАЕМЫЕ ОПЫТЫ

(Приведенный ниже перечень ориентировочен и не полон; он может быть пополнен опытами, описанными в других главах.)

Опыт 1. *Падение тел и полет снарядов* (необязательный, опыт по выбору). Об этом опыте говорилось в гл. 1. Если у вас имеется возможность работать в лаборатории с самого начала курса, проделайте по своему выбору любые физические опыты с падающими и летящими телами (в воздухе или в другой среде). Начните со старых, простых и очевидных опытов, подобных подбрасыванию монет разного размера; быстро проделайте их и в нескольких строчках опишите, что вы сделали, что наблюдали, и сделайте какие-нибудь выводы.

Не задерживаясь долго на этих опытах, придумайте и проведите более сложные исследования. Постарайтесь проявить изобретательность и сделать эти исследования возможно более разнообразными. Пока это еще развлекательная стадия, которая не требует тщательного планирования и долгих систематических исследований.

Опыт 2. *Исследование пружин* (опыт по выбору). Попытайтесь узнать все, что возможно, о физических свойствах пружин. (Вы получите готовую спиральную пружину из стальной проволоки, но можете сделать себе и другие пружины, например навивая медную проволоку на стержень. При желании вам дадут другие материалы и пружины другой формы.) В этом опыте вы попадаете в обширную область так называемой «теории упругости», которая позволяет развивать исследования во многих направлениях: растягивание, скручивание, влияние различных способов обработки пружин. Лучше начать с приведенного ниже простого «обязательного эксперимента», а затем продолжить работу по собственному усмотрению, насколько у вас хватит изобретательности. Именно на опыты последнего типа возлагается основная надежда в этом курсе, и именно они принесут вам наибольшую пользу.

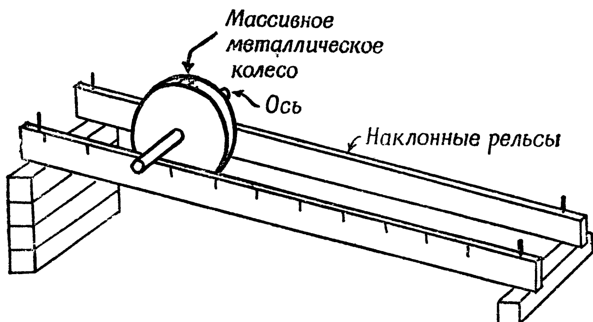
«Обязательный эксперимент»

Определите, как *растяжение* пружины зависит от приложенной к ней *нагрузки*. *Растяжением* называют величину удлинения пружины от ее длины в ненагруженном состоянии до длины пружины с данным грузом. (Таким образом, *растяжение* отсчитывают каждый раз от исходного, ненагруженного положения.)

Отмечайте положение какого-либо указателя по шкале в сантиметрах или метрах (а потом вычислите растяжение и запишите его в следующей колонке) и груз в граммах или килограммах.

Результаты измерений выразите в виде графика. (После этого опыта стоит задуматься над смыслом выражения «научный закон».)

Опыт 3. *Количественное изучение ускоренного движения.* Это исследование «катящегося колеса», о котором сказано в гл. 1. Проделайте один из вариантов этого опыта (фиг. 81). Измерения проводите очень точно; результаты представьте в виде графиков зависимости s от t (график I) и s от t^2 (график II). С помощью графика II проверьте, насколько



Фиг. 81. Опыт 3.

хорошо движение колеса соответствует простому движению, описываемому соотношением

УСКОРЕНИЕ = ПОСТОЯННАЯ ВЕЛИЧИНА

Если сможете, после опыта дайте общую оценку точности измерений, обсудив ее с преподавателем и другими студентами. Если вы можете определить вероятные ошибки для средних значений времени и расстояния, отметьте пределы ошибок вокруг точек на ваших графиках.

Обработка результатов опыта с вращающимся колесом

После выполнения опыта 3 подвергните результаты аналитической обработке; придайте им форму ответов на приведенные ниже вопросы. Эти вопросы составлены для колеса, которое скатывается по наклонным рельсам длиной 1 *м* и проходит весь путь за 25 *сек* (при другом устройстве вопросы следует соответственно видоизменить). Предполагается, что измеряются промежутки времени, за которые колесо проходит 0,2, ..., 0,6, 0,8, ... *м* от начала движения, и эти данные используются для построения графиков. (Записывается также время для промежуточного расстояния 0,7*м* и путь, пройденный за 15 *сек* от начала движения, но эти данные на графике не откладываются, а используются в качестве проверочных в ходе анализа.)

1. Можно ли по графику I сделать вывод, что s изменяется пропорционально t?

2. Можно ли по графику II сделать вывод, что s изменяется пропорционально t^2?

3. *Интерполяция.* Предположите, что ваши графики правильны, и с помощью интерполяции дайте ответы на следующие вопросы:

а) Каково значение t для $s=0,7$ *м*
по графику I?
по графику II?
по непосредственным измерениям (сохраненным для этой проверки)?

б) Каково значение s для $t=15$ *сек*
по графику I?
по графику II?
по непосредственным измерениям (сохраненным для этой проверки)?

4. Почему для интерполяции, требуемой в вопросе 3, точнее пользоваться графиком II, нежели графиком I?

5. а) Если справедлива формула $s=\frac{1}{2}at^2$ (при постоянном

ускорении a), как должны относиться значения t для 0,8 и для 0,2 *м*?

б) Вычислите величину этого отношения по вашим измерениям.

6. *Вычисление ускорения по наклону графика.* На графике II выберите две удобные точки, отстоящие далеко одна от другой, найдите для них значения s и t^2 и запишите их. С помощью этих чисел рассчитайте величину a, предполагая, что справедливо соотношение $s = {}^1/_2 a t^2$.

7. Почему величину a определять с помощью наклона графика точнее, чем подставить в формулу значения s и t, измеренные только для одного расстояния, скажем для 0,8 *м*?

8. *Несколько способов определения скорости.* Выберите на пути колеса подходящую точку, скажем 0,6 *м*, и найдите скорость в ней тремя методами:

а) по соотношению $v = at$, подставляя в него измеренные значения t для этого расстояния и значение a, полученное в ответе на вопрос 6;

б) по соотношению $v^2 = 2as$, подставляя выбранное значение s и полученное значение a;

в) по наклону графика I: проведите касательную при значении $s = 0{,}6$ *м*, продолжите касательную на бумаге, выберите на ней две далеко отстоящие точки, найдите их координаты и запишите их; с их помощью вычислите наклон касательной (см. обсуждение в гл. 1, а также пояснения к графикам в гл. 11);

г) сравните результаты методов (б) и (в); выразите разность между *скоростью*, полученной по методу (в), и скоростью, полученной по методу (б), в виде % от этой скорости (см. обсуждение относительно отклонения в гл. 11).

9. Если бы колесо не вращалось, а скользило без трения, каким было бы ускорение: таким же? бóльшим? меньшим? Почему? (Это очень важный вопрос и над ним стоит поразмыслить. Для полного ответа требуется более глубокое знание физики. Если вы нашли ответ, то благоразумно отложите свою догадку, не проверяя, целиком ли она верна, до следующей главы, где будет дан ясный ответ.)

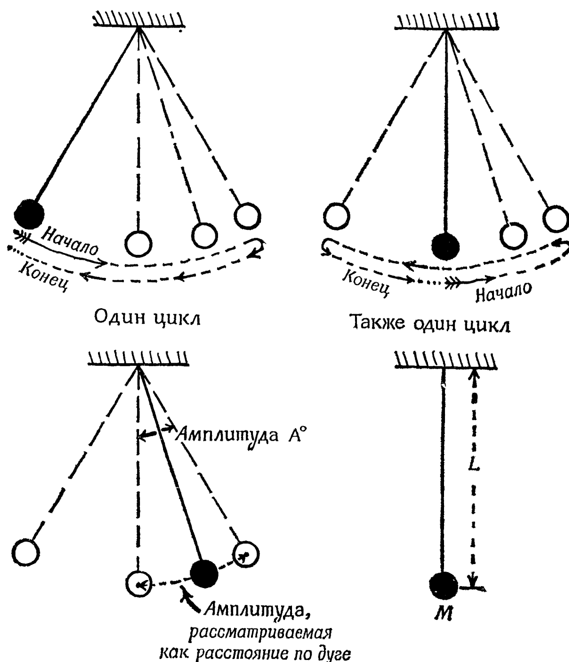
Опыт 4. *Маятники.* Из всех возможных объектов исследуем только *простой маятник*, т. е. небольшой шарик, раскачивающийся взад и вперед на длинной нити. Постарайтесь ответить только на один вопрос: как время колебания, или период маятника, зависит от каждого из физических факторов, которые могут влиять на него?

Даже при таком ограничении задача достаточно сложна, если не последовать хорошему правилу изменять каждый раз только один из выбранных факторов, сохраняя другие постоянными.

Периодом колебания называют время одного полного цикла колебания «туда и сюда». От каких факторов может зависеть период? Очевидно, от длины маятника, которой очень легко дать определение «расстояние от точки подвеса до центра шарика», но не просто, да и неразумно измерять *непосредственно* в такой форме. Хорошо известно, что более длинному маятнику требуется больше времени, чтобы совершить одно колебание. Но какая именно связь существует между периодом T и длиной L? Действует ли здесь простое математическое правило? (Правило существует. Его можно вывести на основании сведений из других областей физики, например зная свойства векторов силы и ньютоновы законы движения. Но здесь вы должны провести «эмпирическое исследование», т. е. с помощью собственных экспериментов получить от природы прямые ответы на поставленные вопросы.)

Какие еще факторы могут влиять на T? Влияют ли на T масса или вес шарика, амплитуда или размах колебаний, а может быть, и другие факторы?

ственный логический правильный выбор. Пока вы будете размышлять над этим, проделайте некоторые предварительные измерения для овладения методикой работы.



Фиг. 82. Простой маятник.

Для начала исследуйте, как T зависит от:

длины маятника L,

амплитуды колебания $A°$ в каждую сторону от вертикали,

массы шарика M.

Чтобы не спутать различные эффекты, поддерживайте две из трех величин L, A, M постоянными и, изменяя третью, производите измерения T. Имеет ли значение, какую из трех величин вы будете изменять в первую очередь? В данном случае это важно — здесь существует единственный логический правильный выбор. Пока вы будете размышлять над этим, проделайте некоторые предварительные измерения для овладения методикой работы.

Опыт 4(а). *Предварительные измерения.* Настоящий ученый вовсе не ожидает, что его приборы сразу же дадут поток точных измерений. Он «экспериментирует со своим экспериментом», проверяя различные методики, совершенствуя свое искусство. Выберите длинный маятник (60—90 *см*), и произведите точные измерения периода его колебаний с помощью хорошего секундомера (или наблюдая через увеличительное стекло за секундной стрелкой обычных часов, в то время как ваш напарник

будет подавать сигналы). Запишите ваши результаты. Сравните их с измерениями вашего напарника. Посмотрите, какими методами пользуются соседи, и подготовьтесь к критическому обсуждению методики измерений.

Групповое обсуждение

Когда вы приобретете опыт работы с приборами, создайте из группы студентов и преподавателя «исследовательский совет» для обсуждения трудностей и методов работы. В ходе такого обсуждения следует сказать о полезных приемах работы, которые вам удалось изобрести, покритиковать ошибки, замеченные вами у товарищей, обсудить надежность оборудования, выбрать хорошие методы работы и спланировать порядок эксперимента. Проводить обсуждение до выполнения предварительных опытов не имеет смысла; оно либо сведется к простому угадыванию, либо преподавателю придется выдать подробные готовые рецепты работы. Как и при работе настоящих исследователей, для серьезного обсуждения требуется практическое знакомство с аппаратурой.

В ходе обсуждения вы обнаружите, что имеются веские причины начать исследование с влияния амплитуды, а не с массы или длины.

Опыт 4(б). *Измерение зависимости T от A.* Тщательно измерьте значения T при разных амплитудах, например 80, 60, 40, 30, 20, 10°, ... В ходе опыта постройте приблизительный график зависимости T от A, чтобы можно было им руководствоваться при выборе точек для последующих измерений. Если окажется, что точки графика занимают на бумаге только узкий участок, постройте другой график в увеличенном масштабе по одной из осей координат, чтобы на таком увеличенном графике лучше была видна форма зависимости. (На увеличенном графике начало координат не обязательно должно умещаться на бумаге — оно может находиться и за ее пределами.) Если вы встретитесь с трудностями, обсудите их с преподавателем; беседу с преподавателем рассматривайте как возможность получить хороший совет от другого ученого, а не как кратчайший способ подглядеть правильный ответ.

Когда у вас накопится достаточное количество хороших результатов, постройте точный график зависимости T от A; если надо, стройте его тоже в увеличенном масштабе

На этой стадии, по всей вероятности, придется провести еще одно совещание. Сравнивая свой график с графиками других участников, вы, вероятно, обнаружите в них определенное сходство, но многие графики могут иметь совершенно непонятную форму из-за больших случайных ошибок. Точный ответ на вопрос, каким образом T зависит от A, необходим; *без него невозможно провести*

другие части данного исследования. Чтобы получить ответ, придется произвести очень тщательные измерения T для определенного интервала амплитуд. Из полученного графика станет очевидно, каков этот интервал и почему измерения за его пределами не должны быть очень тщательными.

Более точные измерения

Когда вы приобретете опыт работы и лучше узнаете тонкости метода, произведите точные измерения, необходимые для разрешения важного вопроса относительно формы зависимости между T и A, и постройте соответствующий график. (Это кажется долгой и скучной работой, суетой вокруг большей точности. Она отнимает время и силы, но получаемый выход все окупает.) Разрешив этот вопрос, четко запишите ваш ответ или вывод и используйте его в следующем опыте.

Опыт 4(в). *Измерение зависимости T от M.* Как вы думаете, во сколько раз тяжелый шарик будет раскачивать маятник быстрее, чем легкий? Измерьте период T довольно длинного маятника, руководствуясь при выборе условий работы выводом, полученным в предыдущем эксперименте. (Конечно, не следует для каждого нового шарика повторять снова все исследование зависимости T от A. Раз эта зависимость установлена, она уже установлена, и ее можно использовать без повторных исследований [1].) Возьмите другой шарик, более тяжелый или более легкий, и повторите измерения. Убедитесь, что длина L от точки подвеса до центра шарика остается одинаковой во всех случаях. (Именно поэтому мы в виде наставления рекомендовали взять длинный маятник: чем длиннее нить, тем меньше относительное изменение L, если вы немного ошибетесь при подборе шариков.)

Опыт 4(г). *Измерение зависимости T от L.* Период T сильно изменяется при изменении L, поэтому, чтобы построить хороший график (или каким-либо другим способом исследовать зависимость между ними), требуется большое число измерений. Для решения этого вопроса хорошо объединиться всем студентам группы, занимающейся в лаборатории. Зная ответы на вопросы 4(б) и 4(в), легко договориться о получении сопоставимых результатов измерений от каждого члена группы.

Каждый студент (или двое студентов) должны измерить T при какой-либо одной длине маятника, а затем результаты измерений всей группы сводят в общие графики. Одному студенту дают длину от 1 до 1,1 *м*, другому от 0,9 до 1 *м* и т. д. (С очень короткими маятниками работать труднее, но если кто-нибудь решит их испробовать, ему могут помочь вспомогательные приспособления.) Потом каждому в группе

[1] Мы предполагаем, что факторы A, M, L и т. д. влияют на T независимо, так что изменение M в нашем случае не влияет на взаимоотношение T и A. Это предположение справедливо в большинстве областей физики. В некоторых других отраслях науки, таких, как биология, психология, экономика, делать такое допущение очень опасно.

потребуются записи всех результатов, чтобы построить график зависимости T от L и найти соотношение между этими величинами.

«Формула маятника». Определение g

Определенное соотношение между T и L существует; это соотношение хорошо известно, и вы, вероятно, встречали его в книгах по физике или в качестве примера в книгах по алгебре. Если оно вам еще не известно, попытайтесь определить его по числам в сводных записях или по форме вашего графика. Затем постройте второй график — зависимость какой-нибудь другой величины ($1/T$? $\sqrt{T}$?...?) от L, который, по вашему мнению, должен быть прямолинейным. Или, если вы предпочитаете это, попросите, чтобы преподаватель подсказал вам это соотношение, и с его помощью постройте прямолинейный график. Проведите «наилучшую прямую линию», которая проходит «как можно ближе к возможно большему числу точек».

Формула маятника, связывающая T и L, содержит также величину g, и измерение периода маятника представляет сейчас наиболее точный метод измерения g. Если вы не знаете этой величины, узнайте у преподавателя полную формулу и вычислите g с помощью вашего прямолинейного графика. Для этого сначала нужно найти наклон линии на графике, так как величина наклона в отличие от расчета по одному опыту дает средневзвешенное значение для многих опытов. Вычислите g также из вашего собственного измерения, которое было сделано для «общего котла».

Опыт 4(д). *Другие системы с «маятниковым движением».* Закончив предыдущие этапы опыта 4, следует познакомиться с «теоретическим обсуждением» движения маятника, данным в начале гл. 10. Там предлагаются совершенно другие механические системы, которые обладают основным свойством маятника. На основе этих предложений сделайте соответствующие устройства и исследуйте их движение. (Этот опыт занимает немного времени, а его результаты удивительны.)

Измерение давления; закон Бойля

XVII век открывает новую яркую полосу в истории научных исследований. На смену «рассуждениям об опытах», которыми пользовался Галилей для борьбы с догматической средневековой наукой, пришла изобретательная, не доверяющая предвзятым мнениям экспериментальная наука. Развитие науки стимулировалось пробуждением интеллектуальной жизни, а также растущими нуж-

дами промышленности. Рабский или почти рабский труд уступил место системе, которая учитывала интересы и благосостояние рабочих. Для облегчения тяжелой работы и обеспечения безопасности таких производств, как горное дело, потребовалась механизация. В те времена еще не было заводов, подобных современным, но горное дело было уже достаточно развито и работа в шахтах была опасной. Во избежание затопления шахт необходимо было откачивать воду, требовались усовершенствования и вентиляция. Поэтому научное исследование носило прикладной характер, и когда Галилей и Бойль исследовали насосы и давление воздуха, то работали для практических нужд в той же мере, в какой открывали в науке новую эру экспериментирования.

Гук открыл простой закон поведения пружин примерно в 1676 г. Несколько ранее Бойль исследовал «пружину из воздуха». Производя опыты с пружиной, мы можем без особого вреда, но и без всякой пользы вставлять ее в стеклянную трубку, если при этом *растягиваем* пружину. Если же нам нужно *сжать* пружину [1], то окружающая ее стеклянная трубка оказывается полезной. Бойль набирал в стеклянную трубку немного воздуха и обращался с ним, как с заключенной внутри пружиной. Растяжение или сжатие воздуха можно было легко измерить, определяя длину остающегося внутри пространства. Бойль применял не имеющий трения поршень из ртути [2], вдавливаемый в закрытую сверху трубку, в которую был набран воздух. При этом давление ртути он рассматривал как «силу», действующую на пружинящий воздух. Ему приходилось делать поправку на «помощь», которую (хотел он этого или нет) оказывало атмосферное давление.

Бойль сделал замечательное открытие, которое доставило ему большое удовлетворение,— он установил простую связь между *давлением* воздуха и его объемом. Этим правилом пользуются везде, где имеют дело с газами (в химии, физике и в биологии).

Вы сможете воспроизвести в лаборатории работу Бойля и, вероятно, проверить его открытие более точно, чем он сам. Однако сначала надо уяснить себе смысл понятия *давление*, поэтому в ка-

[1] Будет ли каждый килограмм положенного на стальную пружину груза сжимать ее настолько же, насколько каждый килограмм подвешенного к ней груза растягивает ее? Только на опыте можно получить заслуживающий доверия ответ, хотя некоторые предположения можно сделать, если посмотреть на полученный ранее график растяжения и подумать о свойствах пружины.

[2] Ртуть — это металл, который можно выплавить из некоторых руд. При обычных температурах ртуть бывает жидкой, а на Северном полюсе ртуть твердая, как свинец.

честве предварительного опыта следует научиться производить простейшие измерения давления. Выполните измерения и расчеты опыта 5 (а), прежде чем приступить к проверке закона Бойля — опытам 5 (б) или 5 (в). Если вы не знакомы с законами давления и с применением U-образных трубок в качестве манометров, прочтите приведенные ниже предварительные замечания. Решите также задачи на давление.

Некоторые сведения о давлении и его измерении

Вода в обоих коленах открытых U-образных трубок устанавливается на одном и том же уровне независимо от формы трубок[1] (см. демонстрационные опыты). Это позволяет думать, что равновесие не определяется весом жидкости в каждом колене. В трубке, имеющей колена разного размера, *вес* жидкости в широком колене значительно больше, чем в узком, и нагрузка на дно обоих колен различна. Но существует некий фактор, который одинаково действует на жидкость по обе стороны от соединительного колена трубки, и оказывается, что это не *вес* вышележащей жидкости, *а сила, действующая на единицу площади*, или *нагрузка на каждый квадратный сантиметр*, которую и называют *давлением*.

Как говорит пословица, кошке позволено смотреть на короля; ученый имеет полное право силу, *приходящуюся на единицу площади*, назвать *давлением*, не имея при этом в виду никакого научного факта. Но мы даем названия только таким величинам, которые особенно полезны. Например, произведение (*масса*)·(*скорость*) полезно, потому что оно сохраняется постоянным, и мы называем его *количеством движения*. Полезно и отношение (*масса*)/(*объем*), которое дает массу каждой единицы объема[2], поэтому мы называем его *плотностью*. Мы даем специальное название отношению (*сила*)/(*площадь*) (=сила, действующая на каждую единицу пло-

---

[1] Если не действуют эффекты поверхностного натяжения, которые становятся заметными в очень тонких трубках.

[2] При проектировании зданий, механизмов, приборов и т. д. объем какой-либо части можно вычислить по чертежам, но часто надо знать ее массу (или ее вес), чтобы определить, сколько надо заказать килограммов или тонн. Массу можно найти, умножив объем на отношение (*масса*)/(*объем*), которое называют *плотностью*. Это все равно, что найти стоимость нескольких грузовиков путем умножения *числа грузовиков* на отношение *стоимости грузовиков к их числу*, которое в этом случае называют *ценой* грузовика. Таким образом, плотность — это своего рода «цена» материала, выраженная в массе, приходящейся на единицу объема.

щади), потому что оно очень полезно при обращении с жидкостями и газами:

$$\text{ДАВЛЕНИЕ} = \frac{\text{СИЛА}}{\text{ПЛОЩАДЬ}}$$

Проработка задач 1—5 научит вас обращению с понятием «давление».

Задача 1

Килограмм-сила (кГ) — «плохая» единица силы; ньютон — «хорошая» единица.

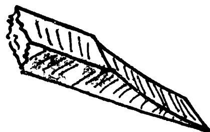
а) Назовите еще одну «плохую» и еще одну «хорошую» единицу силы.

б) Назовите единицы давления, которые соответствуют каждой из этих четырех единиц силы.

Задача 2

1) Человек весом 68 кГ стоит на прямоугольном бруске из мягкой глины. Верхняя грань бруска имеет размеры 12,5 см×7,5 см и полностью закрыта подошвой ботинка, которая больше бруска.

а) Какую силу и б) какое давление оказывает человек на глину?



Фиг. 83. К задаче 2.

2) Предположим, что человек сходит с бруска, кладет на глину небольшой деревянный кубик размером 2,5 см×2,5 см×2,5 см и становится на верхнюю грань кубика, балансируя на одной ноге.

а) Какую силу и б) какое давление теперь оказывает он на глину?

3) Как различается действие на глину в случаях 1 и 2?

4) Что является более полезной мерой, когда имеешь дело с деформацией глины и т. д., сила *или* давление*?*

5) Резец для резьбы по дереву имеет клинообразную форму и заканчивается острым лезвием. Укажите причины придания резцу такой формы (их по крайней мере две).

Задача 3

(Эти вопросы помогают понять принцип действия барометров.)

1) Плотность воды равна 1000 г на 1 дм³. Что это значит?

2) Удельный вес ртути равен 13,6. Что это значит?

3) Выразите плотность ртути в г/дм³ в виде произведения сомножителей.

4) Выразите плотность ртути в кг/м³ (плотность воды в единицах МКС равна 1000 кг/м³).

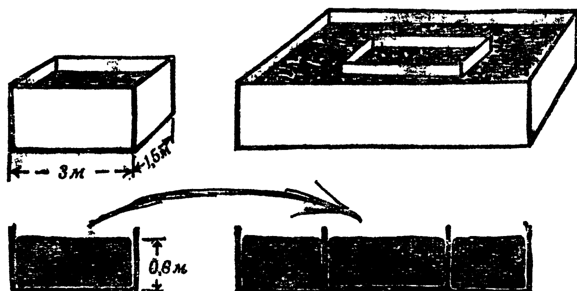
5) Прямоугольный бак имеет основание размером 3 м×1,5 м; бак заполнен ртутью до глубины 60 см (фиг. 84).

а) Каков вес ртути в баке (в кГ)?

б) Какова сила, действующая на дно бака (в кГ)?

в) Каково давление на дно (в $кГ/м^2$)?
г) Сколько квадратных сантиметров в 1 $м^2$?
д) Каково давление на дно (в $кГ/см^2$)?

6) Предположим, что бак находится внутри второго бака значительно большего размера и больший бак также заполнен ртутью до глубины 60 см, так что слой ртути глубиной 60 см находится как внутри первого бака, так и вне его (см. фиг. 84).



Фиг. 84. Баки со ртутью.

а) Изменятся ли ответы на вопросы 5 для внутреннего бака?
б) Допустим, что первый бак растворился, а ртуть осталась и основание от первого бака также осталось на месте. Останется ли давление на основание тем же (глубина ртути по-прежнему 60 см)?

7) Какие числа нужны для расчета давления ртути на дно бака? Какое число не нужно и почему?

8) Давление можно вычислить с помощью примитивного, простого, но длинного метода деления общего веса жидкости на площадь основания, на котором она находится.
а) При какой площади основания эти вычисления упрощаются?
б) Годится ли этот метод, если боковые стенки наклонны?

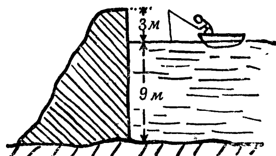
Задача 4

Вода удерживается дамбой высотой 12 м и шириной 30 м (фиг. 85). Уровень воды лежит на 3 м ниже верха дамбы. Вода простирается на 2,93 км от дамбы.

1) Можно найти общий вес воды, удерживаемой дамбой. Для этого надо использовать величину 2,93 км. Почему для расчета давления на дамбу это значение не нужно? (Другими словами, почему давление воды будет таким же, если вода простирается только на 1,93 км?)

2) Воздух давит на открытую внешнюю часть дамбы. Это давление прибавляется также к давлению воды на внутреннюю *поверхность дамбы. Таким образом, при определении сил, опрокидывающих дамбу, эти два давления компенсируются. Поэтому в приведенных вычислениях* атмосферным давлением можно пренебречь. *Вычислите:*
а) давление на открытой поверхности воды (ответ: *нуль*);
б) давление на дне водоема;

в) среднее давление на участке от верхнего уровня воды до дна (руководствуйтесь здравым смыслом);

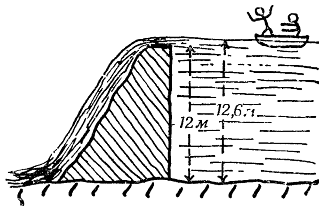


Фиг. 85. К задаче 4.

г) общую силу, с которой вода давит на дамбу.
[*Указание:* (давление)=(сила)/(площадь); (сила)=(давление)·(площадь). *Для расчета силы используйте среднее давление.*]

Задача 5 (трудная)

Дамба построена слишком низкой, так что уровень воды оказался на 60 см выше верхнего края дамбы и вода переливается через дамбу (фиг. 86). Ширина дамбы 30 м, высота 12 м, а высота воды за дамбой 12,6 м. Следуя ходу вычислений задачи 4, найдите общую силу, действующую на эту дамбу. (Пренебрегите всеми незнакомыми вам изменениями давления, обусловленными быстрым движением воды, например «эффектом Бернулли».)



Фиг. 86. К задаче 5.

Законы давления (согласно Паскалю)

В покоящейся жидкости [1] давление подчиняется следующим правилам.

I. *Давление* одинаково по всему дну прямоугольного сосуда с жидкостью. В более общей форме давление одинаково во всех точках, которые находятся на одном и том же уровне в одной и той же жидкости (или газе).

II. *Давление* жидкости на любую поверхность направлено перпендикулярно к ней. (Водолаз, который держит в руке монету, убеждается, что независимо от того, как повернута монета, давление оказывается перпендикулярным к ее поверхности.)

[1] Если жидкость движется, то нужно учитывать дополнительные факторы, например трение и «эффекты Бернулли» (см. гл. 9).

III. В любой точке жидкости *давление* действует одинаково во всех направлениях. (Водолаз, который держит в руке монету, убеждается, что давление на монету одинаково независимо от того, в какую сторону она повернута.)

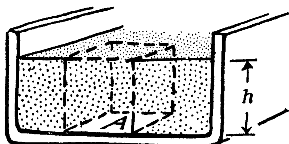
IV. *Давление* передается без потерь внутри жидкости из одного места в другое. (Если надавить на поршень гидравлической системы, то созданное давление передается на каждую стенку и на каждый другой поршень в системе.)

V. *Разность давлений* между любыми двумя точками в жидкости равна произведению $h \cdot d$, где h — разность уровней по вертикали, а d — плотность жидкости. На этом основан простой способ измерения давлений, который описан ниже.

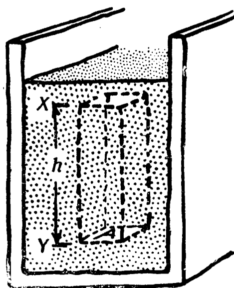
Алгебраический вывод I и V законов давления

Закон I. *Давление одинаково по всему дну прямоугольного сосуда с жидкостью.* Давление на любой участок дна можно рассчитать следующим образом.

Выберем участок площадью *A см²*.



Фиг. 87. Закон I. Давление одинаково по всему дну прямоугольного бака с жидкостью.



Фиг. 88. Закон V. Разность давлений между двумя точками в жидкости равна Δ (Высота)·Плотность.

Найдем вес вертикального столба жидкости, который опирается на основание A, т. е. силу притяжения, которая действует на эту часть жидкости (фиг. 87). Затем, чтобы найти давление, разделим этот *вес* на *площадь основания* A:

$$\text{ОБЪЕМ СТОЛБА} = \text{ВЫСОТА} \cdot \text{ПЛОЩАДЬ} = h \cdot A,$$

$$\begin{array}{l}\text{МАССА ЖИДКОСТИ} \\ \text{В ЭТОМ СТОЛБЕ}\end{array} = \text{ОБЪЕМ} \cdot \frac{\text{МАССА}}{\text{ОБЪЕМ}} = \text{ОБЪЕМ} \cdot \text{ПЛОТНОСТЬ} = hA \cdot d.$$

При применении «плохих» единиц (таких, как *кГ*) масса столба жидкости, выраженная в *кг*, численно равна весу жидкости в единицах *кГ*. Таким образом,

$$\text{ДАВЛЕНИЕ } p = \frac{\text{СИЛА}}{\text{ПЛОЩАДЬ}} = \frac{\text{ВЕС СТОЛБА}}{\text{ПЛОЩАДЬ}\cdot\text{ОСНОВАНИЯ}} = \frac{hAd}{A} = hd$$

Итак, давление на *любую* площадь основания равно произведению

ГЛУБИНА ЖИДКОСТИ·ПЛОТНОСТЬ

и не зависит от размера площади.

Если мы хотим выразить вес в «хороших» единицах, например в ньютонах, то должны умножить массу на ускорение силы тяжести g (9,8 *ньютон/кг*). Тогда

ДАВЛЕНИЕ $= hd\cdot$(УСКОРЕНИЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ g),

ДАВЛЕНИЕ НА ЛЮБУЮ ПЛОЩАДЬ ДНА = ГЛУБИНА ЖИДКОСТИ·ПЛОТНОСТЬ·g.

Закон V. *Разность давлений между двумя точками в жидкости равна*

Δ (ВЫСОТА)·ПЛОТНОСТЬ.

Чтобы найти разность давлений ($p_Y - p_X$) между точками Y и X, выделим в жидкости прямоугольный объем или вертикальный столб с площадью основания A и высотой h от Y до X (фиг. 88). Этот участок жидкости находится в равновесии, поэтому равнодействующая всех вертикальных сил, действующих на него, должна быть равна нулю. На этот участок жидкости действуют силы:

Вес жидкости в столбе, $h\cdot A\cdot d$;

Направленное вниз давление окружающей жидкости на вершину, $p_X\cdot A$;

Направленное вверх давление окружающей жидкости на основание, $p_Y\cdot A$.

Отсюда

$$p_Y\cdot A = p_X\cdot A + h\cdot A\cdot d,$$
$$p_Y - p_X = h\cdot d.$$

В «хороших» (абсолютных) единицах

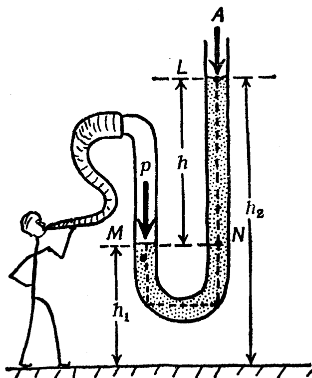
$$p_Y - p_X = h\cdot d\cdot g.$$

Измерение разности давления с помощью U-образных манометров

Для измерения давлений часто используют заполненные жидкостью U-образные трубки, которые не обязательно должны иметь колена одинакового размера. Их действие основано на только что выведенной формуле

$$\text{РАЗНОСТЬ ДАВЛЕНИЙ} = h \cdot d.$$

Например, надо измерить давление p, которое создается дыханием человека (фиг. 89). Итак, давление в точке M равно p. Давление в точке N, противоположной M, также равно p (чтобы убедиться в этом, можно проследить переход от точки M вниз



Фиг. 89. Измерение давления.

до дна, затем поперек соединительного колена и потом вверх к точке N). В точке L давление равно атмосферному, A. Но

$$(\text{ДАВЛЕНИЕ В } N) = (\text{ДАВЛЕНИЕ В } L) + (h \cdot d),$$

т. е.

$$\text{ДАВЛЕНИЕ } p = A + h \cdot d.$$

Единицы давления

С помощью формулы $p = h \cdot d$ получают разность давлений в «инженерных единицах», например в *кг/м*^{2}. (Строго говоря, применяемую здесь единицу силы надо называть *килограмм-сила.*)

Умножив полученную величину на ускорение силы тяжести g (9,8 *ньютон/кг*), найдем давление в «абсолютных» единицах, например в *ньютон/м*^{2}.

Иногда давление выражают в виде высоты столба жидкости, например в сантиметрах водяного столба, подобно тому как расстояние в горах можно выражать в часах (подъема).

Иногда давление выражают в атмосферах, используя в качестве стандарта среднее значение атмосферного давления.

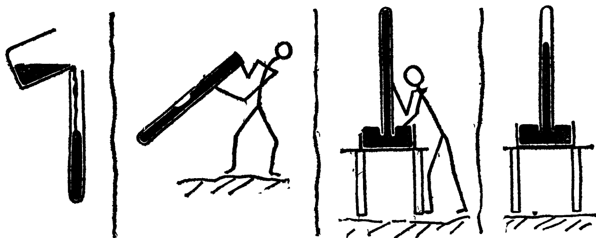
Опыт 5(а). *Простые измерения давления.* Перечисленные ниже измерения производятся с помощью U-образных трубок с жидкостью. Трудно с достаточной точностью непосредственно отсчитать разность между уровнями в обоих коленах. Значительно лучше определять высоту от основания прибора до каждого из уровней по отдельности. Под действием поверхностного натяжения поверхность жидкости в каждой трубке образует искривленный мениск. Так как необходимо найти разность уровней, то в обоих коленах следует производить измерения от одной и той же части мениска. Обычно предпочитают использовать для измерения дно мениска; при этом глаз наблюдателя должен находиться на уровне мениска. (Нужно ли измерять также начальные уровни до приложения давления? Почему?)

1) Измерьте избыток давления в ваших легких над атмосферным давлением в сантиметрах водяного столба. Затем вычислите давление в легких в *кг/см*². Так как величину атмосферного давления вы еще не знаете, обозначьте ее буквой A и просто записывайте $+A$ там, где это необходимо.

2) Если вам угодно, измерьте также минимальное давление в легких, всасывая воздух в себя.

3) Измерьте избыток давления в ваших легких над атмосферным давлением в метрах ртутного столба. Затем давление в легких вычислите в единицах: а) *кГ/м*²; б) *ньютон/м*². Атмосферное давление учитывайте в виде слагаемого $+A$.

4) Измерьте избыточное давление в газовой сети в сантиметрах водяного столба.



Фиг. 90. Барометр.

5) Демонстрационный опыт. Вооружитесь барометром, с помощью которого можно измерить атмосферное давление. Запишите «высоту барометра» в сантиметрах и метрах ртутного столба. Вычислите атмосферное давление в единицах: а) *кг/см*²; б) *кГ/м*²; в) *ньютон/м*². (В этих единицах, вероятно, получатся значения, близкие к легко запоминающимся круглым цифрам. Они потребуются в гл. 25 [1].)

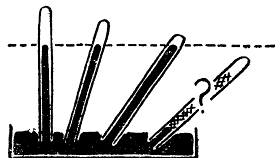
[1] Гл. 25 («Великая теория — кинетическая теория газов») входит в т. 2 настоящего издания.

Задача 6

При расчете давления воздуха по высоте столба в барометре предполагается, что в верхней части барометрической трубки существует вакуум.

а) Почему в трубке должен быть вакуум? Опишите подробно методику эксперимента, подтверждающую это.

б) Как практически можно проверить, что там вакуум?



Фиг. 91. Проверка качества вакуума.

Опыт 5(б). *Проверка закона Бойля (в его первоначальной форме).* Это простой опыт, использующий устройство, придуманное самим Бойлем.



Фиг. 92. Прибор для проверки закона Бойля.

Роберт Бойль описал свои опыты над «пружиной из воздуха» в статье, доложенной Королевскому обществу в Лондоне в 1661 г.; отрывок из этой статьи приведен ниже. Повторите опыт Бойля, имея в своем распоряжении ртуть и J-образную стеклянную трубку, подобную изображенной на фиг. 92. (Изобразите две стадии опыта с помощью двух рисунков, отметив на них результаты измерений.)

«Тогда мы взяли длинную стеклянную трубку, нагрели ее на паяльной лампе и довольно ловко согнули внизу так, что отогнутое колено было почти параллельно основной части трубки, а отверстие на коротком колене герметически запаяли. К этому колену мы тщательно приклеили ровный лист бумаги, который был разделен на дюймы (каждый дюйм в свою очередь был разделен на восемь частей). Затем в трубку налили столько ртути, чтобы можно было заполнить ее изогнутую часть и чтобы ртуть в одном колене доходила до нижней части бумаги с делениями и до точно такой же высоты в другом колене; при этом мы трубку часто наклоняли, и воздух мог свободно проходить мимо ртути из одного колена в другое (подчеркиваю, на это мы обращали особое внимание), чтобы воздух, оставшийся в конце концов в коротком колене, был разрежен так же, как окружающий воздух(иначе говоря, имел ту же плотность и давление, что и атмосферный). Сделав это, мы начали наливать в длинное колено трубки ртуть, которая своим весом заставляла воз-

дух в коротком колене постепенно сжиматься; мы продолжали наливать ртуть до тех пор, пока воздух в коротком колене в результате сгущения не стал занимать только половину того пространства, которое он занимал ранее. Тогда мы взглянули на длинное колено трубки, к которому также был приклеен лист бумаги, тщательно разделенный на дюймы и части, и не без удовольствия и удовлетворения отметили, что ртуть в этом длинном колене стояла на 29 дюймов выше, чем в другом. Тот же воздух, доведенный до вдвое большей степени плотности, чем он имел в начале, образовал вдвое более сильную пружину».

Бойль произвел более обширные измерения и получил хорошее соответствие между наблюдаемым давлением и тем, «каким это давление должно быть, согласно гипотезе, предполагающей, что давление и расширение(=объем) находятся в обратной пропорциональности».

Опыт 5(в). *Проверка закона Бойля с помощью современных приборов.* Произведите тщательную проверку закона Бойля с помощью современной аппаратуры на примере какого-либо газа в возможно более широком интервале давлений. (Рассматривайте эту работу как проверку своего искусства, как своего рода единоборство с природой, а не как стандартное подтверждение давно известного закона.)

Трубка, содержащая образец сухого воздуха (или другого испытываемого газа), должна иметь постоянный диаметр, иначе результаты ваших измерений будут отражать не только газовый закон, но и степень неоднородности трубки.

Если для измерения давления газа применяют ртутный манометр, одно колено которого открыто на воздух, то давление газа удобно вычислять с помощью следующего приема. Поскольку атмосфера давит на открытую поверхность ртути, замените ее воображаемым дополнительным столбом ртути. Для этого: 1) отметьте положение уровня ртути в открытом колене; 2) прибавьте к нему высоту ртути в барометре, чтобы получить новое «положение открытого уровня», учитывающее атмосферное давление; 3) продолжайте вычисления обычным образом, используя это новое положение уровня.

Произведите проверку закона Бойля, перемножая найденные вами величины *давления* газа p и его *объема* V.

Постройте также графики:

I) зависимости *давления* от *объема*;

II) (догадавшись по опыту Бойля, что надо сделать, чтобы получить прямую линию) зависимости *давления* от величины 1/(*объем*).

Задача 7

а) *Если точки графика II ложатся на прямую линию, проходящую через начало координат, покажите, что поведение газа описывается формулой pV=постоянная.*

б) *Так как газ не может проходить через запирающий его поршень, его масса M остается постоянной. График II дает прямую линию, проходящую через начало координат. Что это говорит о плотности газа?*

Задача 8

Чтобы яснее представить себе форму «графика закона Бойля», нарисуйте график p : V в увеличенном масштабе. Предположите, что закон Бойля совершенно точно описывает поведение воздуха в значительно более широком диапазоне, чем тот, который вы исследовали в лаборатории, и получите дополнительные «данные» посредством экстраполяции следующего типа. Допустим, что давление в вашем опыте менялось от $^1/_2$ *до 2 атм. Вычислите (среднее) значение pV для ваших опытов и с его помощью вычислите V для давлений, скажем* $^1/_4$, $^1/_8$, *4 и 8 атм. Нанесите эти «данные» вместе с результатами ваших измерений на график, имеющий соответствующий масштаб, хорошо при этом осознавая различие между реальными точками, полученными из опыта, и догадками, сделанными путем экстраполяции.*

Способы передачи теплоты

Предлагаемые ниже опыты снабжены подробными инструкциями и дают мало возможностей для экспериментирования. Их истинная цель состоит в том, чтобы предоставить широкое поле для размышлений и выводов. Опыты можно проделать в начале курса, так как для них требуется лишь общее представление о теплоте (дополненное приведенными здесь замечаниями). Не обязательно ждать опытов по измерению теплоты, предложенных в гл. 27 [1].

Введение

Работа в научной лаборатории весьма многогранна — от точного измерения определенных величин или испытания определенных веществ до тщательно спланированного всестороннего исследования некоторых новых явлений или, наконец, свободного изучения какого-либо вопроса. Именно по последнему пути большей частью развивалась ранняя наука; этот путь полезен и сегодня в тех случаях, когда в науке открывается новая область. Проводя такие исследования, ученые по мере выполнения работы непрерывно корректируют свои планы; они всегда начеку, боясь пропустить неожиданные возможности для постановки новых опытов или какие-то намеки на получение новых знаний. В науке «случай благоприятствует только подготовленному воображению» [2], и сама наука благоприятствует чуткому, гибкому воображению.

Выполняя опыты 6(а)—6(к), вы должны постараться извлечь из своих наблюдений как можно больше сведений относительно процессов *передачи теплоты*. К некоторым из полученных вами приборов будут приложены определенные инструкции, однако вы

[1] Гл. 27 («Измерение количества тепла и температуры») входит в т. 2 настоящего издания.

[2] Это высказывание принадлежит Луи Пастеру, в блестящих исследованиях по биологии которого немалую роль сыграла его подготовка в физике и химии, а также умение логически мыслить.

можете попросить любые необходимые вам дополнительные приборы и, если позволит время, должны сами придумать и провести с их помощью дальнейшие опыты. Но сначала прочтите следующие пояснения.

Общие сведения о способах передачи теплоты

Теплота может передаваться от одного предмета к другому; конечно, иногда это мешает проведению опытов, но во многих случаях возможность передачи теплоты играет большую роль, например при отоплении домов или в химических производствах. Существуют три различных способа передачи теплоты, весьма напоминающие три способа передачи сообщения: можно передать записку от одного студента другому в аудитории; можно послать специального посыльного и можно передать с помощью звука.

Теплопроводность. Когда теплота передается от одной части вещества к соседней без видимого перемещения вещества, этот процесс называют *теплопроводностью*. Теплота проходит вдоль кочерги от раскаленного докрасна конца к более холодному или поднимается вверх по серебряной ложке, опущенной в кофе.

С точки зрения мира атомов и молекул, который будет подробно рассмотрен позже, более горячие частицы вещества расталкивают своих менее подвижных соседей, передавая им тем самым молекулярное движение, которое и называют *теплотой*. В жидкостях и газах процесс состоит просто в последовательной передаче энергии при столкновениях более «богатых» («горячих») молекул с более «бедными». В твердых телах колебания молекул распространяются благодаря упругим силам. (Современная теория иногда рассматривает эту медленную диффузию теплоты в твердом теле как случай объединения волн в группу, которая медленно движется в соответствии с определенными правилами квантовой механики.)

Конвекция. Когда часть горячего вещества движется как единое целое, перенося тем самым свою теплоту в другую область, такой процесс называют *конвекцией*. Например, конвекцией можно назвать перенос раскаленной кочерги по комнате, если только этот случай вообще надо как-то называть, но обычно этот термин применяют к тепловым потокам, переносящим теплоту в текучих телах; при этом в общем течении участвует также холодный поток, движущийся в обратном направлении. В этом смысле конвекция существует в жидкостях и газах, но отсутствует в твердых телах. Примером огромного конвективного потока является ветер.

Когда при нагревании воды или воздуха в них образуется восходящее течение, люди говорят: «Горячая вода поднимается кверху» или «Горячий воздух стремится вверх». Однако с научной точки зрения эти заявления неудачны. Они просто догматически повторяют увиденное. Если их понимать буквально, эти заявления явно неверны, но их можно видоизменить, придав им смысл. Горячий кофе не «выпрыгивает» из чашки, и горячий воздух сам по себе стремится вверх не в большей мере, чем пробка, лежащая на столе. Но пробка всплывет, если ее погрузить под воду и там отпустить, и именно в этом ключ к правильному пониманию природы конвекционных потоков. Горячая вода, окруженная со всех сторон холодной, выталкивается вверх действием окружающей более плотной воды; это просто частный случай всплывания. Горячие газы выталкиваются в трубу давлением находящегося снаружи более плотного холодного воздуха. Один поток движется вверх, другой вниз, и часто они образуют круговое течение. [Обычно вверх движется более теплая часть вещества, но это не всегда. Вода расширяется и делается менее плотной при нагревании от 4 до 10° С и далее до точки кипения. Но ниже 4° С поведение воды необычно. При нагревании от 0° (растаявший лед) до 4° С вода сжимается, хотя и очень мало, всего на 0,013%. Как эта особенность поведения воды влияет на судьбу озера, когда вода на его поверхности охлаждается ледяными ветрами или нагревается на солнце?]

Излучение. Теплота может передаваться еще одним способом; точнее говоря, при этом теплота исчезает в одном месте и снова появляется в другом. Такое распространение теплоты происходит чрезвычайно быстро и строго прямолинейно, и его называют «излучением» или «радиацией» (от латинского слова «радиус», обозначающего спицу в колесе). Хотя ученые называют этим термином любой поток, который прямолинейно расходится во все стороны, подобно спицам колеса, мы употребляем его здесь для обозначения процесса переноса тепла от горящего огня к нам. К проявлениям этого же процесса относится нагревание под действием солнечных лучей, которые переносят тепло через миллионы километров пустоты, и нагревание под действием видимого и невидимого света ламп. Таким образом, мы имеем дело с процессом, при помощи которого теплота может передаваться через пустоту, а также через стекло, ледяную воду и пр. [1] Едва ли это теплопроводность или

[1] Некоторые виды лучей могут проходить сквозь другие вещества, например инфракрасные лучи через эбонит, рентгеновские лучи — через картон или ткани тела, радиоволны — через кирпичные стены.

конвекция в том виде, в каком мы их описали. Это, собственно, даже не «путешествие» теплоты, потому что вещество, сквозь которое она проходит, остается ненагретым. Об этом хорошо говорит тот поразительный факт, что в качестве зажигательного стекла для собирания солнечных лучей можно использовать линзу из льда, и при этом лед не тает. Последующие опыты показывают, что все виды такого излучения являются электромагнитными волнами, к которым относится и свет. Можно представить себе, что горячий источник за счет части своей теплоты создает волны, которые путешествуют до тех пор, пока не попадут в приемник, где поглощаются и снова создают тепло.

Запись и выводы

В ходе работы ведите запись, делая очень короткие заметки о том, что вы сделали, и четко формулируйте, что удалось наблюдать. Затем добавьте выводы или заключение. Эти выводы должны содержать сведения, которые вы извлекли из наблюдений, предположения, которые вы сделали на их основе, и даже обобщения.

При объяснении наблюдений не следует привлекать сведения, известные вам из учебников или других источников, иначе вы нарушите логический ход исследования и упустите саму цель работы.

Предположим для примера, что в очень простом опыте вы записали: «Термометр погрузили в горячую воду. Вижу, как ртуть поднимается по трубке». Вы можете перейти к *выводу*: «*Я заключаю*, что (или «*я делаю вывод*, что...», или «*таким образом*,...») ртуть расширяется при нагревании»[1]. Но можно попытаться объяснить наблюдение, сказав: «Это происходит *потому, что* ртуть расширяется при нагревании».

Обе записи выглядят почти одинаковыми, но при втором варианте логика исследования полностью пропадает. Пожалуйста, избегайте таких «объяснений» здесь, даже если вы в них уверены, и притворитесь, что вы знаете только то, что можете извлечь из вашего эксперимента.

---

[1] На самом деле это следствие логически не безупречно! Какой вывод вы действительно можете сделать из этого наблюдения? Вот хорошая научная головоломка. Когда вы догадаетесь о правильном ответе, вы почувствуете, что вы правы, и сможете предложить эксперимент, чтобы решить ее. Кстати, описанное наблюдение не совсем верно. Когда термометр погружается в горячую воду, ртуть в нем сначала падает, а уже потом поднимается. С помощью некоторых соображений *такое* наблюдение позволяет сделать окончательный вывод.

Вообще говоря, некоторые из этих опытов предоставляют большие возможности для самых разнообразных выводов.

Опыт 6(а). *Опыты по выбору.* Вооружитесь горелкой Бунзена, стеклянным стаканом, пробирками, образцами металлической проволоки (железо и медь), стеклянным стержнем, красителем (кристаллы марганцевокислого калия). Можете попросить и другие необходимые для вашего исследования принадлежности. Выясните все, что сможете, о «путешествии», или передаче, тепла.

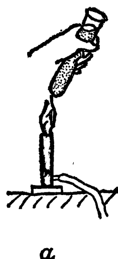
Подготовленные опыты. Закончив эксперименты с веществами, указанными выше, проделайте опыты 6(б) и 6(в) и т. д. Хотя они снабжены подробными инструкциями, в них мало сказано о том, что следует искать, и еще меньше о том, какие нужно сделать выводы. В своей записи делайте заметки о том, что́ вы делаете и что́ наблюдаете. Затем сделайте выводы и постарайтесь вывести как можно больше следствий, даже если некоторые из них покажутся просто догадками.

Опыт (6б). *Опыты с водой.* Нагрейте в пробирке из стекла пирекс немного воды. Чтобы заметить движение воды, на дно пробирки осторожно опустите кристалл марганцевокислого калия. Кристалл почти не оставит следа, но если в воде появится какое-нибудь движение, поток около кристалла будет окрашиваться и станет видимым.

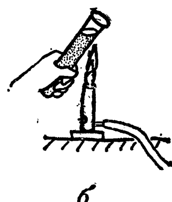
Проведите два опыта, каждый раз *держа пробирку пальцами за один конец* и нагревая другой конец над пламенем горелки.

Возьмите пробирку у верхнего уровня воды, *но не выше* (фиг. 93, *а*). Нагревайте дно над пламенем до тех пор, пока пробирку еще можно держать руками. Наблюдайте за распространением окраски.

Осторожно охладите пробирку и снова заполните холодной водой. В успокоившуюся воду осторожно опустите кристаллик марганцевокислого калия. Держа пробирку за дно, нагревайте ее над пламенем точно под поверхностью воды (фиг. 93, *б*). Продолжайте нагревание как можно дольше и наблюдайте за окраской.



а



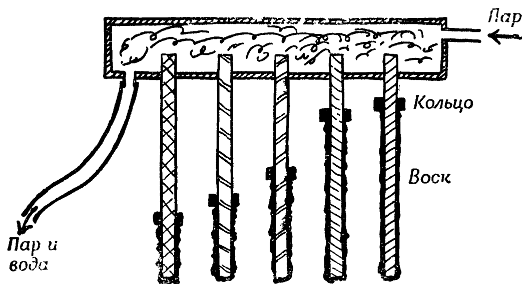
б

Фиг. 93. Опыт 6(б).

Запишите наблюдения. Сделайте выводы.

Опыт 6(в). *Сравнение теплопроводностей (демонстрация).* Посмотрите опыт («прибор Ингена — Хауза»), который позволяет провести грубое сравнение теплопроводностей различных веществ. Длинные стержни одинаковой формы, сделанные из разных материалов, подвешены к обогреваемому паром ящику (фиг. 94). На каждый стержень надето подвижное металлическое кольцо. Чтобы кольцо не соскакивало, стержни покрыты парафином (свечным

воском). Заметьте положение колец на стержнях в конце опыта; это положение соответствует тому месту стержня, где температура равна температуре плавления воска. Температура верхних концов стержней равна 100° С.



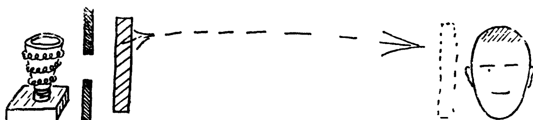
Фиг. 94. Опыт 6(в).

Это неточный опыт. Теплопроводность не пропорциональна длине расплавленного участка. Для грубой оценки можно принять, что теплопроводность пропорциональна квадрату длины расплавленного участка [1].

(*Скорость*, с которой кольцо опускается по стержню, зависит от теплоемкости металла стержня в той же мере, в какой она зависит от теплопроводности, поэтому для сравнения теплопроводности нельзя использовать начальные стадии опыта.)

Опыт 6(г). *Горячие газы в пламени* (*демонстрация*). С помощью небольшого источника света, например дуги, получают тень от пламени горелки Бунзена. Наблюдайте происходящее. Попробуйте получить тень от других пламен.

Опыт 6(д). *Прохождение излучения через воздух.* В качестве источника возьмите раскаленный электронагреватель (который дает в основном инфракрасное излучение) и закройте его асбестовым листом с отверстием для пропускания пучка излучения. В качестве детектора используйте собственную щеку.



Фиг. 95. Опыт 6(д).

Станьте так, чтобы ваше лицо оказалось на расстоянии примерно 25 *см* от отверстия в экране (фиг. 95). Попробуйте вводить между источником и лицом какие-нибудь твердые препятствия, скажем книгу или брусок дерева. Как скоро прекращается нагревание? Получается ли другой результат, если препятствие находится около лица, а не около источника?

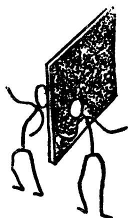
Опыт 6(е). *Стекло и инфракрасное излучение.* Как и в предыдущем опыте, подставьте щеку под излуче-

[1] Это соотношение с помощью остроумных рассуждений можно вывести из некоторых общих свойств теплопередачи. Если вам интересно, попросите преподавателя провести с вами этот мысленный эксперимент.

ние (в основном инфракрасное) от нагревателя, но между источником и щекой введите лист стекла.

Придвиньтесь, если так удобнее, ближе к источнику. Затем удалите стекло. Запишите наблюдения и сделайте из них вывод. Если под рукой есть небольшой брусок каменной соли, проведите с ним такой же опыт.

Опыт 6(ж). *Испускание излучения черными и блестящими поверхностями.* Большой медный лист, отполированный с одной стороны и



Фиг. 96. Опыт 6(ж).

выкрашенный в черный цвет с другой, нагревают несколькими горелками. Горелки удаляют и лист в течение нескольких минут используют как излучатель. (Вместо листа можно взять обогреваемый паром медный ящик, но лист, нагреваемый в пламени до значительно более высокой температуры, более показателен.) Когда медный лист нагреется, подержите щеку (или тыльную сторону кисти) сначала около черной стороны, потом около блестящей (фиг. 96). Запишите свои ощущения теплоты излучения и сделайте выводы, какая поверхность испускает больше излучения — черная или блестящая. (Вследствие высокой теплопроводности меди обе поверхности находятся практически при одной и той же температуре. Чтобы исключить сомнения в равенстве температур, при подогреве листа пламя располагают со стороны блестящей поверхности.)

Опыт 6(з). *Поглощение излучения черной и блестящей поверхностями.* В качестве детектора используйте руку, а в качестве источника излучения (в основном инфракрасного) — раскаленный электронагреватель.

а) Держите тыльную сторону кисти как можно дольше около отверстия в экране. Запишите примерную оценку времени.

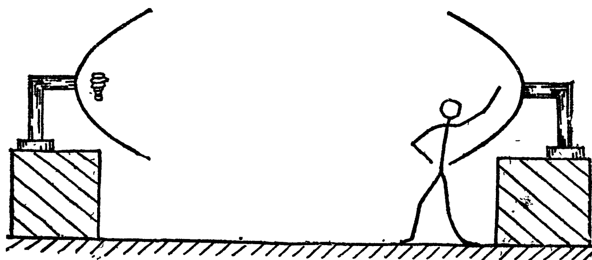
б) Попросите покрыть вашу тыльную сторону кисти очень тонким алюминиевым листком [1]. Снова поднесите руку к источнику и отметьте время.

в) Покрасьте листок на руке черной краской (сажа+спирт). Подождите, пока краска не высохнет, затем поднесите руку к источнику. Запишите наблюдения. Какой вы можете сделать вывод о способности черных и блестящих поверхностей поглощать излучение? Какова ваша кожа для инфракрасного излучения — «черная», «серая» или «блестящая»?

---

[1] Чтобы листок держался, сожмите руку в кулак так, чтобы тыльная сторона кисти распрямилась, и хорошо смочите ее слюной, которая и приклеит листок металла. Попросите кого-нибудь положить на влажную кожу листок фольги, слегка разожмите кулак, чтобы фольга не натягивалась и не лопнула; подготовленная таким образом рука готова для опыта. Очень тонкие алюминиевые листки, подобные листочкам сусального золота, значительно лучше, чем тонкая упаковочная фольга, которую надо прижимать к коже. Чтобы зачернить фольгу, а также медный лист для опыта 6(ж), покрасьте их густой смесью сажи и спирта. Удалить черную краску (и фольгу) можно, подержав руку под проточной водой. Краску не следует стирать, сажа будет втираться в кожу.

Опыт 6(и). *Отражение излучения.* На концах стола ставят два одинаковых параболических (металлических) зеркала, и в фокусе одного из них помещают раскаленный электронагреватель. Поместите в фокусе другого зеркала руку (фиг. 97).

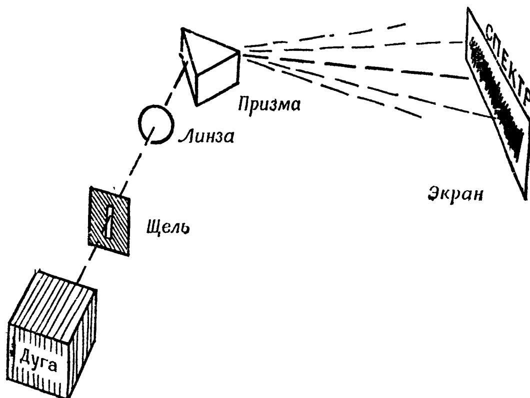


Фиг. 97. Опыт 6(и).

Если есть хорошие зеркала, то с их помощью можно продемонстрировать высокую скорость распространения излучения. Когда аппаратура расположена, как описано выше, попросите кого-нибудь подержать большой лист картона как раз перед одним из зеркал, чтобы преградить излучению путь к вашей руке или щеке, служащей детектором. При резком удалении картона попробуйте заметить, как скоро появляется излучение.

Повторите опыт, помещая картон около второго зеркала.

Опыт 6(к). *Спектр (демонстрация на лекции).* Излучение (ультрафиолетовое, видимый свет и инфракрасное) получают от большой угольной дуги. С помощью линзы часть этого излучения концентрируют на щели, а другая линза образует «изображение» этой щели на удаленном экране (фиг. 98). Если



Фиг. 98. Опыт 6(к).

на пути лучей вставить призму, то изображение распадется на группу перекрывающихся окрашенных изображений, которые мы называем *спектром*. Человеческий глаз воспринимает только узкую часть этой группы. Излучение в невидимых областях по обе стороны от видимого спектра, так же как и видимый свет, несет энергию, и эта энергия при поглощении излучения принимает форму теплоты [1].

Для измерения мощности потока в различных областях спектра поток улавливают с помощью «термостолбика», соединенного с гальванометром. Термостолбик представляет собой столбик, составленный из последовательно соединенных пар проволочек из двух различных металлов. Когда одна группа спаев нагревается, появляется небольшое напряжение, которое измеряется гальванометром. Излучение попадает в параболический раструб, который фокусирует его на чередующихся спаях термостолбика. Они зачернены так, что достигающее их излучение поглощается и вызывает подъем температуры, создающей напряжение. (Поглощающий излучение металл быстро нагревается, пока потери тепла путем конвекции и т. д. не становятся равными поступлению тепла с излучением. Подъем температуры есть мера скорости поступления излучения.)

Оказывается, что обычное стекло прозрачно в видимой области и лишь ненамного за ее пределами. В далеком ультрафиолете и почти во всей инфракрасной области стекло непрозрачно. Так как в спектральном приборе используется стекло, мы наблюдаем резкий «обрыв», когда достигаем предела пропускания стекла в инфракрасной области. Это не реальный обрыв энергетического спектра, а дефект, вызванный неудачным выбором аппаратуры.

Отметьте показания гальванометра в различных областях спектра. (Помните, что у прибора может быть определенный «нулевой отсчет» из-за попадания других излучений.) Набросайте грубый график.

Если вы располагаете временем и оборудованием, поставьте опыты с различными светофильтрами (которые вычитают из спектра некоторые цвета) и с окрашенными точечными источниками света (которые добавляют цвета на экран).

---

[1] Особых «тепловых» лучей в инфракрасной или какой-либо другой области не существует. Просто горячая дуга испускает в инфракрасной области больший поток энергии, чем в видимом спектре; именно поэтому нагрев происходит быстрее при поглощении инфракрасного излучения. Инфракрасное излучение мощностью 420 *вт* передает поглощающему телу $^1/_{10}$ *Кал/сек*; 420 *вт* зеленого света передают $^1/_{10}$ *Кал/сек* и столько же передают 420 *вт* ультрафиолетового света. Легко сделать дугу, которая излучает 420 *вт* инфракрасного излучения, но такая дуга будет излучать зеленого света значительно меньше 420 *вт* и еще меньше в ультрафиолетовой области.

В детской загадке спрашивается: «Почему белые овцы дают больше шерсти, чем черные?» Ответ: «Потому, что их больше». На вопрос: «Почему инфракрасное излучение (от большинства источников) дает больше тепла, чем видимый свет?» — нужно дать такой же ответ. Следует избегать названия «тепловое излучение». *Всякое* излучение, поглощаясь, превращается в теплоту.

ГЛАВА 5 • СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЕМ И ДЕФОРМАЦИЕЙ[1]

В эту минуту Король, который что-то быстро писал у себя в книжке, крикнул:

— Тихо!

Посмотрел в книжку и прочитал:

— «П р а в и л о 42. *Всем, в ком больше мили росту, следует немедленно покинуть зал*».

И все уставились на Алису.

— Во мне нет мили,— сказала Алиса.

— Нет, есть,— возразил Король.

— В тебе мили две, не меньше,— прибавила Королева.

— Никуда я не уйду,— сказала Алиса.— И вообще, это не настоящее правило. Вы его только что выдумали?

— Это самое старое правило в книжке! — возразил Король.

— Почему же оно тогда 42-е? — спросила Алиса.— Оно должно быть первым!

Король побледнел и торопливо закрыл книжку.

— Обдумайте свое решение,— сказал он присяжным тихим, дрожащим голосом.

Льюис Кэролл,
«Алиса в Стране Чудес»[2]

Что такое научный закон? Кто творит его и кто ему подчиняется? Кем он используется — великим мыслителем или инженером, занятым практической работой? Эта глава посвящена специальному вопросу, связанному с вашими занятиями с пружинами. Речь идет о пропорциональном удлинении, которое мы рассмотрим как пример научного закона; мы покажем, как им пользуются инженеры.

Открытие Гука

В 1676 г. Роберт Гук объявил о своем открытии. Это был простой закон, точно выполнявшийся в широком диапазоне; ему была предназначена важная роль в физике и технике. Гук был в восторге от

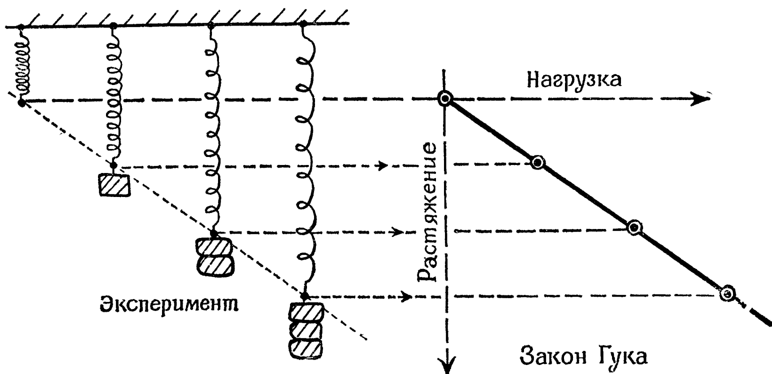
[1] Эту главу целесообразно отложить, пока вы не закончите лабораторные занятия с пружинами.

[2] Перевод Н. Демуровой, Издательство литературы на иностранных языках, София, 1967.

своего открытия, но своим коллегам он не очень доверял и поэтому был озабочен, как бы кто-нибудь не приписал это открытие себе. В те времена публикация открытий в периодических научных журналах еще только приходила на смену монографиям и частным письмам, поэтому все еще было опасно с кем-нибудь поделиться своим открытием. Сразу же кто-то мог сказать: «О, мы открыли это давным-давно!» И Гук придал своему закону о растяжении пружин вид анаграммы:

c e i i i n o s s s t t u v.

Это было своеобразное патентование открытия. Он выждал два года, чтобы конкуренты могли сделать заявки о своих открытиях, связанных с пружинами, а затем дал расшифровку своей головоломки: «ut tensio, sic vis», или «каково удлинение, такова и сила» [1].



Фиг. 99. Результаты испытания пружин.

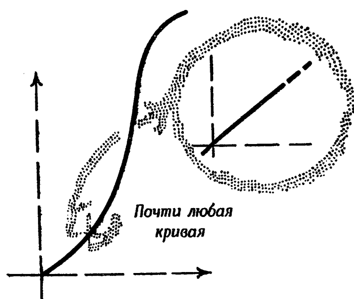
Гук открыл, что при растяжении пружины возрастающей силой удлинение изменяется прямо пропорционально этой силе.

Как вам известно из практики, это простое соотношение выдерживается для стальных пружин с замечательной точностью в широком диапазоне удлинений. Оно справедливо также для пружин сделанных из других материалов, возможно, лучше всего для спира-

---

[1] Латинское слово «tensio» означает удлинение (растяжение), а не напряжение.

лей из кварца (чистый плавленый песок). Все это не было бы ни странно, ни полезно, если бы свойство пропорциональности сохранялось только в узком диапазоне малых удлинений. Ведь почти любую кривую на коротких отрезках можно рассматривать с некоторым приближением как прямую линию. Но это соотношение справедливо и в случае, когда удлинение пружины в несколько раз превосходит ее первоначальную длину. Оно позволяет многим из нас, подобно Гуку, вкусить трепет успеха, связанный с открытием столь ясного и простого свойства природы.



Фиг. 100.

С поведением материалов по закону Гука мы встречаемся во многих случаях растяжения, сжатия, скручивания, изгиба, упругой деформации любых видов. Вот несколько примеров:

а) растягивание проволоки:

УДЛИНЕНИЕ ~ РАСТЯГИВАЮЩАЯ СИЛА;

б) растяжение или сжатие стержня:

Δ ДЛИНЫ ~ СИЛА;

в) кручение стержня:

УГОЛ КРУЧЕНИЯ ~ ЗАКРУЧИВАЮЩАЯ СИЛА;

г) изгиб балки:

ПРОГИБ БАЛКИ ~ НАГРУЗКА;

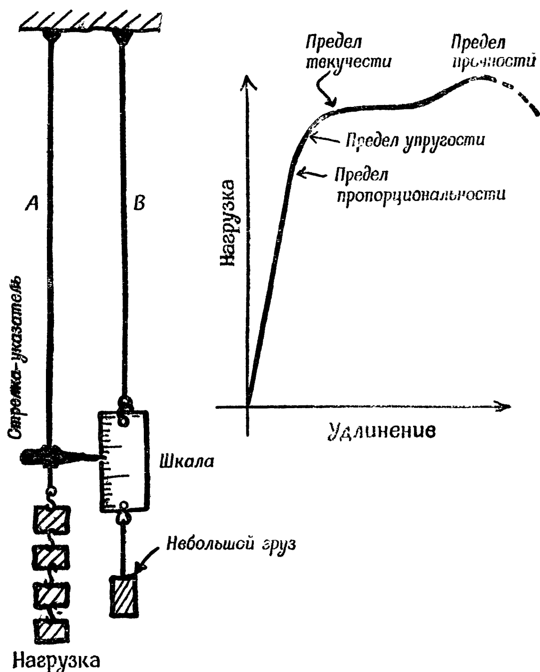
д) сжатие твердого тела или жидкости:

ИЗМЕНЕНИЕ ОБЪЕМА ~ ПРИЛОЖЕННОЕ ДАВЛЕНИЕ;

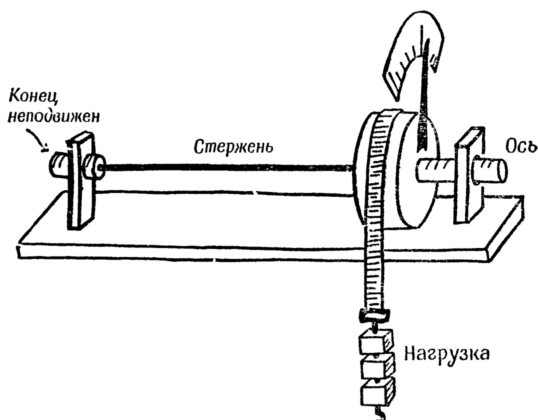
вообще:

ДЕФОРМАЦИЯ ~ ДЕФОРМИРУЮЩАЯ СИЛА.

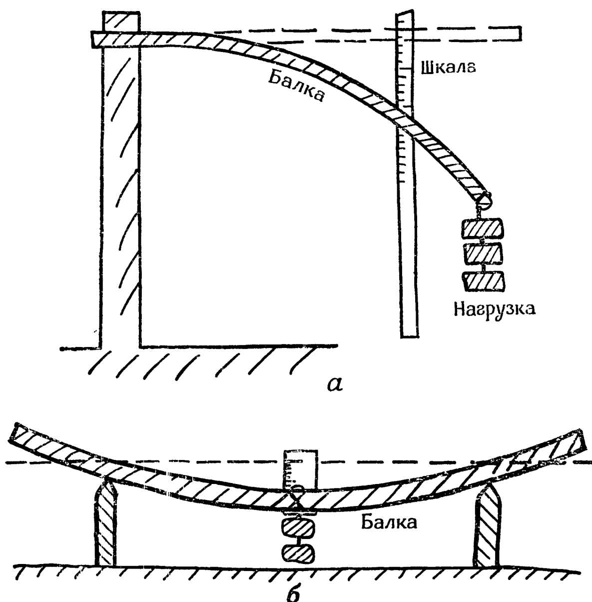
Это общее правило называется «законом Гука» в честь сделанного Гуком открытия. На фиг. 101—103 показаны приспособления для изучения приложений закона Гука.



Фиг. 101. Растяжение проволоки.



Фиг. 102. Кручение металлического стержня.
Левый конец образца зажат, а правый конец соединен с большим диском, который свободно вращается, грузы подвешены на ленте, обернутой вокруг диска. Стрелка указывает величину угла кручения.



Фиг. 103. Прогиб деревянной балки.

а — балка закреплена одним концом; вблизи второго нагруженного конца измеряется вертикальное отклонение; б — балка оперта вблизи ее концов и нагружена в серединс.

Научные законы

Когда мы говорим, что проволока «подчиняется» закону Гука при небольших нагрузках, мы вовсе не хотим сказать, что Гук или его закон заставляют проволоку вести себя подобным образом. Мы просто подразумеваем, что она именно так ведет себя,— так показал эксперимент. И это пример того поведения, которое описывает в общем виде закон Гука. Слово «закон» дезориентирует. Оно используется в науке для характеристики зависимости или поведения (например, материала или вещества), которое установлено и имеет, по-видимому, весьма общий характер, а также представляется нам простым и важным.

Большинство научных законов найдено на основе эксперимента индуктивным путем, как и закон Гука. Некоторые были выведены методом дедукции из тех или иных теоретических схем: в химии закон кратных отношений развит на основе атомистической теории, закон равномерного распределения энергии между частицами выведен из статистической механики (и оказался частично непри-

менимым). Иногда утверждению присваивается другое название — «принцип», или «правило», или даже (достойный термин) «соотношение». Например: принцип сохранения энергии, квантовые правила отбора, соотношение масса-энергия $E=mc^2$. Закон, принцип, правило[1] — теперь вы можете рассматривать эти понятия как очень схожие между собой; все они суммируют то, что мы обнаружили или что по нашему мнению может происходить в природе. Поэтому выражение «... подчиняется... закону» надо считать неудачным. Научные законы не командуют природой подобно полисмену. Их нельзя использовать для «объяснения» того, что подсказало нам мысль о существовании этих законов, но они могут пролить свет на *другие* эксперименты. Законы сами возникли *из* экспериментов, и вряд ли их можно считать ниспосланными свыше причинами явлений, выявленных *самими* экспериментами. Скорее законы — это простые правила, которые мы извлекаем из изучаемого нами запутанного клубка, основные нити экспериментальных сведений, которые вырабатываются в науке. Наука ничего не могла бы достичь, если бы знание было просто клубком запутанных фактов или случайных наблюдений.

Мы считаем, что существуют простые законы, которые мы ищем, и что каждый из них должен давать правильное описание природы, в которой их и обнаруживают. Но философия науки предостерегает нас от излишней доверчивости. Она напоминает нам, что в законах много искусственного. Природа, сведенная в систему законов, есть отражение наших представлений о природе. Созданные человеком законы содержат допущения, отражающие наши надежды. Даже при выводе закона Гука мы считали, что для нахождения полной нагрузки можно складывать веса грузов, которыми мы нагружаем пружину. У нас нет способа доказать, что нагрузка, равная 200, плюс нагрузка, равная 300, составляют нагрузку, равную 500. Мы просто допускаем это в качестве определения «общей нагрузки». Таким образом, некоторые упрощения созданы нами самими; мы не втискиваем природу в простую форму, а стараемся упростить ее описание. Это несколько циничное заявление, вероятно, вас шокирует, но следует признать, что вы не одиноки. То же испытывают многие физики.

[1] Существует тенденция использовать термин «закон» для крупных экспериментальных открытий, «принцип» — для обобщенных мнений, которые вводятся в теорию, а «правило» — для более «земных», рабочих утверждений. Быть может, знамения времени, отражающие перемены в философии науки, и состоят в том, что в XVII и XVIII столетиях популярностью пользовались законы, в XIX веке — великие принципы, а ныне — получаемые с большим трудом непритязательные правила.

Иной взгляд на законы

Не происходит ли так, что однажды найденные научные законы существуют непрочно из-за постоянного ожидания открытия новых исключений из них или ограничений? Некоторые современные философы оспаривают подобную недооценку законов и приписывают им гораздо большее постоянство. Они считают, что закон представляет собой ясное выражение элементарных фактов, причем вопрос об ошибочности или неверности закона вообще не ставится. Этот закон утверждает именно то, о чем идет речь, позволяя регламентировать нашу информацию. Роль науки, говорят эти философы,— в знании, которое выражается законом с соответствующими ограничениями.

Говоря о законе Гука «удлинение изменяется пропорционально нагрузке», мы не должны спрашивать: «Верно ли это утверждение?». Скорее следует поставить такие вопросы: насколько факты соответствуют этому утверждению? Многие ли вещества в различных формах подчиняются ему? Приложимо ли оно к малому или большому диапазону удлинений? Если бо́льшая часть пружин и кусков проволоки подчиняется данному утверждению в пределах большого диапазона растяжений, то мы рассматриваем это как полезный факт, заслуживающий наименования закона. Мы можем нарисовать себе картину безграничной области применимости этого закона — от бесконечных удлинений до предельных сжатий, однако мы не строим иллюзий насчет того, что реальные материалы смогут подчиняться ему в таком диапазоне. Зато мы гордимся тем (а это почерпнуто, конечно, из опыта), что знаем пределы его применимости. Мы полагаем, что знаем, какой диапазон удлинений справедлив, скажем, для стальной проволоки и насколько близко в этом диапазоне экспериментальные замеры соответствуют закону. Кроме того, мы исследуем вещества типа стекла или глины и подозреваем в этом случае наличие серьезных отклонений.

С этой точки зрения закон скорее похож на железнодорожное расписание. Расписание говорит не больше того, о чем в нем говорится; вопрос о его нарушении (не считая нелепых опечаток) не ставится. Но насколько точно курсируют поезда по этому расписанию,— уже совершенно другой, важный для пассажиров вопрос, на который может ответить только опытный специалист-железнодорожник. Заметьте, что этот взгляд на научный закон не так уж отличается, как кажется сначала, от первой точки зрения, согласно которой закон суммирует данные эксперимента. Мы просто вносим данные экспериментальных испытаний и знание ограничений

самого закона в путеводитель. Теперь уместно считать, что каждый хороший научный работник носит при себе невидимую «маленькую черную записную книжку» с детальными знаниями. Это и делает его специалистом.

Основы знания, которые мы называем *наукой*, остаются в большей своей части постоянными, как бы вы ни смотрели на законы, но размышления об этих взглядах могут помочь вам увидеть, как подлинная природа, которая поистине очень сложна, может быть интерпретирована на основе простых законов.

Мы считаем, что существуют простые законы, которые должны быть найдены независимо от того, какую из двух описанных выше точек зрения мы предпочли. Вывод законов есть одна из форм научной деятельности в физике, но есть еще и мышление, обогащенное фантазией, а над всем этим искусство связывать законы воедино, которое вдохновляется надеждой найти общее объяснение или высказать новые предположения. В дальнейшем мы вернемся к обсуждению законов, концепций и теорий, а пока, изучая этот курс, вы должны изучать законы, принимая каждый из них с доверием, но критически, и заглядывать вперед, чтобы самим следить за тем, как развивается наука, когда законы связываются между собой [1].

Удлинение за пределами справедливости закона Гука

В устройстве, показанном на фиг. 101, удлинение медной проволоки A длиной в несколько метров измеряется стрелкой, которая скользит по шкале, прикрепленной к другой проволоке B, подвешенной к той же поверхности. До некоторой нагрузки (равной нескольким килограммам для медной проволоки диаметром 1 *мм*) проволока «подчиняется» закону Гука, удлиняясь на несколько миллиметров. Когда же нагрузка увеличивается еще больше, удлинение растет быстрее, чем следовало бы по закону Гука, затем резко возрастает и становится видимым. Наконец, растянувшись на сотни миллиметров, примерно до 40% своей длины, проволока разрывается. Попытайтесь воспроизвести этот опыт с хорошо за-

---

[1] Приведем пример. Связывая закон Гука со вторым законом движения Ньютона, можно сделать удивительные и полезные предсказания относительно «подпрыгивания» груза, подвешенного к пружине, вибраций камертона, движения маятника в часах и даже некоторых колебаний атомов в молекулах. Эти и многие другие движения оказываются связанными между собой общей характеристикой, с которой вы познакомитесь позднее. Если не обращать внимания на связь между законами, то можно не заметить общих свойств, и некоторые виды движения никогда не будут использованы или поняты до конца.

крепленным отрезком медной проволоки. Внимательно осмотрите концы проволоки в месте разрыва.

Физиков интересуют эти изменения, они стараются истолковать их в терминах деформации кристаллов металла. При этом встречаются неожиданности: неправильности, вносимые спеканием множества малых кристаллов, делают проволоку значительно более прочной, нежели в случае монокристалла, слои атомов которого легко скользят один по другому. Межатомные силы, связывающие кристаллы, еще исследуются. Мы знаем, что эти силы быстро изменяются в зависимости от расстояния. Поэтому неожиданной является их способность привести к столь простому явлению, как закон Гука, даже при самых малых удлинениях.

Инженеры и упругость

Закон Гука открывает перед инженером возможность предварительно определять упругие изменения, возникающие при нагрузке в конструкциях. Он может вычислить прогиб моста, прежде чем мост построен, или определить закручивающую силу на валу гребного винта, измеряя малые деформации при закручивании. Для подобных целей он должен лишь точно знать поведение измеряемого образца материала; на основе этих данных инженер проектирует полномерную конструкцию. Его интересуют также свойства материалов за пределами применимости закона Гука, например при разрушающей нагрузке; эти данные он находит также по измерениям на образцах. Как экспериментаторы, составляющие справочные таблицы для инженеров, избавляются от ненужных подробностей? Как они приводят свои измерения к величинам, относящимся к самим материалам, а не к данному образцу?

Описания специальных задач теории упругости и поставленные в них вопросы покажут вам некоторые методы обработки данных, которыми пользуются инженеры, а работа над ответами на вопросы даст вам возможность продумать до конца «правила игры». Некоторые вопросы представляют собой «упражнения», основанные на здравом смысле. Другие просто иллюстрируют полезные термины, введенные инженерами.

ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Введение

Как и пружины, проволока или стержни из твердого материала (подобно стали), будучи нагруженными, удлиняются. До определенного предела удлинение прямо пропорционально нагрузке. Это пример

общего правила, названного законом Гука *в честь совершенного им открытия. Пределу, за которым это простое отношение нарушается, присвоено название* предел пропорциональности (предел действия закона Гука).

Предел упругости — *состояние, после которого образец непрерывно изменяется. Некоторые вещества при нагрузке, превышающей предел упругости, внезапно обнаруживают большую текучесть. Эта точка называется* пределом текучести.

При еще большей нагрузке образец разрушается. Эта точка, называемая пределом прочности, *расположена вблизи предела текучести (если таковой имеется).*

Как инженерам, так и физикам чрезвычайно важно знать предел прочности, предел текучести, предел упругости, предел пропорциональности и зависимость между нагрузкой и деформацией в области действия закона Гука. Здравый смысл вам подскажет, как предсказать некоторые из этих параметров для проволоки и стержней одного размера, если вы располагаете экспериментальными данными по нескольким другим размерам. Задачи, приведенные ниже, указывают, как это сделать. (Для обозначения «изменяется прямо пропорционально» или «пропорционально» пользуйтесь символом $\sim$.)

Разрушающие силы

Задача 1

Предположим, что разрушающая сила для данной проволоки равна 45,4 кГ. Разрушающая сила для пучка из четырех таких проволок, связанных вместе, будет равна ——— кГ.
Если все четыре проволоки сплавить вместе в одну толстую проволоку (не изменяя длины), то следует ожидать, что эта толстая проволока также будет разрушена силой —— кГ
Площадь поперечного сечения толстой проволоки в —— раз больше соответствующей площади одинарной исходной проволоки.
Это рассуждение, сделанное на основе здравого смысла, позволяет предположить, что отношение между разрушающей силой F_B *и* площадью поперечного сечения A *проволоки или стержня, по-видимому, должно быть* ————————————————————.

(напишите алгебраическое выражение, используя знак $\sim$)

Задача 2

а) Имеются стержни квадратного сечения: небольшой, размером 25,4×25,4 мм², и крупный, размером 50,8×50,8 мм². Разрушающая сила для крупного стержня должна быть в ____ раз больше.
Вообще отношение между разрушающей силой F_B *и* шириной w *квадратного стержня должно быть*

————————————————————.
(напишите алгебраическое выражение, используя знак $\sim$)

б) Имеются стержни или проволока круглого *сечения. (Вспомните: площадь круга равна πr^2, или $\pi d^2/4$, где d — диаметр круга.) Если мы увеличим диаметр круга в 2 раза, то удваивается и радиус, а площадь круга увеличивается в ———— раз.*

Если мы увеличим диаметр круга в 10 раз, то его площадь увеличится в —— раз.
Вообще соотношение между диаметром d *и* площадью A *для круга равно* ———. *Отсюда соотношение между* разрушающей силой F_B *и* диаметром d *для стержней и проволоки должно быть*

————————————————————
(напишите алгебраическое выражение, используя знак $\sim$).

Задача 3

Поработайте над интересным приложением описанной методики к вопросу о размерах слонов. Мамонты вымерли, быть может, потому, что были слишком тяжелы для своих собственных ног. Животное такой же формы, но построенное по удвоенной шкале так, что по сравнению с мамонтом его высота, длина и ширина вдвое больше, имеет объем больше в —— раз, поэтому оно весит в —— раз больше, если состоит тоже из мяса и костей. Однако ноги этого нового животного вдвое большего диаметра только в —— раз сильнее. Таким образом, имеется предел для безопасных размеров животного. Должно ли это ограничение относиться и к китам? —— Почему? ——

Задача 4

Допустим, что проволока в 2 раза длиннее испытываемого образца и к ней подвешен точно такой же разрушающий груз. Сила передается вдоль всей удвоенной длины, и разрушение произойдет, по-видимому, так, как и прежде. (Мы, конечно, понимаем, что разрушающая сила не увеличится вдвое, как не следует ожидать и того, что длинная проволока будет разрушена вдвое меньшей силой. Если, как это часто случается, разрыв произойдет в каком-то ослабленном месте, то на длинной проволоке более вероятно найти слабое место. В последнем случае более длинная проволока может легче разрушиться, но, отвечая на поставленный ниже вопрос, вы не должны принимать во внимание этот довод.)

Каково отношение между длиной проволоки l *и* разрушающей силой F_B?

Напряжение

Задача 5

Просмотрев ответы на заданные вопросы, вы увидите, что, когда мы имеем дело с проволокой и стержнями разных размеров, но из одного материала, вопрос о том, разорвется ли проволока, определяется не только величиной приложенной силы (нагрузки), но и площадью поперечного сечения проволоки.
Для проволоки различных размеров разрушающая сила различна; но отношение (или дробь) (разрушающая сила)/(площадь поперечного сечения) *должно быть одинаковым для всех образцов. Основываясь на ваших предыдущих ответах, согласны ли вы с этим?* ——— *Поэтому приведенное отношение открывает путь для определения той величины нагрузки, которую должен испытать материал, чтобы он разрушился (это относится больше к данному виду материала, чем к отдельному*

стержню). Отношение (разрушающая сила)/(площадь поперечного сечения) *называется* пределом прочности.

Пользуясь понятием напряжения, *мы можем принимать решения, независимые от формы и размеров образца. Так, зная предел прочности материала, мы можем вычислить разрушающую силу для какого-либо отдельного стержня или отрезка проволоки.*

Задача 6

Напряжение, вычисленное как отношение (сила)/(площадь), *может служить главным мерилом качества обработки, которой подвергся материал. Нагрузки, соответствующие пределу пропорциональности, пределу упругости, пределу текучести, в большой степени следуют тем же отношениям, что и разрушающая нагрузка, хотя и различны по величине. Таким образом, существуют напряжения, соответствующие пределу текучести, пределу пропорциональности и т. д.*

Если все нагрузки измеряются в кГ, а все диаметры в мм, то каждое из этих напряжений *должно измеряться в* ——————
(единицы)

Если силы *измерять в ньютонах,* диаметры — *в метрах, то все* напряжения *будут в* ——————.
(единицы)

Эти единицы служат, кроме того, еще для измерения ———

Область применения закона Гука

Задача 7

Для удлинений по закону Гука мы можем опять представить себе связку проволок, скрученных в одну толстую проволоку. Исходя из этого, мы обосновываем способ определения силы, необходимой для того, чтобы произвести определенное удлинение, *отнесенное к* диаметру проволоки.

Чтобы связка из четырех проволок получила такое же удлинение, требуется сила, бо́льшая в ——— *раз.*

Площадь поперечного сечения такой связки, сплавленной в одну проволоку, будет в ——— *раз больше.*

Отсюда отношение между силой *F*, *потребной* для определенного удлинения, и площадью поперечного сечения *A должно быть равно*

———?——— ———?———

Для проволоки круглого *сечения отношение между силой F (для определенного удлинения) и диаметром d должно быть равно*

———?——— ~ ———?———.

Задача 8

Отношение (растягивающая сила)/(площадь поперечного сечения) *действительно определяет удлинение для данного материала. Мы называем это отношение* напряжением. *Тогда, если* одинаковое напряжение *приложено к проволокам разных диаметров, но одной и той же длины и сделанным из одинакового материала,* удлинение для всех этих проволок должно быть одинаковым.

Объясните кратко, почему: ——————————————————

Задача 9

В пределах области действия закона Гука удвоение длины проволоки дает как бы две проволоки, каждая из которых будет растягиваться с первоначальным удлинением. Таким образом, общее удлинение при той же нагрузке будет в ——— *раз больше.*
Вообще отношение между удлинением Δl *и* длиной l *проволоки для нескольких разных проволок из того же материала, несущих одинаковую нагрузку, будет* —————

Деформация

Задача 10

Рассматривая поведение проволоки различной длины, мы видим, что отношение (удлинение)/(длина) *должно быть одинаковым для всех проволок из одного и того же материала при том же напряжении, хотя длина проволок различна. Считаете ли вы это утверждение рискованным? приемлемым? по-видимому, правильным? правильным?*
—————.
Это отношение называется деформацией. *Пользуясь им, мы можем отвлечься от длины образца и установить характеристику самого материала. Если мы измеряем* удлинение *и* длину *в миллиметрах то деформация должна измеряться в* —————.
(единицы)

Модуль

Задача 11

Инженерам и физикам часто бывает необходимо знать упругие свойства материала в определенном виде, пригодном для разнообразных форм и размеров образцов и разнообразных прилагаемых сил. С этой целью мы используем:
напряжение, *которое представляет собой отношение*

$$\frac{\text{СИЛА}}{\text{ПЛОЩАДЬ (к которой она приложена)}}$$

вместо собственно силы *(нагрузки)*;
деформацию, *представляющую собой отношение*

$$\frac{\text{ИЗМЕНЕНИЕ ДЛИНЫ (или соответствующего размера)}}{\text{ПЕРВОНАЧАЛЬНАЯ ДЛИНА (или соответствующий размер)}}$$

вместо собственно изменения длины.
Тогда в пределах действия закона Гука, где простейшим утверждением является

УДЛИНЕНИЕ ~ НАГРУЗКА [или (НАГРУЗКА)/(УДЛИНЕНИЕ)=const],

мы получаем более обобщенное отношение, которое, подобно отношению (нагрузка)/(удлинение), *постоянно. Но это обобщенное отношение не зависит ни от формы, ни от размера используемого образца. Оно одинаково для всех образцов данного материала. Чтобы вывести обоб-*

щенное отношение, мы используем напряжение и деформацию вместо нагрузки и удлинения. Теперь мы можем представить закон Гука в общей, итоговой форме:

$$\frac{?}{?} = \text{const}.$$

Эта постоянная называется модулем. *Чем легче вещество растягивается (или сжимается), тем* ______ *должен быть его* (больше?/меньше?) *модуль.*

Модуль упругости

Используя напряжение и деформацию, можно представить закон Гука в общей форме: (*напряжение*)/(*деформация*)=const; это значит, что отношение

$$\frac{\text{СИЛА/ПЛОЩАДЬ}}{\dfrac{\Delta\ \text{ДЛИНЫ}}{\text{(или другого соответствующего размера)}} \Big/ \dfrac{\text{ПЕРВОНАЧАЛЬНАЯ ДЛИНА}}{\text{(или соответствующий размер)}}}$$

постоянно.

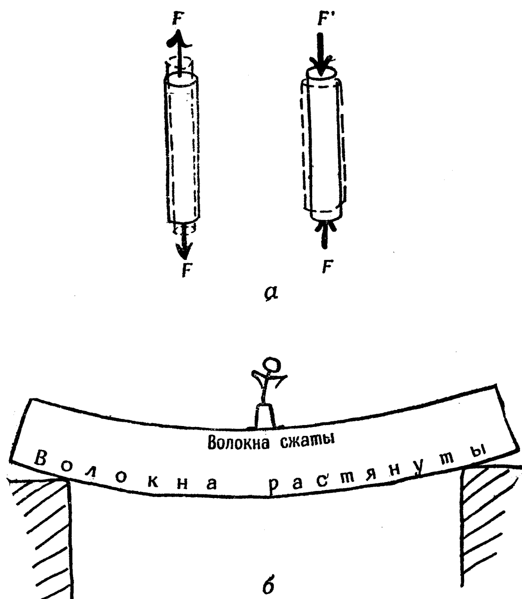
Такое отношение (*напряжение*)/(*деформация*) мы называем *модулем.*

В пределах справедливости закона Гука модуль является характеристикой материала, различной для различных видов деформации, но не зависящей ни от формы, ни от размеров образца и приложенной силы. Чем больше сила, необходимая для придания материалу заданной деформации, тем больше модуль. Следовательно, величина модуля характеризует *жесткость* материала, а не легкость его растяжения и т. п.

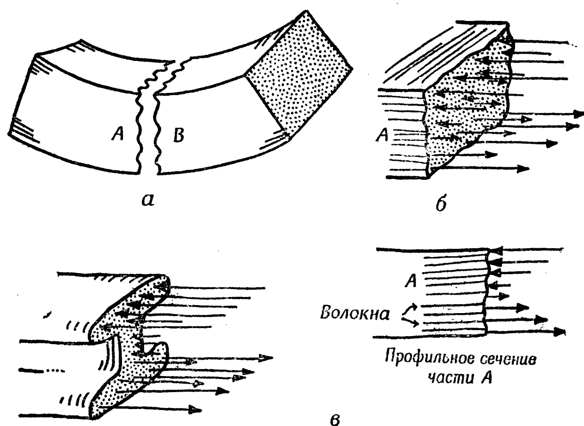
Для *чистого растяжения* стержня или проволоки с помощью растягивающей силы (мы об этом говорили) модуль, определяемый отношением (*напряжение*)/(*деформация*), называется *модулем Юнга* (модуль продольной упругости). Он относится также и к сжатию (фиг. 104,*а*). Инженеры пользуются им, чтобы заранее определять возможные изменения мостовых балок при их растяжении или сжатии.

При изгибе упругой балки одни волокна растягиваются, другие сжимаются (фиг. 104,*б*), поэтому модуль Юнга применяется и при изгибе. Пометьте резиновую трубку или резиновый брусок чернилами и постарайтесь растянуть или изогнуть их.

Сильнее сжимаются и растягиваются внешние волокна, поэтому в них возникают бо́льшие давления и напряжения, препятствующие изгибу. Внутренние волокна претерпевают малые деформации, и, следовательно, в них возникают малые силы. Их можно удалить с



Фиг. 104. Растяжение (сжатие) стержня или проволоки (а) и изгиб балки (б).

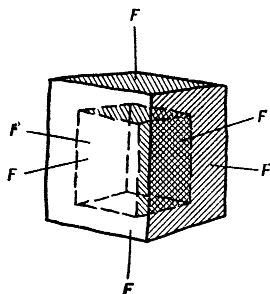


Фиг. 105. Изогнутая балка.

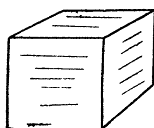
а — балка разрезана на части *A* и *B*; *б* — волокна части *B* создают силы, приложенные к части *A*; *в* — двутавровая балка может быть намного легче, но обладает той же прочностью при изгибе.

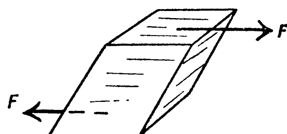
небольшой потерей прочности, но с весьма существенной экономией в весе. Именно поэтому сплошные балки заменяются двутавровыми (I-образными, фиг. 105), а в велосипедных рамах ставят несплошные, а пустотелые детали трубчатой формы.

Для других видов деформации существуют другие модули. Для *чистого изменения размера* без изменения формы (т. е. чистого сжатия, фиг. 106) применяется *объемный модуль*. Сжимающее напряжение легко осуществляется с помощью давления жидкости.



Фиг. 106. Чистое изменение размеров.

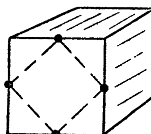


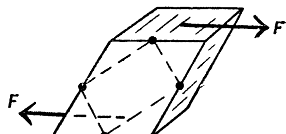


Фиг. 107. Сдвиг.
При сдвиге квадратные стороны кубического блока принимают форму ромба.

Для *чистого изменения формы* без изменения размеров (сдвиг) существует *модуль сдвига*. При кручении стержня происходит сдвиг, поэтому здесь применяется модуль сдвига. Попробуйте скрутить резиновый брусок или трубку, помеченные чернилами.

Фиг. 108. Другой пример деформации сдвига.
Наклонные волокна блока растягиваются и сжимаются так, что его стороны из ромбов с острыми углами 45° становятся прямоугольниками. Попытайтесь проделать это с блоком большой книги.

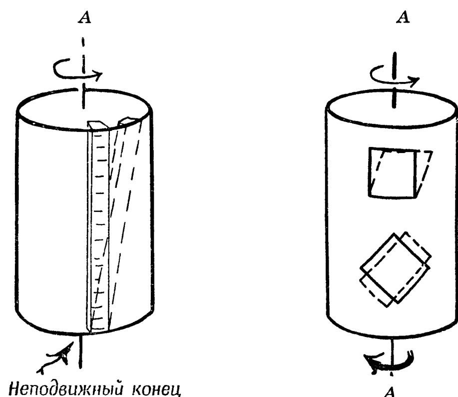




Положите толстую книгу на стол и толкайте переплет так, чтобы страницы скользили одна по другой. Начерченный карандашом на обрезе книги прямоугольник деформируется и приобретает форму ромба (фиг. 107 и 108). В книге происходит сдвиг; ее форма изменяется, но объем остается прежним. Вы можете вообразить, что каждый слой атомов или молекул (каждая страница книги) принужден скользить поверх следующего слоя, испытывая возрастающую

сдерживающую силу. Когда стержень закручивается, волокна, первоначально параллельные оси стержня, отклоняются от нее и оказываются сдвинутыми (фиг. 109).

Внутренние слои скрученного стержня претерпевают относительно малые деформации, создают малые противодействующие



Фиг. 109. Закручивание цилиндра.

Волокно сдвигается и занимает наклонное положение, а квадраты, начерченные на поверхности цилиндра, иллюстрируют деформацию сдвигом.
A — закрученный конец.

напряжения и, следовательно, мало участвуют в сопротивлении стержня скручиванию. Трубка почти так же прочна, как сплошной стержень, но намного легче.

Деформации в различных материалах

Жидкости и газы не оказывают постоянного сопротивления изменению формы, и, таким образом, модуль сдвига к ним неприменим. Но при изменении объема они проявляют упругие свойства, которые характеризуются объемным модулем сжатия. Жидкости подчиняются закону Гука, объем их изменяется в пределах большого диапазона давлений; газы легко отклоняются от закона Гука, и для них должен быть найден другой закон. Для твердых тел простые изменения сдвига и сжатия могут комбинироваться с более сложными видами деформаций, например в спиральных пружинах или в подъемно-транспортных машинах, и во всех случаях обычного поведения материалов по закону Гука отношение

$$\frac{\text{НАПРЯЖЕНИЕ (соответствующее приложенным силам)}}{\text{ДЕФОРМАЦИЯ (искажение)}}$$

выдерживается в широком диапазоне постоянным для данного материала; иначе говоря, (*напряжение*)$\sim$(*деформация*).

Закон Гука

Общая форма закона Гука

$$\frac{\text{НАПРЯЖЕНИЕ}}{\text{ДЕФОРМАЦИЯ}} = \text{const}$$

приложима ко всем материалам (в известных пределах) и ко многим видам деформации. Закон замечателен и полезен не только потому, что прост, но и вследствие широкого диапазона применения. Спиральная стальная пружина с плотно прилегающими витками может растягиваться до длины, в 5 или 10 раз превышающей первоначальную, прежде чем достигнет своего предела пропорциональности. Можно изогнуть деревянную балку или навить «волосок» (спиральную пружину) под большим углом все еще по закону Гука. Даже обыкновенная металлическая проволока, подвергнутая растяжению, удовлетворяет закону Гука в пределах удивительного диапазона удлинений, оставляя далеко позади ничтожно малое удлинение, вызванное нагреванием. Можно представить себе, что ее атомы, нагруженные по отдельности тянущей силой, направленной против электрического притяжения, испытывают влияние индивидуальных сил, действующих по закону Гука.

Если построить кривую, представляющую величину y, *деформацию*, в зависимости от величины x, представляющей *напряжение*, закон Гука будет выражен прямой линией, проходящей через начало координат. Эта линия выражает зависимость $y=kx$. Точная формулировка для реальных материалов может быть гораздо более сложной математической зависимостью, но во многих случаях, когда $y=$(сложная функция x), мы можем выразить ее в виде ряда

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \dots,$$

где A, B, C,...— постоянные величины. В этом случае $y=0$, когда $x=0$ (если не приложено напряжение, то нет и деформации). Следовательно, A должно быть равно нулю. Из эксперимента известно, что закону Гука хорошо соответствует предположение, по которому C, D,... весьма малы. Тогда по закону Гука $y \approx Bx$. Однако, когда x возрастает, значения x^2, x^3 и т. д. возрастают даже больше (поскольку при удвоении x значение x^2 становится в 4 раза больше, x^3 — в 8 раз больше и т. д.). Следовательно, если C, D,... не равны точно нулю, мы должны ожидать, что их предельные значения становятся ощутимыми при больших напряжениях. Широкий диапазон применения закона Гука говорит нам, что эти константы удивительно малы. Все же они существуют, поэтому мы должны рассматривать наш великий и простой закон Гука только как гипотезу, очень близкую к природе. Открыли мы эту простую зависимость или измыслили ее?

ГЛАВА 6 • ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ: КАПЛИ И МОЛЕКУЛЫ

«В науке необходимо воображение. Она не исчерпывается целиком ни математикой, ни логикой, в ней есть что-то от красоты и поэзии.»

Мария Митчелл
(American Astronomer, 1860 г.)

Эта глава не составляет неотъемлемой части курса. Включили мы ее по следующим причинам:

1) Материал позволяет провести ряд красивых опытов, причем некоторые из них могут быть осуществлены в домашних условиях. Сначала рекомендуется проделать опыты и оценить их красоту, а потом уже читать текст.

2) На примере этой главы видно, как происходит исследование определенной области явлений: сначала делаются наблюдения, которые затем интерпретируются, потом высказываются предположения и проверяются снова на опыте. В результате накапливаются полезные сведения и достигается научное понимание явлений.

3) Наряду с выяснением разнообразных практических вопросов (от образования мыльной пены до добычи золота) в главе рассказывается, как определяются размеры молекул, и это пригодится нам при последующем изучении атомов.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

Начнем исследование поверхностей жидкостей с наблюдения.

Общие наблюдения. Рассмотрите форму небольших капель:

Опыт 1. Капли, капающие из водопроводного крана.

Опыт 2. Лужицы жидкости на столе: а) вода на чистом стекле; б) вода на стекле, покрытом воском; в) ртуть на стекле. Их форма грубо изображена на фиг. 110, *б*, однако следует, конечно, поступать мудро и наблюдать форму капель в реальных условиях; рисунки в книге годятся лишь для запоминания. Действительно ли слеза на щеке героини имеет ту форму, которая изображается на рисунках в романах?

Опыт 3. Капли дождя представляют собой идеальные шарики, но за ними непосредственно наблюдать очень трудно. Два источника позволяют получить косвенные доказательства: размер и положение радуги, которая появляется точно в

том месте, где ей следует быть, лишь при условии, что капли дождя круглые (если бы капли имели неправильную форму, положение радуги смещалось бы), и форма свинцовой дроби, получаемой по старинному способу в дроболитейных башнях (фиг. 110, *г*): расплавленный свинец, разливаемый сквозь сито, падал в виде дождя в глубокий бак с водой и там превращался в круглые шарики.

Задача 1

Маленькая капелька дождя на рукаве шерстяного костюма имеет сферическую форму, а большая капля воды на натертом воском полу принимает более плоскую форму. Почему?

Специальные приборы. Следующий шаг — это применение в науке необходимых приборов или инструментов. С помощью проекционного фонаря понаблюдайте за каплями, изображенными на фиг. 110, *а* и *б*. (Если покажется, что вода движется слишком быстро, попробуйте нанести капли вязкого масла с помощью медицинской пипетки.)

Опыт 4. Если вы понаблюдали за всем семейством капель и лужиц разного размера, подобных тем, которые представлены на фиг. 110, *д*, то сможете вывести (путем индукции) несколько интересных правил. Определите свойства, общие для большинства капель.

Опыт 5. Устраните почти полностью влияние силы тяжести, используя для этого другую жидкость, например анилин (коричневая ядовитая жидкость немного тяжелее воды). Из бюретки, погруженной в воду, капли анилина образуются очень медленно — сначала на конце трубки появляется и медленно растет «мешок» из анилина, затем появляется тонкая шейка и капля быстро отрывается, после чего шейка превращается в меньшую каплю, которая следует за первой (фиг. 110, *е*) [1]. Если прибор встряхнуть, висящая капля начнет колебаться.

Опыт 6. Иногда на поверхности воды плавают небольшие предметы, которые, казалось бы, должны были бы потонуть, например слегка намазанные жиром иглы или лезвие бритвы, некоторые виды водяных жуков (фиг. 110, *ж*). Такое впечатление, что их поддерживают какие-то необычные силы.

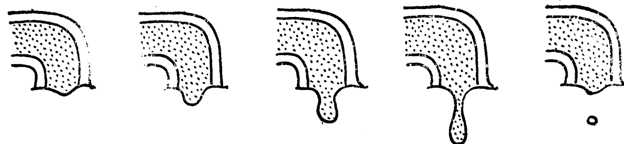
Мыльные пленки. Поверхностные свойства жидкостей удобно наблюдать на мыльных пузырях и пленках, которые «состоят только из поверхности и не имеют внутренности» и вес которых слишком мал, чтобы он мог противостоять поверхностным силам. На фиг. 111 схематически изображены соответствующие опыты.

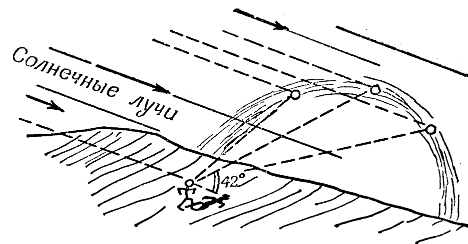
Опыт 7. Мыльный пузырь на воронке сжимается, задувая пламя свечи (фиг. 111, *а*).

Опыт 8. «Оконная штора». На проволочной рамке, нижний край которой подвижен, создается мыльная пленка. Ее растягивают, спуская за нить скользящую часть шторы вниз, а затем нить отпускают (фиг. 111, *б*).

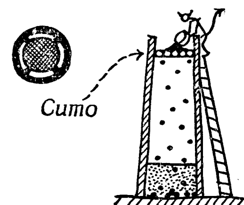
---

[1] Другой способ. В высокий стеклянный стакан с горячей водой наливают немного анилина, дно стакана все время подогревают. Горячий анилин легче горячей воды, поэтому сначала он находится наверху в виде большой капли, висящей в воде. Охлаждаясь, анилин опускается на дно, где снова нагревается и поднимается, чтобы потом вновь опуститься на дно в виде большой капли.

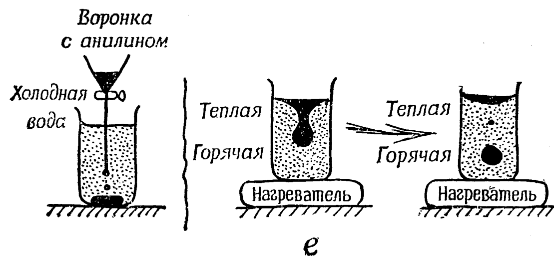

а

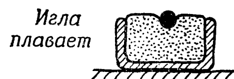

Солнечные лучи
42°
г

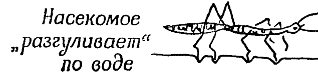

Вода на стекле
Вода на поверхности, покрытой воском
Ртуть на чистом стекле
б

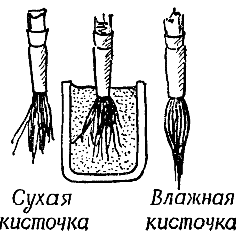

Сито
д


в


Воронка с анилином
Холодная вода
Теплая
Горячая
Нагреватель
Теплая
Горячая
Нагреватель
е

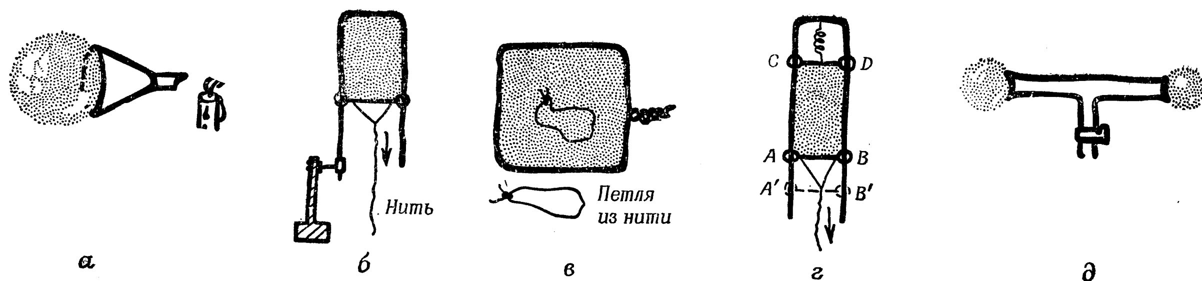

Игла плавает


Насекомое „разгуливает" по воде


Сухая кисточка
Влажная кисточка
ж

Фиг. 110. Поверхностное натяжение.

а — вытекание капли из очень узкого крана; *б* — небольшие лужицы жидкости на стекле; *в* — семейство капель на столе; *г* — радуга, созданная круглыми каплями дождя; *д* — старинная дроболитейная башня; *е* — образование капель анилина в воде; *ж* — примеры плотных тел, плавающих на поверхности жидкости.



Фиг. 111. Мыльные пузыри.

Опыт 9. На квадратной проволочной рамке создают мыльную пленку. На пленку кладут шелковую нить, связанную в виде небольшой петли (фиг. 111, *в*). Затем пленку внутри петли разрывают.

Опыт 10. Опыт «оконная штора» повторяют с помощью рамки, имеющей подвижные стержни сверху и снизу (фиг. 111, *г*). Верхний стержень удерживается небольшой пружиной. Мыльная пленка создается между двумя стержнями, после чего нижний стержень двигают с помощью нити вверх и вниз.

Опыт 11. На концах Т-образной трубки выдувают два мыльных пузыря разного размера (фиг. 111, *д*). Затем конец, через который производили выдувание, закрывают, и оба пузыря остаются соединенными.

Задача 2

Запишите ваши наблюдения о каждом из описанных опытов, а затем скажите, какие выводы можно сделать из них относительно мыльных пленок и их «поверхностного натяжения». (З а м е ч а н и е. Плоская фигура с максимальной площадью при заданном периметре есть круг.) Предупреждение. *Важное следствие из опыта 8* исключает *простейшее объяснение опыта 11.*

Общие пояснения

Что говорят эти опыты о поверхностях жидкостей? Капли, образующиеся в водопроводном кране, выглядят так, как будто они заключены в резиновый мешок.

Взяв настоящую оболочку из тонкой резины, мы можем сделать большую искусственную «каплю», которая по мере того, как внутрь оболочки будет вливаться все больше воды, примет форму реальной капли; однако возрастающее натяжение резины помешает точной аналогии.

Капли дождя и лужицы жидкости на столе, по-видимому, стремятся принять круглую форму, что также наводит на мысль об оболочке, которая сжимает их и противодействует силе тяжести. Обдумав эти наблюдения, можно сделать два вывода, расплывчатых и рискованных, но заслуживающих дальнейшей проверки.

А. Поверхности жидкостей ведут себя так, будто их удерживает эластичная оболочка, стремящаяся придать им круглую форму.

Б. «Эффект оболочки» более заметен при малых размерах (маленькие капли), чем при больших (лужи воды), но когда сила тяжести уравновешена другими силами, он проявляется и при больших размерах.

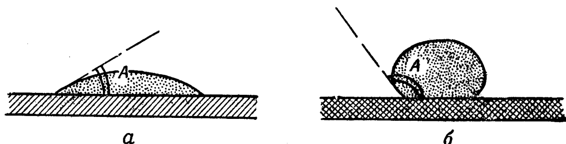
Классификация и терминология

Поверхностное натяжение. Все описанные явления называют «эффектами поверхностного натяжения» и говорят, что жидкость имеет поверхностное натяжение, подобное натяжению растянутой

резиновой оболочки. Пока это просто удобное название, которое само по себе не может ничего доказать или объяснить. В лучшем случае оно стимулирует обсуждение и позволяет легко определить, о чем идет речь. В худшем случае — приводит людей к неправильной мысли о том, что на поверхности существует реальная пленка, которую можно содрать с капли, как шкурку с кролика.

Краевой угол. По своей форме лужицы жидкости на столе делятся на два типа.

1) Когда жидкость прилипает к столу и растекается, как на фиг. 112, *а*, говорят, что жидкость *смачивает* поверхность стола.



Фиг. 112. Краевой угол.
а — малый угол; *б* — большой угол.

2) Когда жидкость собирается в округлую каплю вопреки действию силы тяжести, как показано на фиг. 112, *б*, говорят, что она *не смачивает* поверхности. Если стол наклонить, то такие капли будут скатываться.

Эти два случая различаются по углу *A* (угол внутри жидкости между поверхностью стола и поверхностью жидкости в месте их соприкосновения), который называют *краевым углом*. Тот же угол существует и на других границах раздела, например в том месте, где поверхность воды встречается со стенками стакана. Если угол *A* мал, жидкость смачивает твердую поверхность. Это снова только название. Выбрав этот угол и дав ему название, мы ничего не узнали и не объяснили, а лишь облегчили обсуждение [1].

Попытка построить теорию

Молекулы. Примем данное химиками определение молекул как мельчайших частиц вещества, из которых построены более крупные предметы, и приведем несколько рассуждений. Хотя такие предметы, как молекулы, видимо, существуют, их в обычный микроскоп

[1] Вообще говоря, порой наименования бывают глупые, но некоторые удачны. Скажем, глупо искать особое название для длины стола, на котором находятся лужицы, мало толку было бы и от особого названия для ширины капли. Но оказывается, что угол *A* заслуживает своего наименования. Величина этого угла является свойством веществ; если вы посмотрите на семейство лужиц, подобных представленным на фиг. 110, *в*, то увидите, что у всех капель один и тот же угол *A*.

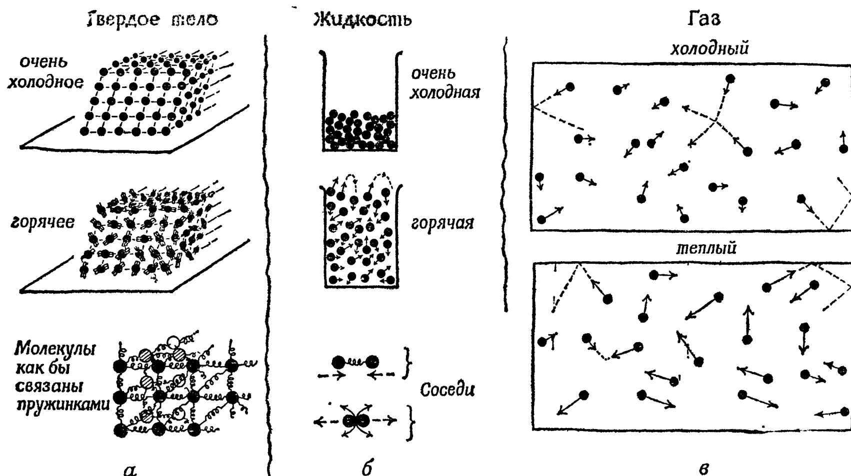
не видно (впоследствии, правда, будут приведены убедительные косвенные доказательства их существования), поэтому они должны быть очень малы и многочисленны. Судя по тому, как жидкости льются, их молекулы, очевидно, легко скользят относительно друг друга. Жидкость трудно сжимается; это наводит на мысль, что молекулы в ней расположены тесно. Другие данные, с которыми вы познакомитесь позднее, позволяют думать, что молекулы жидкости постоянно находятся в быстром движении, сталкиваясь друг с другом, подобно людям в толпе, причем с повышением температуры движение это усиливается. Действительно, поведении жидкости можно имитировать с помощью стальных шариков или зерен песка, если эти большие «молекулы» заставить непрерывно вибрировать.

Молекулярные силы: притяжение и отталкивание. Рассмотрим жидкость с точки зрения такой молекулярной картины. Сразу же возникает мысль, что молекулы жидкости сопротивляются их растаскиванию в разные стороны, т. е. притягиваются друг к другу. Вода в наполовину полном кувшине не расширяется и не улетучивается в отличие от газа, который стремится заполнить весь сосуд и быстро улетучивается, или диффундирует. Если сосуд открыт, жидкость остается в сосуде и ее молекулы, по-видимому, притягивают друг друга. Пока мысль о притяжении является лишь смутной догадкой. Именно в поверхностном натяжении, как и в некоторых других явлениях, эта мысль находит основательное подтверждение. Тот факт, что жидкости сильно сопротивляются сжатию, говорит о сопротивлении молекул жидкости более тесному сближению; следовательно, они должны отталкивать друг друга. Таким же образом должны вести себя и молекулы газа при *очень* тесном сближении [1], и молекулы твердых тел [2]. Например, молекулы указательного и большого пальца отталкиваются при сжатии — какая другая причина могла бы помешать пальцам проникнуть один в другой? Но твердые вещества тоже сопротивляются попыткам растащить их в разные стороны; молекулы этих веществ должны притягивать друг друга. Мы представляем себе, что между молекулами твердых тел действуют два типа сил: силы

[1] При столкновении друг с другом или со стенками сосуда. Что же еще, как не отталкивание от стенок, заставляет газ давить на стенки?

[2] Можно провести следующую аналогию: молекулы газа соответствуют быстро двигающимся по полю футболистам, которые время от времени сталкиваются между собой; молекулы жидкости подобны людям в толпе вокруг поля: они проталкиваются к центру, чтобы увидеть игру, но остаются в пределах определенных «семейных» групп; молекулы твердых тел подобны таким же болельщикам, рассаженным на трибунах: они азартно вертятся на своих местах.

отталкивания, которые, как показывает опыт, действуют только на очень малых расстояниях, т. е. *короткодействующие силы*, и силы притяжения, которые действуют на более далеких расстояниях, т. е. *дальнодействующие силы*. В обычном ненапряженном твердом теле каждая молекула занимает нейтральное положение, так что равнодействующая этих сил равна нулю. При сжатии твердого тела возрастающее отталкивание между молекулами



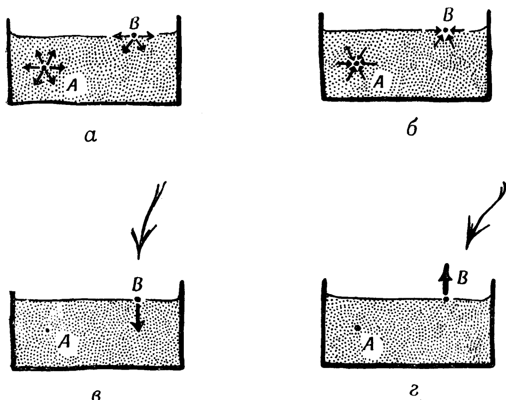
Фиг. 113. Молекулы в твердом теле, жидкости и газе.

а — в твердых телах молекулы образуют правильную систему; все истинно твердые тела — кристаллические. Молекулы сохраняют более или менее постоянное положение, но по мере нагревания тела они колеблются все больше и больше; *б* — в жидкостях молекулы расположены близко друг к другу, как в твердых телах, но свободно перемещаются среди своих соседей. Чем выше температура, тем быстрее движение и тем более бурно происходят столкновения молекул; *в* — в газах молекулы находятся далеко друг от друга и быстро движутся, время от времени сталкиваясь (чем выше температура, тем быстрее они движутся). Во время столкновений молекулы должны отталкиваться, в остальное время их действие друг на друга пренебрежимо мало.

оказывает сопротивление. При растяжении твердого тела отталкивание уменьшается больше, чем притяжение, и снова возникает напряжение, сопротивляющееся нашим усилиям. Опыты показывают, что притяжение действует не на очень больших расстояниях, а лишь на расстоянии одного или двух диаметров молекул[1]).

[1]) Из каких опытов можно получить представление о таких малых величинах? Для жидкостей это делают путем сочетания измерений поверхностного натяжения и простых измерений теплоты испарения. Качественно убедиться в том, что пределы действия молекулярных сил очень малы, можно с помощью простых опытов. Попытайтесь соединить куски металла, прижи-

Между молекулами жидкости, как мы полагаем, действуют подобные же силы: отталкивание на очень малых расстояниях (например, при столкновениях) и притяжение, распространяющееся более далеко. (Тут как будто возникает противоречие. Жидкости должны были бы хоть немного растягиваться при растяжении, на самом же деле при попытке растяжения они распадаются на части и в них образуются пузырьки пара. Однако если позаботиться о тщательном удалении растворенного воздуха, жидкость можно заставить выдержать растяжение и вести себя необычным образом.



Фиг. 114. Силы, действующие на молекулы в жидкости.

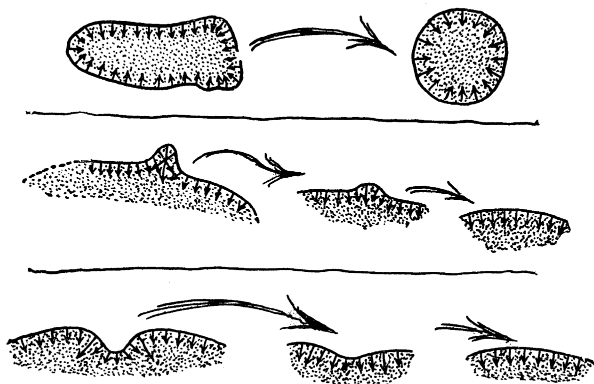
а — дальнодействующее притяжение ближайших соседей; *б* — короткодействующее отталкивание близких соседей при столкновении; *в* — равнодействующая притяжения (нуль для *А*, направлена вниз для *В*); *г* — равнодействующая отталкивания (нуль для *А*, направлена вверх для *В*).

Например, вода или ртуть держатся в верхней части барометра намного выше «высоты атмосферного столба», а сифон может работать в вакууме! Жидкости оказываются «слабыми, как вода» только в результате вредного влияния маленьких пузырьков воздуха.)

Молекулярное объяснение поверхностного натяжения. Итак, тот факт, что жидкости сохраняют свой объем, мы «объяснили» наличием дальнодействующих сил притяжения. Посмотрим, не смогут ли эти силы объяснить существование поверхностного натяжения. Представим себе состояние молекулы *А* в середине сосуда с водой (фиг. 114). Со всех сторон ее толкают другие молекулы. Кроме того, со всех сторон ее притягивают ближайшие соседи — и равнодействующая сила притяжения равна нулю. Теперь рассмотрим другую молекулу *В*, находящуюся на поверхности воды. Ее

мая один к другому. Попытайтесь проделать то же самое с только что разбитым стеклом. Достаточно очень небольшого нагревания, чтобы устранить трещину, начавшую образовываться в стекле.

тоже толкают, но не со всех сторон, и тоже притягивают, но не во всех направлениях. В области действия сил притяжения у нее есть соседи снизу и с каждой стороны, но нет соседей сверху. Равнодействующая сил притяжения направлена внутрь жидкости и уравновешивается действием столкновений снизу. Таким образом, молекула *B* испытывает притяжение вниз, наподобие дополнительного веса. Во внутренних областях большой круглой капли молеку-

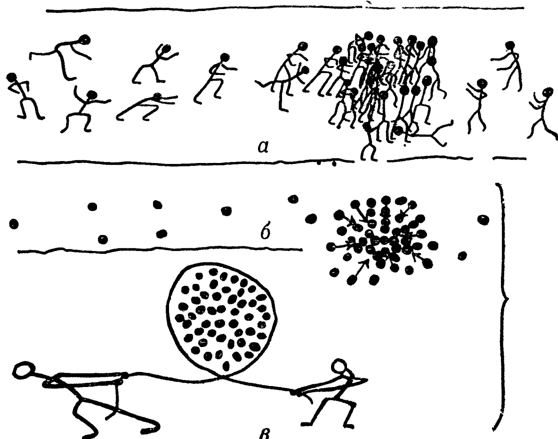


Фиг. 115. Поверхностные силы в небольшой капле жидкости.

Действующее на молекулы типа *B* притяжение соседей стремится придать массе жидкости сферическую форму. (Заметьте, что сфера имеет минимальную поверхность при заданном объеме.) Если на поверхности появляются небольшие неправильности, поверхностные силы стремятся устранить их.

лы будут, подобно молекуле *A*, испытывать равномерное притяжение со всех сторон. Молекулы на поверхности, подобно молекуле *B*, будут втягиваться *внутрь*. Так как такие молекулы *B* будут пытаться приблизиться к центру капли, поверхность будет стремиться сжаться; по существу создается впечатление, что капля имеет сжимающуюся оболочку. Очевидно, если на поверхности образуется гребень, молекулярное притяжение распрямит его, несмотря на мешающие возмущения (небольшое углубление на поверхности также исчезнет, хотя это менее очевидно); в результате притяжения молекул все неровности на поверхности будут сглаживаться (фиг. 115). Чтобы представить себе общую картину, сравните заполненную молекулами каплю с толпой людей, привлеченных уличной дракой. На фиг. 116, *б* показан вид толпы с птичьего полета. Прибывает все больше и больше заинтересованных зевак. Опоздав-

шие плохо видят, что происходит, они напирают на впереди стоящих — их притягивает любопытство, но они напирали бы так же, если бы их притягивали просто стоящие впереди соседи. Как влияет это притяжение к центру на толпу в целом? Подвижная толпа стягивается в круг с минимальным внешним периметром. Круг имеет меньшую протяженность периметра, нежели любая другая фигура с той же общей площадью. Человек A, находящийся в



Фиг. 116. Толпа.
а — толпа собирается; *б*, *в* — эффект одинаковый.

глубине толпы, оказывается сжатым, и если ему позволяет рост, то видит, что его неприятные ощущения вызваны напирающими на него людьми, нажимающими внутрь. Он будет страдать точно так же, если накинуть на толпу огромный пояс и затягивать его. Натянутый пояс будет влиять на внешнюю форму толпы и на тесноту внутри нее точно так же, как и стремление людей, находящихся снаружи, пробиться к середине.

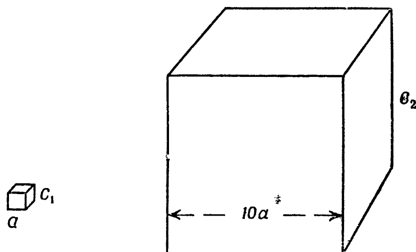
Поможет ли эта аналогия [1] понять, каким образом молекулярное притяжение оказывает то же действие, что и эластичная обо-

[1] *Аналогия*, которая часто бывает полезной при обучении, никогда не может *доказать* чего-либо. Некоторые теории, по сути дела, лишь аналогии (например, старые механические модели строения атома). Можно приветствовать их помощь нашему мышлению и отдавать им должное за плодотворные идеи, но в то же время не следует впадать в ошибку, считая, что они должны раскрыть «настоящую истину», и не следует цепляться за них, когда их полезность исчерпана.

лочка, растянутая по всей поверхности жидкости? С молекулярной точки зрения на поверхности жидкостей существует не реальная «шкурка», как у кролика, а особый слой внешних молекул.

Соотношение между поверхностными и объемными эффектами. Насекомые и поверхностное натяжение

Почему эта «оболочка» превращает маленькие капли в совершенные по форме шарики вопреки действию силы тяжести и не может сделать этого с более крупными лужами? С молекулярной точки зрения (согласно нашей теории, если вам угодно) это обусловлено



Фиг. 117. Кубические «капли». Сравнение поверхности и объема.

особым поведением молекул, расположенных на поверхности. Эти силы действуют на поверхности и не связаны с основной массой жидкости. Но сила тяжести действует на всю жидкость, равным образом на ее внешние и внутренние слои. Поверхностное натяжение — это «поверхностный эффект», а вес — «объемный эффект», и их *относительная* важность будет изменяться в зависимости от реального размера капли или лужи. Представим себе, что поверхностные силы возрастают прямо пропорционально величине поверхности [1], тогда как вес, конечно, возрастает пропорционально объему. Рассмотрим превращение небольшой капли в каплю, в 10 раз большую. Для простоты представим, что капли имеют вид кубиков [2]: маленького C_1 (фиг. 117) с длиной ребра a и большого C_2 с ребром $10a$. Как соотносятся их поверхности? Каждый куб

[1] Опыт с мыльной пленкой подтверждает независимость поверхностного натяжения от массы жидкости.

[2] Кубических капель в природе нет, но их рассмотрение приводит к тем же результатам, что и рассмотрение шаров или любой другой пары одинаковой формы. Если вам известны формулы для шара (поверхность $4\pi r^2$ и объем $^4/_3\pi r^3$), то проведите рассуждение с ними. Результат от формы не зависит, так как поверхность всегда измеряют в единицах площади, скажем квадратных метрах, а объем — в кубических единицах (кубических метрах).

имеет шесть граней. Поверхность куба C_1 равна $6a^2$, а куба C_2 равна $6\,(10a)^2$, т. е. $600\,a^2$. Куб с десятикратными линейными размерами имеет в 10^2, или в 100 раз, большую поверхность. Как соотносятся объемы этих кубов? Они соответственно равны a^3 и $(10a)^3$, т. е. $1000\,a^3$. Объем одного куба превышает объем другого в 10^3, или в 1000 раз, и, следовательно, вес воды в нем будет в 1000 раз больше. При переходе от малого кубика к большому поверхностные эффекты возрастут только в 100 раз, но действие силы тяжести возрастет в 1000 раз; таким образом, ее относительное значение увеличится в 10 раз.

На самом же деле силы поверхностного натяжения растягивают каждую *границу*, или край, поверхности. Поэтому они возрастают пропорционально *линейным* размерам, т. е. пропорционально ребру или радиусу, и уменьшаются по сравнению с объемными силами еще более резко.

Для очень больших объемов сила тяжести во много раз превосходит влияние поверхностного натяжения; поэтому поверхность прудов плоская, а пролитое на пол ведро воды растекается под действием силы тяжести. На форму маленьких капель сильно влияет поверхностное натяжение, для очень маленьких капель это влияние становится определяющим. Для ныряющего в воду человека главную опасность представляет давление на него воды. Для крошечного клопа, ползущего по капле дождя, непреодолимы силы поверхностного натяжения. Теперь понятно, почему *маленькие* водяные насекомые могут бегать по поверхности пруда не проваливаясь? Они ничем не рискуют: большинство из них водой не смачивается и провалиться *не может*. Даже если их насильно затолкнуть под воду, они немедленно выскочат наружу, причем помогает им поверхностный слой. Для крошечных насекомых, тело которых имеет способность намокать, капля воды оказывается тюрьмой. Частично смачиваемые водой насекомые могут держаться на ее поверхности, если они достаточно малы, но, погрузившись однажды в воду, случайно проскочив через упругую поверхность, они уже не смогут выбраться наружу. В жизни еще более мелких существ, например микробов, все определяется поверхностными силами; вес едва ли имеет для них какое-либо значение. Весь контакт с внешним миром они осуществляют через свою поверхность; через нее поступает пища, и, если они хотят двигаться, им надо изменять форму своей поверхности. Не удивительно поэтому, что такие существа можно уничтожать с помощью ядов, которые покрывают их поверхность, подобно тому как краска наносится на волокна одежды.

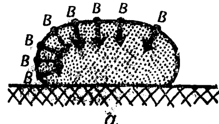
Размышления завели нас далеко от экспериментальных фактов. Некоторые из развитых идей подтверждаются последующими опытами, другие стоят лишь немногим более простой игры воображения, и их следует использовать только в той мере, в какой они приводят к плодотворным предположениям.

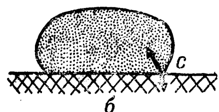
Краевой угол с молекулярной точки зрения

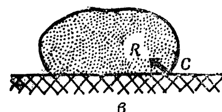
Все же мы можем развить дальше молекулярную картину и обсудить, как жидкости соприкасаются с твердыми телами, т. е. обсудить вопросы смачивания и водоотталкивания.

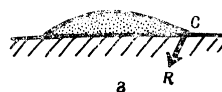
Возвращаясь к небольшим лужицам на столе и к классификации по краевым углам, нарисуем каплю, поверхность которой принимает выпуклую форму под влиянием поверхностных сил, действующих на молекулы (фиг. 118).

В том месте, где лужица соприкасается со столом, угловые молекулы должны также притягиваться столом. Совместное притяжение стола и жидкости и определяет краевой угол. Складывая силы притяжения как векторы, получаем равнодействующую **R** сил









Фиг. 118. Поверхностное натяжение и краевой угол с молекулярной точки зрения.

а — притяжение поверхностных молекул *В* со стороны соседей создает эффекты оболочки; *б*, *в* — угловые молекулы *С* притягиваются соседями в жидкости и молекулами стола, **R** — равнодействующая сил притяжения; *г* — молекула *С* притягивается столом сильнее, чем соседями в жидкости.

притяжения со стороны соседних молекул как жидкости, так и стола. Для поверхности жидкости эта равнодействующая играет роль «вертикали», и поверхность расположится перпендикулярно к ней, точно так же, как поверхность большой лужи принимает горизонтальное положение, перпендикулярно силе тяжести. Итак, краевой угол определяется направлением равнодействующей сил притяжения **R**; прежде чем продолжить обсуждение, рассмотрим подробнее силы, которые определяют форму поверхности.

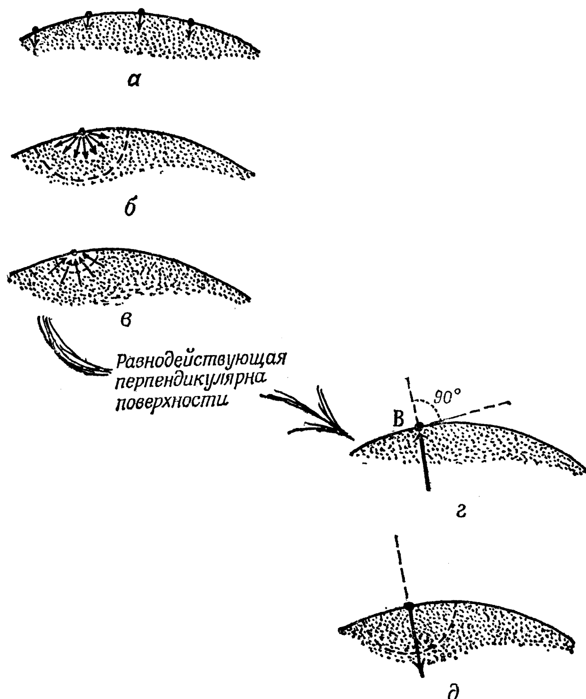
Молекулярные силы и поверхность жидкости

Чтобы понять, почему поверхность жидкости располагается перпендикулярно равнодействующей сил притяжения R, вернемся к обсуждению сил, действующих на молекулу. На молекулы действуют:

дальнодействующие силы:

а) сила тяжести;

б) притяжение соседей (только в пределах нескольких диаметров молекул);



Фиг. 119. Коротко- и дальнодействующие силы.

а — силы тяготения (очень малы); *б* — дальнодействующее притяжение соседей; *в* — короткодействующее отталкивание при столкновении; *г* — равнодействующая ⊥ поверхности; *д* — поверхность должна быть расположена ⊥ равнодействующей дальнодействующих сил притяжения.

короткодействующие силы:

в) сильное отталкивание во время столкновений с соседями (на расстоянии долей диаметра молекулы).

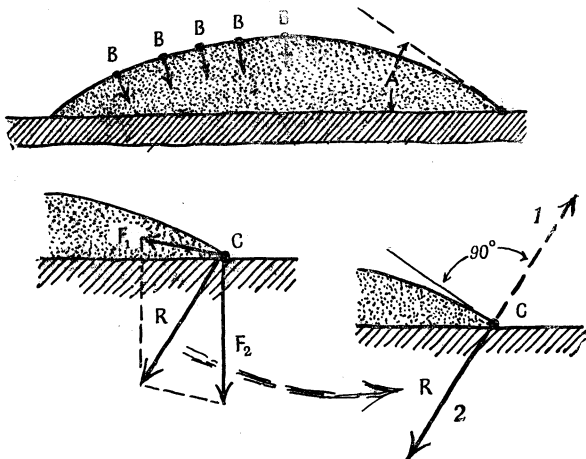
Для описания поведения молекул вряд ли стоит применять термин «равновесие», но все же можно сказать, что в покоящейся жидкости каждая молекула *в среднем* находится в равновесии.

На любую молекулу на поверхности жидкости *короткодействующие* силы действуют со всех сторон и снизу, поэтому равнодействующая будет перпендикулярна поверхности. Равнодействующая *дальнодействующих* сил, которая уравновешивает эти короткодействующие силы, должна иметь противоположное направление, а следовательно, она также будет перпендикулярна поверхности. Из последнего утверждения следует и обратное — поверхность должна быть перпендикулярна равнодействующей сил притяжения, в противном случае все силы перемещали бы поверхность, пока она не приняла бы этого положения. (Конечно, в молекулярном масштабе сама поверхность исчезает в хаосе беспорядочных движений, подобно границе толпы. Она представляется гладкой, только когда ее рассматривают издалека.) Две из названных сил действуют на поверхность и меняют свое направление, когда поверхность изгибается. Это — короткодействующее отталкивание и дальнодействующее притяжение соседей. Третья сила — земное притяжение — всегда направлена вертикально вниз. В большом пруду основное направление задается силой тяжести, которая превращает всю поверхность в горизонтальную плоскость; поэтому две другие силы также вертикальны. На молекулы же, расположенные вблизи твердой стенки или на поверхности небольшой искривленной капли, притяжение соседей влияет намного больше, чем сила тяжести. Поэтому для объяснения искривленного мениска или краевого угла силой тяжести можно пренебречь. Просто говорят: «Поверхность располагается перпендикулярно равнодействующей сил притяжения, которые действуют на молекулу, находящуюся на поверхности».

Краевой угол и молекулярные силы

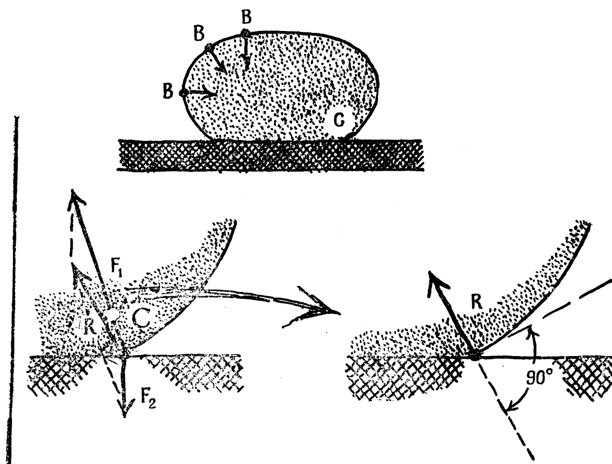
Чтобы объяснить природу краевого угла с точки зрения молекулярных сил, рассмотрим силы притяжения, действующие на молекулу *C*, которая находится в том месте, где лужица жидкости соприкасается с твердым столом (фиг. 120). Во-первых, на нее действует притяжение соседей, находящихся внутри слоя жидкости; равнодействующая этих сил равна $\mathbf{F}_1$ и направлена по биссектрисе угла клина (направление подсказано симметрией). Во-вторых, ее притягивают молекулы твердого стола с равнодействующей $\mathbf{F}_2$, которая перпендикулярна столу (снова по соображениям симметрии).

Векторное сложение сил $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ дает их равнодействующую $\mathbf{R}$; поверхность жидкости должна расположиться перпендикулярно $\mathbf{R}$. Это схематически изображено на фиг. 120, где $\mathbf{F}_1$ дано намного меньше $\mathbf{F}_2$, чтобы показать, что молекула *C* притягивается своими собратьями меньше, чем столом. В таком случае краевой угол невелик и жидкость смачивает стол. Можно сказать, что сильно притягивающий стол побуждает жидкость растекаться. Таким образом, смачивание зависит от относительной силы молекулярного



Фиг. 120. Силы, действующие на молекулу, находящуюся на краю небольшой лужицы жидкости.

Лужица находится на столе, который *сильно* притягивает молекулы жидкости. *1* — короткодействующие силы; *2* — дальнодействующее притяжение.



Фиг. 121. Силы, действующие на молекулу, находящуюся на краю небольшой лужицы жидкости.

Лужица находится на столе, который *слабо* притягивает молекулы жидкости.

притяжения. Если молекулы жидкости притягиваются молекулами твёрдого тела сильнее, чем соседними молекулами самой жидкости, жидкость будет смачивать стол и растекаться.

С другой стороны, если молекула жидкости предпочитает своих собратьев молекулам стола, силу $\mathbf{F}_1$ следует нарисовать больше $\mathbf{F}_2$ и картина примет такой вид, как на фиг. 121, где показан большой краевой угол. Для «водоотталкивания», по-видимому, требуется, чтобы молекулы жидкости испытывали со стороны соседних молекул стола меньшее притяжение, чем со стороны соседних молекул жидкости.

Водоотталкивание и смачивание

Таково молекулярное объяснение смачивания и краевого угла. Объяснение? Разве это не просто волшебная сказка, выдуманная для того, чтобы свести концы с концами? Нет, это объяснение совсем не так плохо, поскольку оно основано на молекулярных представлениях, которые используются в других областях физики и химии. Кроме того, оно позволяет сделать полезные рекомендации:

1) Для улучшения смачивания (мечта прачек) надо сделать $\mathbf{F}_2$ больше, чем $\mathbf{F}_1$, т. е. надо, чтобы молекулы жидкости притягивались твердым телом сильнее, чем своими соседями. Это можно осуществить, применяя молекулы-посредники, которыми на практике являются молекулы мыла. Таким образом, мы раскрыли секрет мыла и указали путь к созданию новых синтетических моющих средств.

2) Чтобы увеличить краевой угол (надежда изготовителей плащей), надо покрыть текстильное волокно каким-либо веществом, для которого $\mathbf{F}_2$ мало по сравнению с $\mathbf{F}_1$. На вопрос: «Какой толщины должно быть покрытие?» (еще одна забота изготовителей плащей) — примечание на стр. 195 отвечает, что достаточно очень тонкого слоя, толщиной в несколько молекул. (На вопрос: «Какова толщина молекулы?» — дан ответ в этой главе.)

3) В тех случаях, когда роль поверхностных сил велика, жидкость с небольшим краевым углом ($\mathbf{F}_2$ больше $\mathbf{F}_1$) будет расползаться вдоль твердой поверхности, даже карабкаясь вверх. Это особенно заметно, когда жидкости поднимаются в очень узких трубках; «капиллярность» — полезное свойство жидкостей, и мы сейчас его разберем.

Капиллярность

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ОПЫТ

Опыт 12. Нагрейте кусок стеклянной трубки, растяните его в очень тонкую трубку и опустите один ее конец в чернила (фиг. 122, *а*). Окрашенная вода поднимается вверх вопреки силе тяжести, опровергая правило: «вода в сообщающихся сосудах устанавливается на одном уровне». Однако в U-образной трубке с коленами разного сечения жидкость все же устанавливается на одном уровне (фиг. 122, *б*). Если вспомнить обсуждение относительной роли поверхностных и объемных эффектов, можно догадаться, что влияние поверхностного натяжения будет более заметно в приборах малых размеров; например, в небольшой U-образной трубке (фиг. 122, *в*). Конечно, это то же самое, что мы уже видели при погружении тонкой трубки в чернила. Наброски, представленные на фиг. 122, *г*, помогают понять переход от одного опыта к другому. Если жидкость поднимается в тонких трубках, то в еще более тонких она должна подняться еще выше. Проверьте это (см. фиг. 122, *д*).

Поскольку это следствие поверхностного натяжения проявляется в трубках, «тонких, как волос», оно получило название от латинского слова «волос» — *capilla*. Таким образом, капиллярность — это старое название поверхностного натяжения, которое еще применяется, чтобы охарактеризовать поведение жидкостей в тонких трубках. Это красивое название, но оно *не объясняет* подъема жидкости. Сказать, что вода поднимается по тонкой трубке вследствие капиллярности, по существу то же, что сказать «вследствие поведения тонких трубок». Рассматривая через увеличительное стекло мениск (поверхность жидкости) в тонкой трубке, мы увидим, что он висит, как прикрепленный к стеклу изогнутый мешок, весьма похожий на одеяло пожарников, которые ловят выбрасывающегося из окна горящего дома тяжелого мужчину (фиг. 122, *е*). Снова возникает мысль о резиновой оболочке. Если измерить силы, удерживающие оболочку, то видно, что эти же силы определяют форму маленьких капель. Можно даже говорить, что оболочка удерживает поднимающуюся по трубке жидкость [1], но более реаль-

---

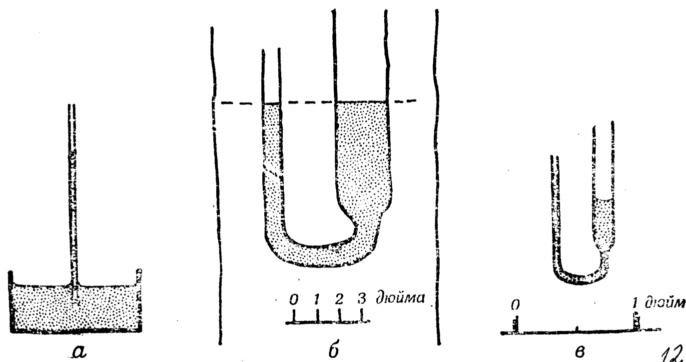
[1] Эта идея может позволить вывести формулу для измерения поверхностного натяжения T, действующего на каждый сантиметр границы поверхности жидкости: (*тянущая сила со стороны оболочки*)=(*вес жидкости, удерживаемой в трубке*);

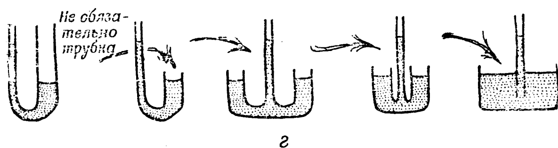
$$T \cdot (\textit{Длина границы } 2\pi r) = [\textit{Объем } (\pi r^2) \cdot (\textit{Высота подъема})] \cdot (\textit{Плотность жидкости}) \cdot (\textit{Ускорение силы тяжести } g)$$

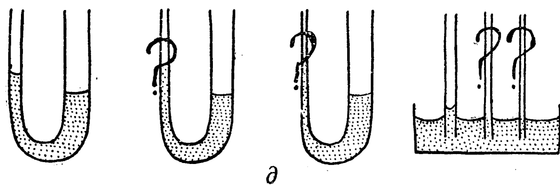
(эту формулу раньше очень любили составители экзаменационных вопросов). Таким образом,

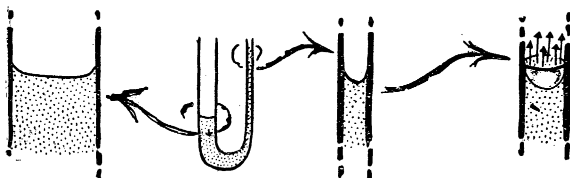
$$T = \frac{1}{2} g \cdot (\textit{Плотность}) \cdot (\textit{Высота подъема}) \cdot (\textit{Радиус трубки}).$$

Эта формула более или менее верна, и ее используют для грубых определений T, но сам вывод граничит с надувательством. На самом деле **нет**









е

Фиг. 122. Капиллярные явления.

но говорить о молекулах, которые вскарабкиваются по внутренней поверхности трубки и образуют изогнутый мениск.

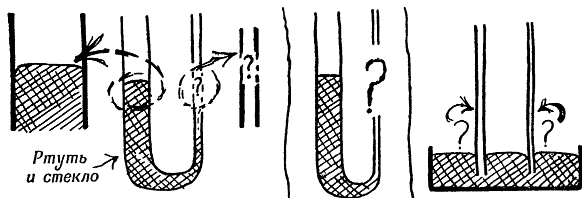
Жидкости поднимаются не только в круглом стеклянном капилляре. Капиллярность проявляется в любом узком пространстве. Когда вода стекает между щетинками малярной кисти или увлажняет в ванне ваши волосы, то она заполняет не полые волоски, а узкие промежутки между отдельными волосками. На таком поведении жидкостей основано всасывание масла в ламповый фитиль, воды в банное полотенце и т. д.

Задача 3 (трудная). Формула капиллярности

Допустим, что подъем жидкости в капилляре определяется разностью давлений по обе стороны мениска. Вернитесь к опыту с двумя соединенными друг с другом мыльными пузырями (см. фиг. 111, д). Какой вывод только из этого опыта можно сделать о соотношении между высотой подъема в капилляре и его диаметром?

Задача 4. Капиллярность в несмачиваемой трубке

Возьмем жидкость, которая образует со стенками трубки большой краевой угол. На фиг. 123 показана, например, ртуть в стеклянной трубке.



Фиг. 123. К задаче 4.

Уровень ртути в широкой трубке показан, но рисунки не закончены. Набросайте в тетради все эти рисунки и закончите их.

никакой резиновой оболочки, прикрепленной к стеклу, и в реальной формуле T относится к поверхности раздела жидкость/воздух, а не является силой сцепления со стеклом. Но искривленная поверхность (мениск) реально существует, и, как в любом воздушном шаре, давление «внутри» (над мениском) больше, чем снаружи. С помощью этой разности давлений можно объяснить подъем жидкости в капилляре и дать строгий вывод формулы.

Применения капиллярности

Чтобы жидкость втягивалась в капилляр, а не только поднималась вверх, и вообще проникала в поры, необходим малый краевой угол между жидкостью и стенками пор. При большой величине краевого угла предметы будут оставаться сухими. Ниже приведены примеры, которые демонстрируют роль капиллярности и смачивания в природе и в быту.

1) *Системы, где нужен малый краевой угол (желательно при большом поверхностном натяжении)*

Вода на волокнах банных полотенец и т. д.

Чернила на конце пера (щель на конце пера подает чернила на бумагу вследствие капиллярности; стальные перья, применявшиеся прежде, когда они бывали новыми, имели большой краевой угол, и для улучшения работы перья следовало смочить слюной).

Чернила на бумаге (но поры в бумаге должны быть закрыты).

Кровь на бинтах.

Капли от насморка на слизистой оболочке носа.

Припой на металле (для уменьшения краевого угла применяют флюс).

? Слюна на пище.

Растворитель для краски на сухом порошке красителя.

Жидкая краска на окрашиваемых поверхностях (с этим связан ряд вопросов в технике живописи).

Мыльная вода при стирке грязной одежды.

? Вода на стеклах очков (здесь нет узких промежутков, но при небольшом краевом угле конденсирующаяся на стекле вода создает плоскую пленку, а не туман из капелек).

2) *Системы, где нужен большой краевой угол*

Вода на спине утки, на тканях для палаток и зонтов.

? Блинное тесто на сковороде.

Вода на полу в ванной.

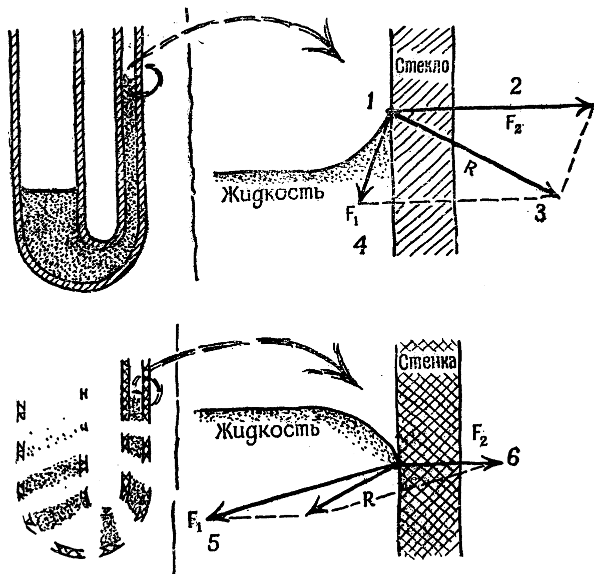
? Вода на стеклах очков (мелкие капли быстрее испаряются).

Важную роль капиллярность играет в садоводстве. Вода проникает в тонкие промежутки между частицами почвы. Разрыхление и вскапывание изменяет размеры этих промежутков и затрудняет доступ воды из глубины почвы к поверхности, предотвращая тем самым ее испарение.

Кирпичи пористы. Кирпичные дома на высоте 30 *см* или более от поверхности земли должны иметь изоляцию от влаги из непористого материала.

Объяснение капиллярности с молекулярной точки зрения

По всей трубке вверх поднимается очень тонкий слой жидкости, возможно, толщиной в одну молекулу, а за ним ползет основная масса жидкости, образуя искривленный мениск. Силы $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ для случаев малого и большого краевого угла схематически изображены на фиг. 124. Поверхность жидкости располагается перпенди-



Фиг. 124. Молекулярные силы, краевой угол и капиллярность.

1 — рассматриваемая молекула; 2 — притяжение стекла; 3 — равнодействующая сил притяжения; 4, 5 — притяжение соседей в жидкости; 6 — притяжение стенки.

кулярно равнодействующей $\mathbf{R}$ сил притяжения, действующих на ее молекулы. Это является результатом короткодействующих сил, которые проявляются при столкновениях с другими молекулами. Когда краевой угол равен нулю, стеклянная стенка, вероятно, на всем протяжении покрыта тонким слоем жидкости толщиной в несколько молекул. Мениск всползает по этому слою жидкости. Рисунки весьма упрощены, так как на них не учтена сила тяжести.

Вещества, облегчающие смачивание: мыла и моющие средства

Очень часто, когда нужен малый краевой угол, природа дает нам большой. Овечья шерсть, например, не смачивается водой; это мешает обработке отары растворами при дезинсекции. С обеденной посуды вода скатывается, как со спины утки, и даже на чайных стаканах порой остаются несмачиваемые отпечатки пальцев. А новые посудные полотенца, поступающие со склада с ужасной восковой отделкой! Нам необходимы молекулы-посредники, которые образовывали бы промежуточный слой и уменьшали бы краевой угол между водой и жирными тарелками, покрытыми воском волокнами одежды и т. д. Сейчас эту роль выполняют моющие средства, предшественником которых было мыло. Мыло действует на жир с помощью поверхностного натяжения, помогая воде заползать под жир и отрывать его частички, которые смываются в виде эмульсии (скопление мелких частиц жира, взвешенных в воде). Один конец молекулы мыла имеет сродство к воде вследствие химического или электрического притяжения [1], а другой конец инертен к воде, но легко присоединяется к жиру. В то время как «жирные» концы образуют облако вокруг частиц жира, «водяные» концы выступают наружу и притягивают воду. Современные синтетические мыла или стиральные порошки обычно облегчают смачивание. Их молекулы действуют как посредники и уменьшают краевой угол. Они проникают в любую щель между жиром и тарелкой, облегчая попадание туда воды.

Вообразим себя в роли физиков-судомоек, которые приходят к группе химиков и говорят: «Пожалуйста, разработайте и пустите в производство вещество, которое было бы пригодно в качестве моющего средства. Оно должно иметь следующие свойства:

1) его молекулы должны притягиваться к жиру (или, для других целей,— к текстильным волокнам);

2) его молекулы должны также притягиваться к воде;

3) оно должно довольно легко растворяться в воде, чтобы его молекулы могли плавать и достигать границы вода/жир, где необходима их помощь.

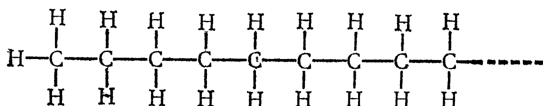
P. S. Производство этого средства должно быть недорогим».

Современные химики-органики ответят: «Это легко сделать». Чтобы прицепиться к воску или к жиру, молекулы должны иметь

---

[1] «Это высокий парень с жирной головой, который любит шлепать ногами по воде».

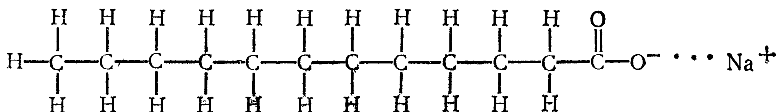
длинную угле-водородную цепь, подобную следующей [1]:



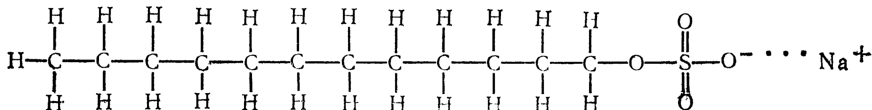
но не слишком длинную, иначе она не будет растворяться в воде. Воски и жиры имеют аналогичную цепную структуру, и они должны притягивать такие цепи. Затем это вещество на одном из концов должно иметь нечто обладающее сродством к воде, например атом натрия. Годится любая группа, которая будет отделяться в воде, освобождая электрический заряд, поскольку молекулы воды несут на концах заряды + и — и будут скапливаться вокруг других зарядов.

Такого рода молекулы были сконструированы и изготовлены, и сейчас мы покупаем их в больших количествах в хозяйственных магазинах. Ниже приведены примеры обычного мыла и синтетического стирального порошка подобной структуры [2].

Мыло



Синтетический детергент

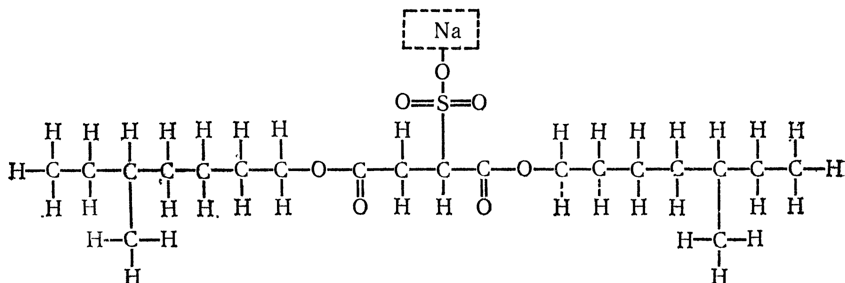


К числу таких веществ относится также применяемый в фотографии и исследовательской работе аэрозоль. Его молекула представ-

[1] Химики обозначают атом водорода буквой H, углерода буквой C и т. д. и соединяют их связями, чтобы показать, как построены молекулы. Подобные «картинки» основаны на химических экспериментах и рассуждениях; они полезны и заслуживают доверия.

[2] В каждом случае атом натрия отделяется в воде в виде иона Na^+. В результате остальная часть молекулы мыла приобретает отрицательный заряд и превращается в длинный отрицательный ион.

ляет собой длинную цепь с воскообразными концами и «притягивающим воду» атомом натрия в середине:



ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

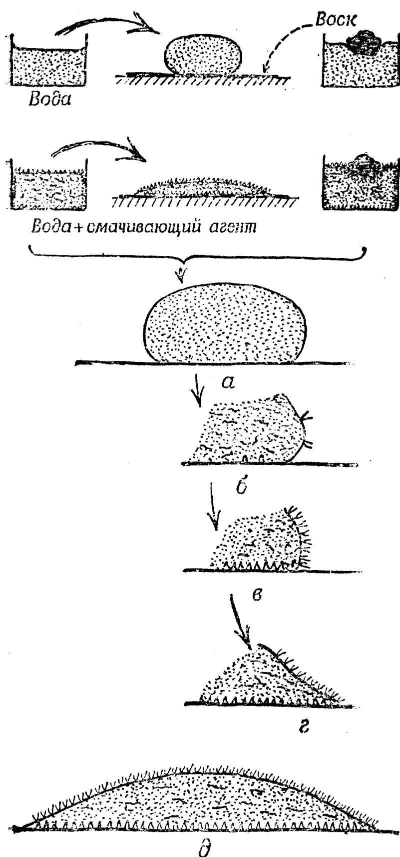
Опыт 13. На покрытое воском стекло наносят каплю чистой воды (фиг. 125). Концом спички добавляют раствор моющего средства и следят за изменением краевого угла.

Опыт 14. Новое посудное полотенце с воскообразной поверхностью разрезают на два куска и растягивают на наклонном столе. На один кусок выливают крепкий раствор красителя. Краситель впитывается с трудом, большая его часть стекает. Затем на другой кусок выливают остаток красителя, к которому добавлено небольшое количество моющего средства.

Действие мыла и моющих средств. Когда раствор моющего средства попадает на покрытую воском поверхность, его молекулы скапливаются вокруг воска, причем их «жирные» концы направлены в сторону воска, а «водяные» — наружу. Эти внешние концы создают оболочку, которая притягивает воду, и этим облегчают смачивание. (Аэрозоль, молекула которого имеет удвоенную длину, прикрепляется к воску, жиру или целлюлозе обоими концами и поднимает имеющую сродство к воде середину, подобно выгнувшей спину гусенице; выпяченные «спины» создают притягивающую воду оболочку.)

Мытье посуды. Молекулы большинства моющих средств и мыла имеют на одном конце группу, обладающую сродством к воде. Действие этих веществ при мытье посуды схематически изображено на фиг. 126.

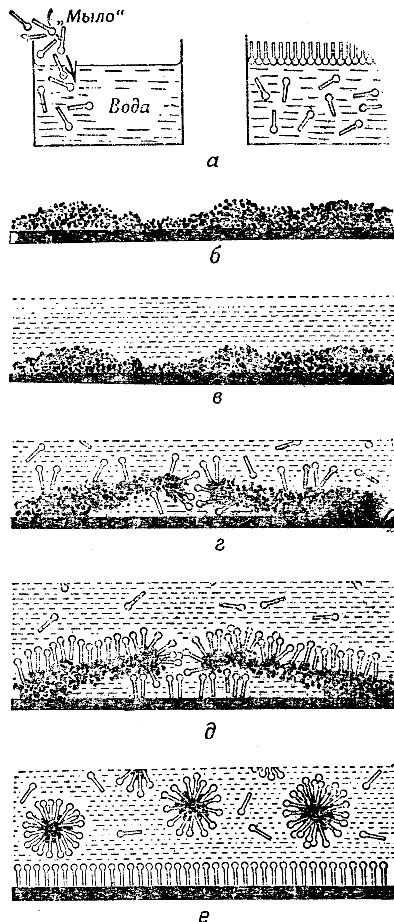
Мыльные пузыри. Мыльные пузыри на вид достаточно прочны; если их ударить, они подскакивают и, если испарения нет, сохраняются довольно долго. Происходит это по следующим причинам: 1) Молекулы мыла собираются с обеих сторон пленки, причем их концы, имеющие сродство к воде, направлены внутрь, а инертные—



Фиг. 125. Действие смачивающего агента.

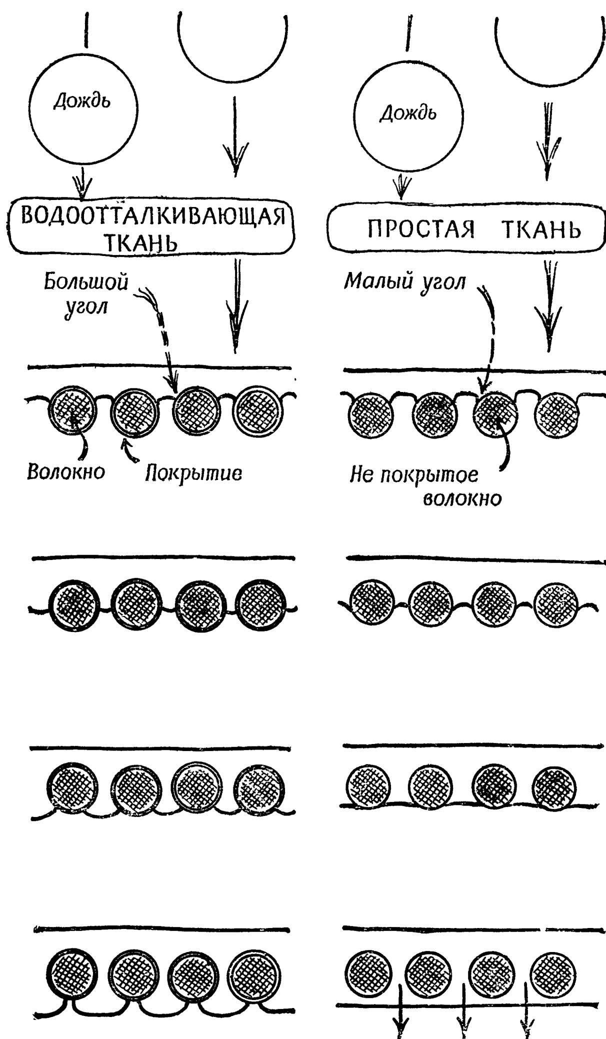
Длинные молекулы показаны линией с точкой, которая обозначает группу, имеющую сродство к воде.

Молекулы смачивающего агента аэрозоля показаны не в масштабе, а увеличены во много раз. *а* — на столе, покрытом воском, образуется небольшая лужица; *б* — добавляется смачивающий агент; *в* — молекулы смачивающего агента собираются на поверхности инертными концами наружу; *г* — капля воды покрыта молекулами смачивающего агента и испытывает сильное притяжение к покрытому воском столу; *д* — краевой угол сильно уменьшается, и вода растекается по столу.



Фиг. 126. Действие моющего вещества (натурального или синтетического).

а — к воде добавляют молекулы «мыла»; *б* — моющее действие (тарелка, покрытая частицами жирной грязи); *в* — добавленная вода не может удалить грязь; *г* — добавлен детергент; инертные воскоподобные концы его молекул притягиваются к границе между водой и грязью; *д* — инертные концы скапливаются на грязи, которую теперь можно удалить проточной водой или мочалкой; *е* — грязь удерживается во взвешенном состоянии, так как молекулы детергента образуют защитный слой на очищенной тарелке и вокруг комков грязи.



Фиг. 127. Водонепроницаемость и смачивание.

В сильно увеличенном виде показаны в разрезе волокна ткани для зонтов или брезента для палаток с налитой на них водой. Поры не закрыты, но когда на волокна нанесено покрытие, создающее большой краевой угол (между водой и покрытием), вода выпячивается между волокнами и удерживается поверхностным натяжением.

наружу, создавая нейтральную поверхностную оболочку [1], которая ни к чему не прилипает. 2) Мыльный раствор представляет собой неоднородную смесь, образующую пленку со слегка изменяющимся поверхностным натяжением; это позволяет пленке выдерживать нагрузку и восстанавливать свою первоначальную форму. В то же время чистая жидкость редко образует устойчивые пузырьки или пену, поэтому остерегайтесь пить воду из прудов, на поверхности которых бывает пена.

Водонепроницаемость. Чтобы плащ не пропускал воду, поверхностное натяжение не должно позволять воде проникать в поры. Для этого поры не закрывают, а покрывают волокна воском, чтобы создать большой краевой угол при контакте с водой. Тогда, если поры малы, вода в них не проникает, а задерживается выпяченной поверхностной пленкой.

Опыт 15. На фиг. 127 схематически изображена вода, налитая на волокна, имеющие покрытие,— увеличенная схема зонта или палатки под дождем. Схему можно показать через проекционный фонарь; тот же эффект можно продемонстрировать на небольшом решете с металлической сеткой. Если проволочки решета покрыть парафином, чтобы они сделались несмачиваемыми, решето будет удерживать осторожно налитую на него воду. Но стоит снизу к решету прикоснуться влажным пальцем, как оболочка воды разрушится и начнется дождь. Таким же образом палатка начинает протекать, если кто-нибудь из любопытства прикоснется изнутри к полотнищу мокрой головой.

Химия поверхностных явлений и чудеса в горном деле

Химия веществ, изменяющих краевой угол, творит поистине чудеса в технике и в быту. Моющие средства помогают прачкам, протирщикам окон и мойщикам овец. Ничтожные добавки к каплям от насморка позволят им проникнуть в носу пациента сквозь барьер, созданный волосками слизистой. Водоотталкивающие вещества делают непромокаемыми плащи и промышленные фильтры. Наконец, избирательные смачивающие вещества отделяют ценные минералы от бесполезной породы. Для этого породу, содержащую металлическую руду, размалывают, а затем полученную пыль размешивают в чане с водой. В воду добавляют соответствующее вещество, которое покрывает частички руды, делает их несмачиваемыми и позволяет им легко «плавать» [2], тогда как бесполезный

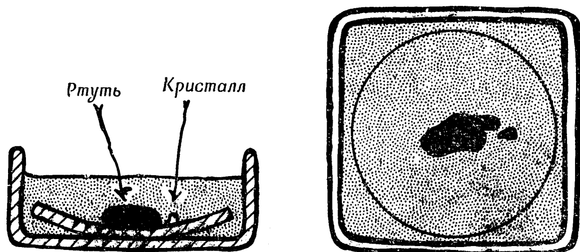
[1] Эта оболочка, состоящая из скопления молекул мыла, ограждает воду и мешает испарению. Пузыри, сохраняемые в очень влажном воздухе, чтобы исключить испарение, существуют еще дольше, рекордный срок их жизни — несколько месяцев.

[2] Чтобы игла или лезвие бритвы не утонули в воде, надо сначала сделать их несмачиваемыми, смазав небольшим количеством воска или жира. Большой краевой угол позволяет силам поверхностного натяжения развивать значительную выталкивающую силу.

песок намокает и опускается на дно в виде грязи, которую затем удаляют. Поверхность соприкосновения воды с открытым воздухом слишком мала, чтобы на ней могли собраться все несмачиваемые водой частицы руды, поэтому через взвесь продувают пузырьки воздуха, которые создают пену и поднимают руду кверху, где ее и собирают. Такая схема «пенной флотации» отнюдь не бесполезная игрушка. Этот процесс успешно применяется в горной промышленности, и с его помощью разделяют миллионы тонн руды в день. Подбор веществ, которые будут охватывать руду защитной оболочкой и не будут защищать песок, требует от химиков большого искусства. Более того, некоторые вещества даже отделяют в смешанных рудах один металл от другого; для этого требуется еще более тонкая химия. Сейчас пенная флотация находит много новых применений, например отделение грибка спорыньи от спелого зерна, сортировка гороха для консервирования, улавливание потерянных частичек каучука, но основное ее применение — это разделение свинца, цинка, серебра и т. д., которое выросло в мощную промышленность, где главным работником служит поверхностное натяжение.

Амебы и поверхностное натяжение

Каким образом мелкие простейшие организмы, живущие в воде, передвигаются и находят пищу? Некоторое представление об этом



Фиг. 128. «Амеба» из ртути.

можно получить с помощью грубых химических моделей, вроде движущейся зигзагами «лодки» из камфары или искусственной ртутной «амебы» (фиг. 128).

На небольшую лужицу ртути на часовом стекле в блюдце наливают разбавленную азотную кислоту. Около ртути помещают кристалл бихромата калия. Ртуть начинает двигаться подоб-

но амебе; ее перемещения вызваны изменениями поверхностного натяжения вследствие химических или электрических эффектов.

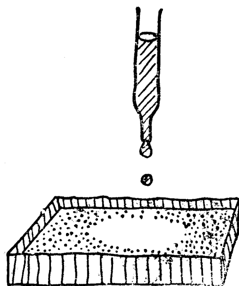
Настоящая амеба тоже образует такие неправильные выступы и впадины, возможно также используя изменения поверхностного натяжения.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

Изменение свойств поверхностной оболочки воды. Здесь приведены некоторые красивые опыты, демонстрирующие изменения поверхностного натяжения.

Опыт 16. Швейную иглу или тонкий листочек металла можно заставить плавать в блюдце с водой. Если поверхностное натяжение уменьшить, предмет потонет. Попробуйте добавить к воде спирт или мыло.

Опыт 17. Посыпьте поверхность чистой воды несмачиваемым порошком (сажей, тальком или ликоподием). По движению порошка можно обнаружить ослабление поверхностного натяжения. Если на поверхность нанести капли спирта, порошок разбежится в стороны (фиг. 129). Обычное объяснение таково: спирт образует слабую оболочку, и порошок растаскивается в стороны прочной оболочкой чистой воды. Но иногда предпочитают говорить, что молекулы спирта, растекаясь, создают «поверхностное давление» и расталкивают порошок. Хотя эти взгляды различны, любой из них полезен для объяснения опытов.



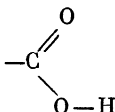
Фиг. 129. Капли спирта падают на воду, которая посыпана порошком.

Опыт 18. На посыпанную порошком чистую поверхность воды нанесите оливковое масло. Его требуется так мало, что достаточно погрузить в масло спичку и затем вытереть ее насухо. Даже палец, потертый о волосы, соберет достаточное количество природного жира. В предыдущем опыте после действия спирта поверхность восстанавливается, но влияние жира остается, поэтому этот опыт требует очень чистых, свободных от жира приспособлений. Мыло и слюна действуют подобно спирту.

Личинки москитов живут в прудах и просовывают наружу расположенные в хвосте дыхательные трубки. Масло, нанесенное на поверхность, проникает в эти трубки и убивает личинки. Прежнее объяснение, согласно которому масло настолько ослабляет поверхностную пленку, что личинки не могут висеть на ней и дышать, следует отбросить.

Опыт 19. Небольшая капля масла, помещенная в большое блюдо со слегка припудренной чистой водой, очень быстро растекается в большое круглое пятно, которое потом сохраняет свои размеры. Так ведут себя растительные масла; они являются

«жирными кислотами», и у них один конец, кислотный, имеет сродство к воде:



(Молекулы минерального масла, у которых инертны оба конца, по-видимому, располагаются по поверхности воды и движутся подобно двумерному газу, растекаясь случайным образом.) Кажется, что пленка масла сверху «давит» на поверхность раздела.

Такое объяснение представляется более правильным, чем «ослабление поверхностного натяжения воды». Сейчас это внешнее давление измеряют с помощью точных весов, которые взвешивают давление пленки масла на подвижную перекладину.

Применение длинных молекул масла

Смазывание. При смазывании высокоскоростных подшипников молекулы растительного масла присоединяются к металлу (металл вытесняет водород из кислотного конца молекулы масла), и масло образует мономолекулярные бархатистые «ковры», инертные внешние слои которых удобно скользят друг по другу. (К смазке добавляют также минеральные масла, чтобы между этими «коврами» получить инертные масляные «ролики».) При крайне небрежном обращении с металла сдираются даже бархатистые монослои; тогда движущиеся металлические детали с большой силой прилипают друг к другу («схватываются»), и это чревато неприятными последствиями.

Ланолиновый жир пристает к коже и проникает в нее, перенося с собой необходимые медикаменты, тогда как инертные минеральные масла беспорядочно распределяются на коже в виде жирных комков; поэтому избегайте мазей, изготовленных не на ланолине, а на минеральных маслах.

К коже пристают и молекулы хорошей ваксы, а парафин (разновидность минерального масла с более длинной цепью) образует беспорядочные пятна [1]. Полировка обуви щеткой облегчает прилипание и распределяет молекулы по поверхности более равномерно.

Укрощение штормов в море. Укрощение бурных морей с помощью масла — отнюдь не сказка. Достаточно вылить за борт совсем немного подходящего масла, чтобы оно распространилось по большой поверхности. Ветер пытается создать большие волны, раскачивая небольшую рябь, масло сдувается в лужи неправиль-

---

[1] Этот раздел написан на основе интересного обсуждения, приведенного в книге: W. H. White, A Complete Physics, Written for London Medical Students, London, 1935.

ной формы, и различие поверхностного натяжения помешает действию ветра, создав своего рода поверхностное трение. Поэтому в таком месте образуется меньше больших волн. А волны, приходящие издалека, не смогут по крайней мере создать разрушительных гребней. Поверхностное натяжение играет важную роль при образовании вспененных гребней, и масло может помешать их образованию.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

Опыт 20. Как изменится поверхностное натяжение при повышении температуры? Попробуйте нагреть припудренную поверхность воды, поднося к ней раскаленную докрасна кочергу.

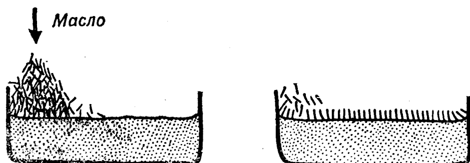
Опыт 21. Распылите по чистой воде камфару. Каждая частица совершает беспорядочные движения. Это происходит потому, что камфара медленно растворяется в воде, ослабляя поверхностную оболочку. Каждую частицу вперед тянет чистая вода, а назад — слабее вода с камфарой, поэтому частица плывет вперед, подобно лодке, крутясь и поворачиваясь из-за своей неправильной формы. Попробуйте добавить еще немного масла. Движение камфары сразу прекратится. Не правда ли, это красивый несложный опыт, немного похожий на детскую забаву? Однако эта забава играет важную роль в одном из великих экспериментов атомной физики — в измерении размеров молекулы.

Размер молекулы

Шестьдесят лет назад лорд Рэлей наблюдал за растеканием масла по воде. В то время, когда ученые строили различные предположения о размерах молекул, он догадался, что самый тонкий слой масла, который может полностью покрыть водную поверхность, будет иметь толщину как раз в одну молекулу, и решил определить эту толщину. Рэлей представил себе растекание капли масла как хаотическое движение молекул, карабкающихся друг на друга и сваливающихся назад, пока каждая не достигнет поверхности воды и не сможет прицепиться к воде (эти масла состоят из молекул с длинной цепью, на одном конце которых находится химическая группа, имеющая сродство к воде). Как только все молекулы масла расположатся таким способом, они будут держаться в виде мономолекулярного покрова и перестанут стремиться к дальнейшему растеканию (фиг. 130). Если масла как раз достаточно для данной поверхности воды, слой будет иметь толщину в одну молекулу, и все молекулы будут плотно упакованы по вертикали, подобно ворсинкам бархата. При меньшем количестве масла останутся участки открытой воды. Если масла будет

больше, на воде появятся лужицы жира (как на жирном супе) [1].

Лорд Рэлей вымыл и заполнил водой круглый большой таз, имевший 82 *см* в поперечнике. На поверхность воды он поместил взвешенную каплю масла и наблюдал, как оно растекается и закрывает всю поверхность. Затем он опять взял чистую воду и каплю меньшего размера, затем еще меньшую, пока не дошел до такой капли, которая уже не могла полностью закрыть всю поверхность. Как же он обнаружил, что закрыта не вся поверхность?



Фиг. 130. Масло на воде.

Капля масла, нанесенная на чистую поверхность воды, растекается и покрывает ее слоем толщиной в одну молекулу. Молекулы масла, вероятно, стоят «дыбом» подобно ворсу на ковре.

Если перед опытом распылить на поверхности порошок, можно изменить свойства поверхности. Поэтому Рэлей после масла распылял камфару (помните детскую забаву?). Пока поверхность воды была полностью покрыта маслом, камфара не находила чистой воды, по которой она могла бы танцевать, но когда капля масла была мала, на поверхности открывались участки чистой воды.

Условия приведенной ниже задачи 5 следуют за ходом вычислений Рэлея. Используя результаты его измерений, определите размеры молекул масла.

Задача 5. Измерение размеров молекулы

Рэлей наносил каплю оливкового масла на чистую воду в большом сосуде. Для простоты примем, что сосуд был прямоугольным с размером зеркала воды 0,55 м×1,00 м (это даст ту же площадь, что и в круглом тазу, взятом Рэлеем).

Движение камфары показало, что масла как раз достаточно для покрытия всей поверхности (капля масла весит $^8/_{10}$ мг, или 0,00000080 кг). Плотность масла равна 900 кг/м^3 (что составляет 0,90 от плотности воды). Предположим, что плотность остается такой же и в очень тонкой пленке.

---

[1] Грубой аналогией такого представления является стадо свиней у длинной кормушки. Подобно тому как один конец молекулы растительного масла «любит» воду, голова свиньи тянется к пище, свиньи карабкаются и толкаются, пока все не достигнут кормушки. Если стадо слишком велико, неудовлетворенные будут ожидать в стороне (подобно толстым каплям избыточного масла на воде). Если число свиней будет подобрано точно по длине кормушки, они образуют слой в одно животное, причем все расположатся перпендикулярно кормушке. Если свиней слишком мало, то они расположатся произвольно и у кормушки останутся свободные места.

(Помните, что поскольку масло менее плотно, чем вода, его объем должен быть больше объема той же массы воды.)

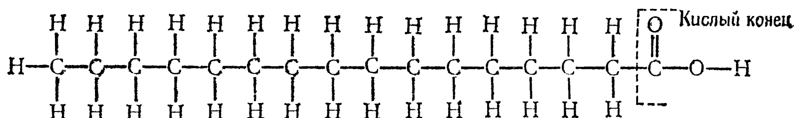
а) Определите толщину масляной пленки, образующейся при растекании капли по воде.

б) Допустим, что Рэлей был прав и пленка, достаточная для остановки движений камфары, имеет толщину в одну молекулу. Поверим химикам, что это масло имеет «длинные» молекулы, один конец которых сильно притягивается водой. Какой вывод можно сделать из вопроса (а) относительно размеров молекул?

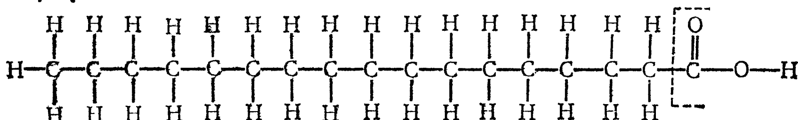
Длина молекул очень мала; чтобы образовать линию в 1 *см* их требуются миллионы. В те времена, когда Рэлей производил свои измерения, ученые делали грубые, поспешные предположения о размере и массе молекул; их косвенные догадки основывались на трении в газах, на рассеянии солнечного света в небе молекулами и на некоторых сомнительных электрических аргументах. Здесь же был поразительно простой эксперимент и, вероятно, надежный.

С тех пор метод был улучшен и обобщен многими, особенно Ленгмюром в США. Оливковое масло, которое применял Рэлей, было неопределенной смесью маслянистых веществ. Позднейшие исследователи применяли чистые химические соединения, часто используя несколько членов «гомологического ряда» (или, иначе, химической семьи). Например, Ленгмюр применял «жирные кислоты». Их получают из природных жиров и масел, и они дают мыло, соединяясь с натрием или калием. Они имеют длинные молекулы с одним инертным, а другим «кислым» концом, который притяги-

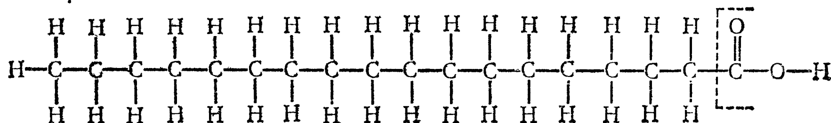
Пальмитиновая кислота



Маргариновая кислота



Стеариновая кислота



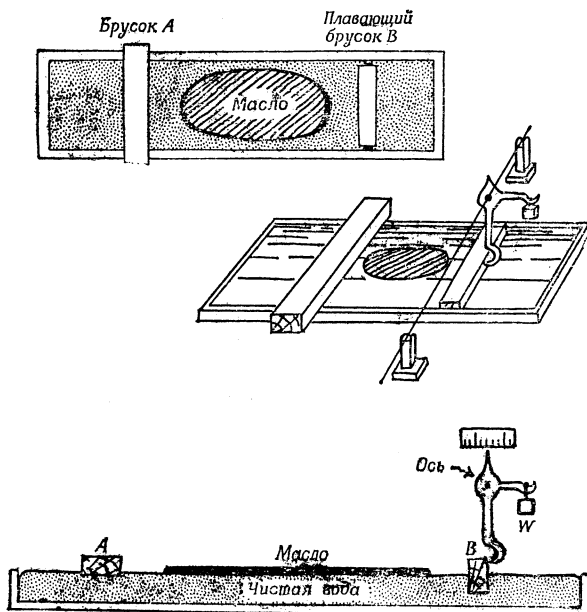
вается водой. Существует целый ряд таких соединений, причем молекула каждого представителя этого ряда больше своего предшественника на один атом углерода и два атома водорода. Очень давно химики изобразили молекулы различных членов этих рядов структурными формулами, подобными трем приведенным на стр. 222.

Это были лишь догадки, основанные на химических данных, но они наводили на мысль о длинных цепных молекулах, удлиняющихся на группу CH_2 при переходе от одного члена семьи к другому.

Задача 6 основана на усовершенствовании метода Рэлея, осуществленном Ленгмюром, Адамом и другими.

Задача 6. Точное измерение размеров молекул

Адам использовал прямоугольную ванну шириной 0,14 м и длиной 0,5 м. Ванна была наполнена водой до краев; исследуемая область ограничивалась положенными сверху на расстоянии около 0,4 м друг от друга брусками A и B (фиг. 131).



Фиг. 131. Упрощенный рисунок прибора Адама.
Пленка масла ограничена брусками *A* и *B*.

Брусок B был подвижен; он свободно плавал по воде и был соединен с измерительным устройством, которое имело пружину или грузик и позволяло обнаружить любое горизонтальное смещение бруска, а также предотвращало его случайные движения. Брусок A клали поперек ванны; он имел выступающие края и его можно было перемещать рукой. Ванну и бруски покрывали воском, чтобы уровень воды мог подниматься немного выше краев, так что бруски A и B отсекали центральную часть поверхности.

Располагая сначала брусок A далеко от бруска B, Адам помещал на водную поверхность между брусками небольшое измеренное количество пальмитиновой кислоты. Брусок B не смещался. Затем передвигался брусок A, собирая пленку масла на все меньшей и меньшей площади, пока вдруг брусок B не испытывал заметного толчка; это позволяло думать, что молекулы собрались в сплошной слой. (В реальных экспериментах толкающее усилие не возрастало абсолютно резко от нуля до полного значения. Оно появлялось при определенной величине поверхности и быстро росло при дальнейшем перемещении, достигая постоянной величины, после которой дальнейшее сближение, вероятно, заставляло «слой» изгибаться. По графику легко было найти момент, в который появляется значительное усилие.)

Для нанесения жирных кислот на поверхность воды Адам растворял их в бензоле и наносил несколько капель раствора. Бензол быстро испарялся.

Вот типичные результаты измерений (это не подлинные данные Адама, но они основаны на его записях):

Бензольный раствор. *Состав: 4 г пальмитиновой кислоты растворены в 996 г бензола. Следовательно, каждый килограмм раствора содержит 0,004 кг пальмитиновой кислоты.*

Размер капель. *В сосуд капают 100 капель раствора и сосуд взвешивают. Масса 100 капель раствора равна 0,33 г, или 0,00033 кг.*

Основной опыт. *На воду наносят 5 капель раствора. Когда бензол испаряется (остается невидимая нерастворимая поверхностная пленка пальмитиновой кислоты), брусок A двигают по направлению к бруску B. Последний испытывает сильный толчок, когда расстояние между A и B составляет 0,23 м. В этот момент поверхность воды между брусками составляет 0,23 м в длину и 0,14 м в ширину.*

Плотность пальмитиновой кислоты *(в виде жидкости) составляет 850 кг/м^3 (0,85 по сравнению с водой).*

Задание: *предполагая, что пленка пальмитиновой кислоты имеет ту же плотность, с помощью приведенной ниже инструкции определите размеры ее молекул.*

1) Рассчитайте длину *молекул, используя снова предположение Рэлея.*

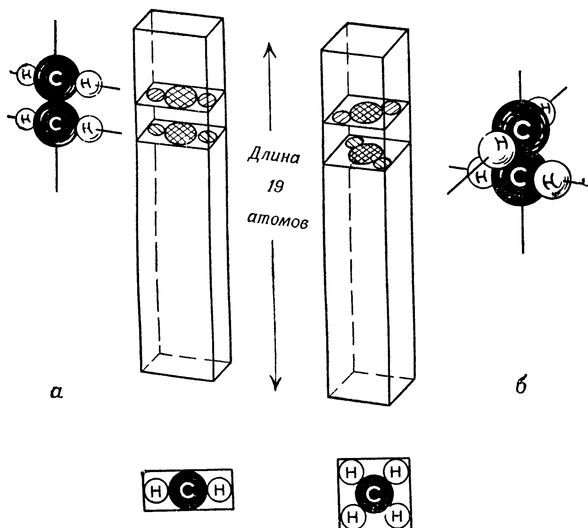
[*Примечание. Даже одна арифметическая ошибка может превратить решение этой задачи в бессмыслицу. Расчет объема взятого масла (пальмитиновой кислоты) является простой задачей на дроби, подобно расчету рецепта теста для пирога или разбавления соков. Он требует знания элементарных арифметических правил и уверенности. Чтобы избежать ошибок, лучше производить его по стадиям, например, по количеству раствора (5 капель), нанесенного на воду, рассчитать:*

а) массу нанесенного на воду раствора;

б) массу пальмитиновой кислоты, содержащейся в этом количестве раствора;

в) объем, который займет эта масса пальмитиновой кислоты (850 кг занимают 1 м^3, следовательно...).]

2) *Оцените* ширину *молекул с помощью следующего рассуждения. Цепная формула изображает молекулу в 19 атомов длиной и только несколько атомов шириной. Трудно догадаться о форме поперечного сечения молекулы; атомы* H *должны быть меньше, чем атомы* C *в цепи. Возможно, что поперечное сечение содержит 3 атома в ширину и один в толщину, либо*



Фиг. 132. Схема к рассуждению о форме молекулы пальмитиновой кислоты.

Современные химики, группируя атомы углерода и водорода в молекулы, приписывают им четкие размеры, причем углероду намного больше, чем водороду. Здесь показаны ранние предположения о размерах атомов и атом C изображен лишь немного больше атома H. Каково поперечное сечение: «продолговатое» (*а*) или «квадратное» (*б*)?

чередующиеся связи могут колебаться в разные стороны, делая поперечное сечение квадратом, скажем, со сторонами по 3 атома.

В качестве грубого предположения[1] *допустим, что поперечное сечение является квадратом со стороной от 1,5 до 3 атомов. Забывая, что разные атомы имеют разные размеры, мы заключаем, что ширина молекулы должна быть где-то между* $^1/_{10}$ *и* $^1/_5$ *ее 19-атомной длины. Глупо было бы пытаться сузить эти пределы (фиг. 132).*

Рассчитайте объем молекулы пальмитиновой кислоты, для этого возьмите длину, полученную в п. 1, и считайте поперечное сечение квадра-

[1] Для ориентировочной оценки массы одной молекулы могут делаться даже еще более грубые предположения.

том со стороной, равной $^1/_{10}$ длины. Повторите вычисление с другим пределом — $^1/_5$ длины.

3) *Принимая плотность равной 850 кг/м³, рассчитайте массу одной молекулы на основе каждого предположения ($^1/_{10}$ и $^1/_5$). (Если 850 кг занимают 1 м³, то ....)*

4) *Простые химические измерения (анализ путем сжигания и взвешивания и т. д.) говорят, что масса молекулы пальмитиновой кислоты в 256 раз больше массы атома водорода. (Химические опыты не могут дать действительных значений масс отдельных атомов и молекул, но позволяют легко определить их* относительные *величины.) На основании полученного вами результата* рассчитайте массу одного атома водорода *(при каждом предположении — $^1/_{10}$ и $^1/_5$).*

5) *На основании п. 4 скажите приблизительно, сколько атомов должно быть в 1 кг водорода (около 11 м³ при атмосферном давлении).*

6) *Сейчас существуют совершенно другие способы определения массы атома водорода (косвенные, но надежные, использующие электрический заряд электрона или некоторые измерения радиоактивности). Они дают:*

$$\text{МАССА АТОМА ВОДОРОДА} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ кг.$$

Предположите, что правильно это *значение, и проделайте вычисление в обратном порядке. Что теперь можно сказать о форме молекулы пальмитиновой кислоты? Были ли допущения $^1/_{10}$ или $^1/_5$ близки к истине?*

(Примечание. Проделать детально всю работу в обратном порядке может оказаться утомительным. Можно ограничиться сокращенными выкладками.)

Задача 7. Цепные молекулы

Измерения с помощью бруска и весов, подобные описанным в задаче 6, дают следующие оценки для длины молекул нескольких членов ряда жирных кислот. Длина дается в специальных единицах (часто используемые в атомной физике единицы Ангстрема, равные 10^{-10} м).

Название	Предлагаемая химиками структура (число атомов точно, расположение их предположительно)	Длина молекулы по методу пленок (специальные единицы)
Миристиновая кислота H–C(H)(H)–. . . всего 13 групп	–C(H)(H)– . . . –C(=O)–O–H	21,1
Пентадекановая кислота	То же, но 14 групп	22,4
Стеариновая кислота	То же, но 17 групп	26,2
Бегеновая кислота	То же, но 21 группа	31,4
Пальмитиновая кислота *	То же, но 15 групп	

* Вставьте свое значение для пальмитиновой кислоты, введя специальную единицу 10^{-10} *м*.

(Примечание. Указанное число групп включает первый атом углерода с тремя атомами водорода.)

Подтверждают ли эти опыты идею о цепных молекулах? Проанализируйте их с помощью графика.

Физическая проверка химической картины

Только плохой преподаватель льстит себя надеждой, что способен объяснить, что такое молекулы масла, с помощью одних разговоров о «цепях связей» или «ворсе бархата» в тонких пленках. Однако если после вычислений, подобных приведенным выше, у вас появилось чувство, что вы что-то понимаете, то вы делаете гениальные успехи в науке. Использованные нами структурные формулы были остроумными догадками, сделанными по косвенным химическим соображениям. Они оставались совершенно непроверенными, пока метод Рэлея не дал в высшей степени удовлетворительное подтверждение существования длинных тонких молекул с одинаковым увеличением длины на каждую группу CH_2.

Все же рассуждения Рэлея допускали определенный риск; были желательны независимые измерения. В наше время еще более тонким средством измерения размеров молекул стали рентгеновские лучи. Превращая масла в воски путем замораживания, мы можем заставить слои молекул в кристаллах отражать рентгеновские лучи и по отражению рентгеновских лучей можем определить расстояние между слоями (или размер молекул), подобно тому как физики во времена Рэлея могли определить расстояние между жилками на крыльях бабочки по цветам отраженного света[1].

Некоторое понятие об этих «эффектах дифракционной решетки» будет дано в последующих главах. Рентгеновские измерения с удовлетворительной точностью подтвердили догадку Рэлея и дали дополнительные сведения о размерах и строении молекул.

Если теперь вернуться к вопросам смачивания и водонепроницаемости, то можно оценить количества веществ, требуемые для придания материалу нужных свойств. Вероятно, достаточен слой толщиной в одну молекулу, поэтому потребные количества минимальны. О мономолекулярных слоях уже думают как о реальных, знакомых вещах. Они слишком тонки, чтобы их видеть с помощью обычного света, хотя их можно обнаружить с помощью рентгеновских лучей или дифракции электронов. Однако Блоджетт разработал метод, в котором наносится слой за слоем на стеклянную

[1] Цвета мыльных пузырей тоже можно использовать для определения их толщины.

пластинку, причем осаждаются сразу по два слоя, когда пластинку погружают в воду с плавающим мономолекулярным слоем. Погружение повторяют до тех пор, пока толщина не может быть измерена обычными приборами, которыми измеряют толщину бумаги, и не будут осуществлены, наконец, прямые измерения. (Такие пленки представляют собой ранний способ нанесения на стекла покрытий, уничтожающих блики,— просветление оптики. Линзы современных фотоаппаратов имеют покрытие, нанесенное другим методом — испарением в вакууме.)

Эту главу мы начали с простых наблюдений и ввели некоторые наименования, затем позаимствовали идеи о молекулах и сделали некоторые предварительные предположения. Потом провели дополнительные опыты и пришли к разнообразным результатам, простирающимся от сугубо практических вещей, вроде мыльной пены и чистки обуви, до измерения длины молекулы.

Сейчас физика и химия поверхностей образуют самостоятельную отрасль науки.

ГЛАВА 7 • СИЛА И ДВИЖЕНИЕ

— Эх, вы! — сказал Слоненок.— Много вы смыслите в тумаках! Вот я в этом деле кое-что понимаю. Хотите, покажу?

И он развернул свой хобот, и тотчас же два его милых братца полетели от него вверх тормашками.

— Клянемся бананами!— закричали они.— Где это ты так навострился и что у тебя с носом?

— Этот нос у меня новый, и дал мне его Крокодил...,— сказал Слоненок.

— Безобразный нос! — сказал волосатый, мохнатый дядя Павиан.

— Пожалуй,— сказал Слоненок.— Но полезный! И он схватил волосатого дядю Павиана за волосатую ногу и, раскачав, закинул в осиное гнездо.

Редьярд Киплинг,
«Вот так сказки»

Это длинная и трудная глава, отчасти даже противная, но важная и очень нужная. Ее, может быть, придется читать несколько раз и крепко задумываться, но без этой главы вы мало что поймете в астрономии или в атомной физике, которым уделено важное место в нашем курсе.

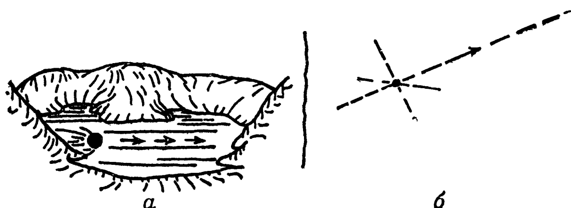
Если изучение движения, которому посвящена эта глава, покажется вам трудным, подумайте о том, как много времени потребовалось на это человечеству. Греческие ученые хорошо знали, что такое рычаги и простые машины, и разбирались в простых физических явлениях вроде плавания тел, но в том, что касается движения, у них не было ясности. И еще три или четыре столетия назад оставалось много неясного. Человечеству потребовалось шестнадцать столетий, чтобы прийти к пониманию движения, поэтому вам следует набраться терпения и потратить на изучение движения несколько недель.

Сила и изменение движения

Каким образом ракета сама себя приводит в движение в вакууме? Откуда нам известен заряд одного электрона? Как нам удается теоретически предсказать поведение газов? Как удается исследовать строение атомов при помощи альфа-частиц,

испускаемых радием? Что позволяет нам рассчитать количество энергии, выделяющейся при делении ядер? Все это можно осуществить, но чтобы понять эти явления, понять, как ученые производят измерения, следует разобраться в той связи, которая имеется между *силой* и *движением*. В данной главе подробно исследуется эта связь не ради решения скучных задач на ускоренное движение, а как необходимая основа почти всех наиболее важных разделов физики, и старой, и современной.

Современного физика движение интересует тогда, когда оно изменяется. Равномерное движение, по его мнению, продолжается само по себе; если же скорость какого-либо движущегося предмета возрастает по величине или движение происходит по криволиней-



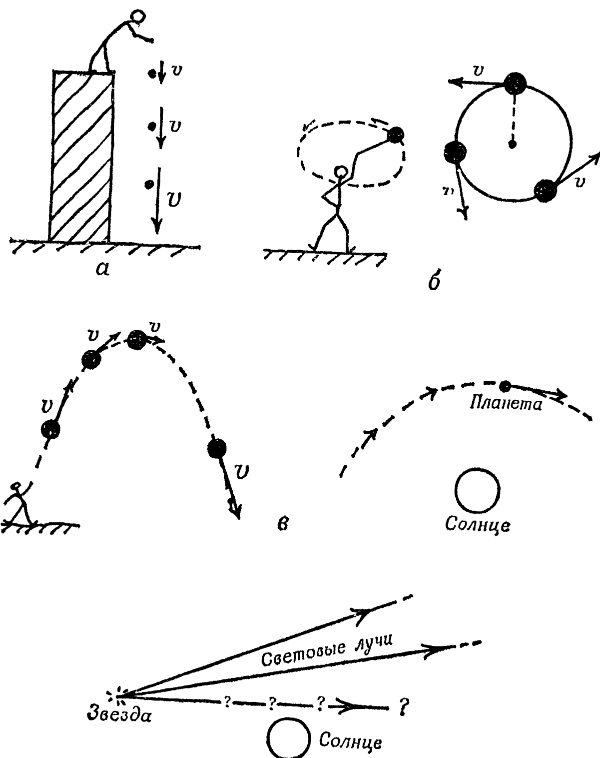
Фиг. 133. Установившееся движение с постоянной скоростью.

Неизменная скорость в неизменном направлении. *а* — камень на замерзшем пруду; *б* — изолированная звезда.

ной траектории с изменением направления, тут физик рассчитывает получить важную информацию. Здесь, считает он, действует сила. Изменение движения позволяет изучить роль «силы» в физических представлениях о мире, возможно, даже высказать некие догадки о причине и следствии. Мир полон примеров *изменения* движения: автомобили ускоряют ход; пушечные ядра набирают высоту и падают; «крученые» мячи заворачивают в полете в сторону; маятники совершают колебания; Луна мчится по своей орбите вокруг Земли; планеты блуждают по небу, описывая петлеобразные фигуры; молекулы газа резко изменяют направление своего движения, сталкиваясь со стенками сосуда; пучок заряженных атомов, проходя через электрическое поле, искривляется в параболу; узкий пучок электронов в телевизионной трубке движется вверх и вниз под действием магнитных полей, и (возможно, вас это удивит) даже лучи света искривляются под действием силы тяжести[1]. В этой

[1] Возможно, они действительно искривляются. Как вы можете установить, что луч света искривлен? Как проверить прямизну линейки?

книге вы будете изучать все эти примеры изменения движения. Каждое из них связано с действием силы, и если мы не собираемся ограничиться простым описанием, то должны выяснить связь между «силой» (чем бы эта «сила» ни была) и изменением движения.



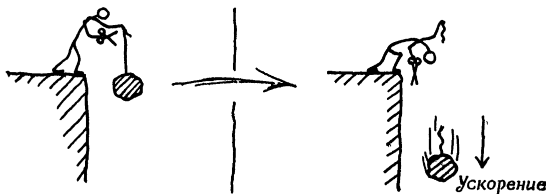
Фиг. 134. Изменяющееся движение.
а — скорость изменяется по величине; *б* — по направлению; *в* — как по величине, так и по направлению.

Мы будем называть силой все, что тянет или толкает и будем измерять силы простыми пружинными весами (не прибегая к закону Гука).

Здесь снова следует приступить к опытам. Это будут главным образом демонстрационные опыты.

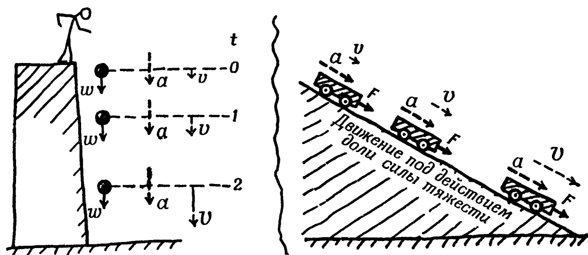
Сила и ускорение: признавая физические законы

Привяжите к веревке камень и, держа веревку за противоположный конец, поднимите руку вверх. Камень натянет веревку. Вы говорите, что это натяжение вызвано тем, что камень тянет вниз земным притяжением, «тяготением» или просто весом камня.



Фиг. 135.

Эта направленная вниз сила, приложенная к камню, уравновешивается вашей силой, направленной вверх. Теперь перережьте веревку: камень начнет падать с постоянным ускорением. Вы перестали тянуть камень *вверх*, но можно предположить, что на камень по-прежнему *действует* та же сила, которая представляет собой теперь единственную действующую на него силу — постоянную

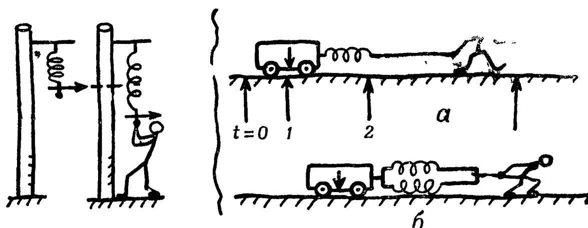


Фиг. 136. Ускорение, сообщаемое постоянной силой.

силу, направленную вниз. *Постоянная сила приводит к постоянному ускорению.* Это начало настоящего изучения силы и движения. Сопоставьте этот вывод с утверждением Галилея, согласно которому, *если нет силы, то нет и ускорения: предмет, находящийся под действием сил, сумма которых равна нулю, сохраняет состояние покоя или движется с постоянной скоростью.*

Для дальнейшего исследования силы и движения нам потребуется прикладывать силы равной величины к различным предметам.

В этом курсе мы будем пользоваться для измерения силы простейшими пружинными весами и будем измерять силу в произвольных единицах. Возьмем хорошую стальную пружину и растянем ее так, чтобы удлинение пружины имело стандартную величину. Назовем эту силу «единицей силы», равной одному «странгу». (*Странг* — это новое название для новой единицы, которую мы здесь выдумали. Скоро мы заменим ее общепринятой единицей.) Теперь мы можем приложить один странг, чтобы сообщить ускорение какому-нибудь избранному нами предмету — небольшой тележке или куску льда, лежащему на горизонтальной поверхности стола; для этого достаточно приложить силу при помощи пружины, удлинение которой поддерживается все время постоянным, равным



Фиг. 137. Единичное (а) и удвоенное (б) ускорение.

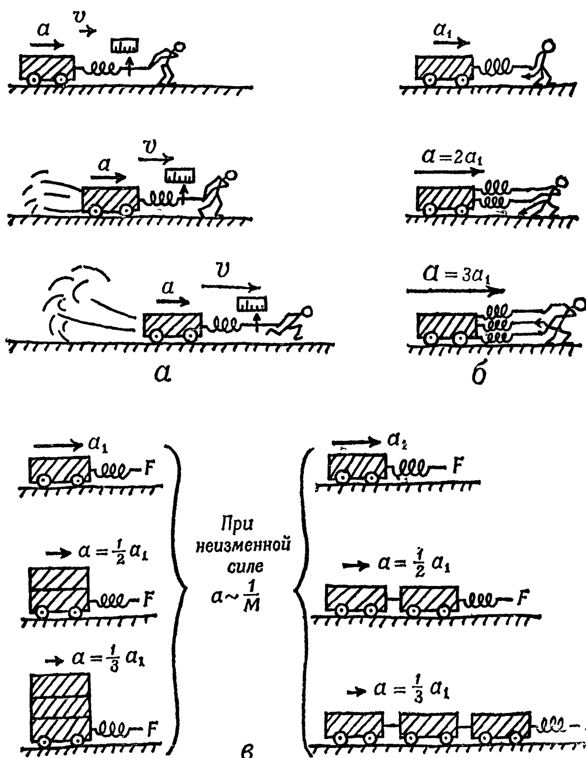
эталонному. Тянуть тележку с постоянной силой, когда она движется все быстрее и быстрее, дело не простое. Будем считать, что мы в состоянии выполнить эту задачу, и посмотрим, какие результаты дадут нам подобные эксперименты. Измерения промежутков времени и расстояний позволили бы установить, что *ускорение постоянно*. Расстояния, пройденные предметом за 1, 2, 3,... *сек* с момента начала движения, оказались бы в пропорции 1 : 4 : 9:... (из измерений s и t мы могли бы также вычислить величину $2s/t^2$ и убедились бы в том, что она постоянна). Теперь с помощью двух идентичных пружин, прикрепленных рядом, «в параллель», и растянутых на одинаковую длину, соответствующую стандартному удлинению, приложим удвоенную силу, 2 странга. Мы получим удвоенное ускорение. *Ускорение возрастает в той же пропорции, что и сила.*

Чтобы приложить к исследуемому телу всевозможные силы величиной 1, 2, 3, 4... странга, возьмем несколько одинаковых пружин [1]. Затем сообщим телу ускорение силой 1 странг, 2, 3...,

[1] Вопрос о том, что значит сделать силы «равными» и сложить их, рассмотрен дальше в этой главе.

ускорения должны находиться в пропорции 1 : 2 : 3..., значит для данного тела *ускорение* возрастает в такой же пропорции, что и ускоряющая сила, т. е. $a \sim F$.

До сих пор мы всегда прикладывали силу к одному и тому же телу. Перейдем теперь к другим телам, другим количествам дви-



Фиг. 138. Удвоенные и утроенные массы.

а — постоянная сила сообщает телу постоянное ускорение; *б* — при неизменной массе ускорение пропорционально силе; *в* — при неизменной силе ускорение пропорционально $1/M$.

жущегося вещества, к удвоенной и утроенной массе. Возьмем несколько идентичных тел (тележек или кусков льда). Чтобы получить удвоенную массу, свяжите две тележки (или поставьте одну на другую) и приложите силу 1 странг. Затем соедините три одинаковых тела и приложите к ним эту силу. При удвоенной массе мы

должны получить половину ускорения, при утроенной — одну треть ускорения. *Ускорение* убывает в такой же пропорции, в какой возрастает *масса*, т. е. $a \sim 1/M$, где M измерено путем подсчета числа тележек. Это соотношение труднее себе представить, поэтому зададим вопрос по-иному: как следует изменить силу, чтобы сообщить разным массам *одинаковое ускорение*? Телу с удвоенной массой 1 странг сообщает половину ускорения, поэтому первоначальное ускорение этому телу должны сообщить 2 странга. В таком случае, чтобы сообщить *одинаковое ускорение* единичной массе, удвоенной массе и утроенной массе, к ним нужно приложить силы, которые находятся в пропорции 1 : 2 : 3. *Силы*, которые нужно приложить, пропорциональны *массам* $F \sim M$. Здесь, говоря о массе, мы имеем в виду количество вещества, которому нужно придать ускорение, количество одинаковых тележек (или кусков льда).

Резюме

Итак, мы получили два важных соотношения:

1) При неизменной массе

(*Ускорение*) ~ (*Сила*), или (*Сила*) ~ (*Ускорение*).

2) При неизменном ускорении (*Сила*) ~ (*Масса*).

Эти соотношения можно объединить в одно [1)]

СИЛА ~ МАССА · УСКОРЕНИЕ

или

СИЛА=(ПОСТОЯННАЯ) · МАССА · УСКОРЕНИЕ.

Второй закон движения Ньютона

Снова представим себе, что мы можем прикладывать постоянные силы к движущимся массам и точно измерять ускорения. Кроме того, предположим, что сила наших пружин — это *единственная* действующая на тело горизонтальная сила, которая, таким образом, является результирующей силой. Приведенное нами соотношение

РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ СИЛА ~ МАССА · УСКОРЕНИЕ

[1)] Алгебраическая сторона такого объединения пояснена в подстрочном примечании на стр. 253. Здесь можно сравнить это соотношение с выражением для подсчета стоимости рабочей силы при выполнении той или иной работы:

(*Стоимость*) ~ (*Число работающих*),
(*Стоимость*) ~ (*Число часов работы*).

Объединение этих двух формул дает:

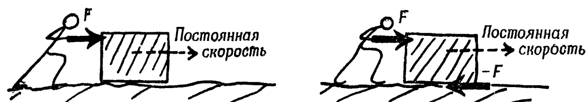
(*Стоимость*) ~ (*Число работающих*)·(*Число часов*).

действительно справедливо. Это великий *второй закон движения* Ньютона (который включает *первый закон* Ньютона и предполагает выполнение его *третьего закона* при любой экспериментальной проверке).

Этот закон, связывающий силу, ускорение и массу, чрезвычайно важен для последующих разделов физики. Он подтверждается экспериментально для движения всех больших тел, от детских автомобилей и теннисных мячей до реактивных самолетов и планет; мы распространим его, кроме того, на атомы, электроны и ядра. Чтобы понять этот закон и научиться им пользоваться, нужно уяснить его экспериментальную основу и исходные определения. Поэтому очень важно посмотреть опыты. Прежде чем описать некоторые демонстрационные опыты, рассмотрим частный случай $F=0$.

Нет сил — движение неизменно: первый закон Ньютона

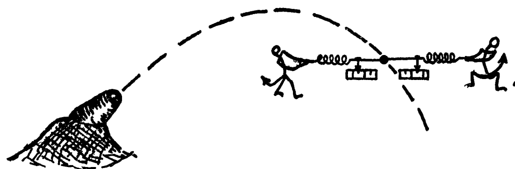
Если $F \sim M \cdot a$, то в частном случае $F=0$ ускорение должно быть равно нулю, т. е. движение должно продолжаться без изменений. К этому выводу можно прийти, анализируя движение снаряда: вертикальное ускорение есть результат действия земного



Фиг. 139. Старый вопрос и современный ответ.

притяжения, в горизонтальном движении также следует усматривать результат действия некой горизонтальной силы. Помимо сопротивления воздуха (которое в идеальном случае не участвует), никаких горизонтальных сил нет. Тем не менее пушечное ядро продолжает двигаться вперед с постоянной горизонтальной скоростью. Значит, можно предположить, что если на тело не действует никакая сила, то его скорость остается неизменной. В таких случаях горизонтальное *ускорение* равно нулю, но *скорость* не должна быть равна нулю: она может сохранять любое постоянное значение. Поэтому физики говорят, что для поддержания неизменным равномерного движения не нужно прилагать никакой силы. На первый взгляд это кажется абсурдным. Чтобы двигать по шероховатому полу ящик или заставить автомобиль равномерно двигаться

по ровному участку дороги, необходимо прикладывать все время большую силу. Однако, утверждая это, мы исходим из ограниченного представления: мы забываем о силе трения, действующей против движения, или о сопротивлении воздуха. Если учитывать эти силы, то результирующая сила вполне может оказаться равной нулю. Но мы говорим, что тело движется с постоянной скоростью, если равна нулю *результирующая* сила (фиг. 139). Даже если к летящему пушечному ядру приложить две силы — одну, тянущую



Фиг. 140. Силы, действующие на тело, не влияют на движение, если сумма этих сил равна нулю.

вперед, а другую, тянущую назад, то при равенстве нулю результирующей силы горизонтальное движение ядра останется неизменным (фиг. 140).

Ниже приведено описание некоторых опытов. Проведение опытов иллюстрируется на фигурах и зависит от имеющегося в наличии оборудования.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

Опыт 1. *Движение тела в отсутствие результирующей силы* (*мечта конькобежцев*). Честно продемонстрировать такое движение невозможно. Мы не способны осуществить движение тела, на которое *заведомо* не действовала бы никакая сила. Мешают тяготение, трение или неумение логически мыслить. Мы можем лишь продемонстрировать опыты, иллюстрирующие наше направление мысли, и в идеальном случае (который сам по себе представляет воображаемый эксперимент) экстраполяцию всех реальных случаев [1]. Правило «нет силы — движение по-

[1] Пожалуй, идеальный эксперимент с одним- единственным движущимся телом, бесконечно удаленным от всех других, которые были бы способны нарушить его движение, невообразимо труден. В самом деле, как мы могли бы наблюдать равномерное движение тел? Где бы мы находились и где бы находились наши «верстовые столбы»? Поскольку такое движение, если бы оно даже существовало, невозможно наблюдать, разумно ли говорить о нем как о части научного знания? Лучше смириться с незначительными помехами, которые создает трение, или возмущениями, связанными с земным тяготением.

стоянно» применимо независимо от того, есть ли трение или нет. Мы стремимся проводить эксперименты в отсутствие трения только для того, чтобы продемонстрировать это правило, поскольку трение трудно измерить и ввести на него поправку.

Опыт 1(а). Понаблюдайте за шаром, катящимся по горизонтальной поверхности стола. К сожалению, шар замедляет движение и останавливается: мы виним в этом трение. (Правда, катящийся шар используется и для проверки горизонтальности стола, поэтому есть опасность, что при доказательстве получится порочный круг. Однако этого можно избежать, если разумно провести опыт.)

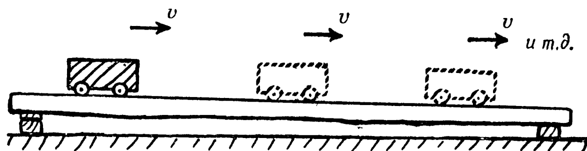
Задача 1. Научное объяснение против черной магии

Откуда вы знаете, что катящийся шар останавливает трение, а не нечистая сила? Предложите эксперименты для проверки или подкрепления вашей точки зрения.

(Это задача, которая на первый взгляд кажется шуткой, поднимает серьезный вопрос о природе научных объяснений и законов. Попытайтесь логически построить защиту, но помните, что адвокат нечистой силы сможет настаивать на целом ряде свойств последней.)

Опыт 1(б). Большой кусок «сухого льда» (твердая двуокись углерода) скользит по горизонтальной поверхности стола, покрытого алюминием или стеклом. Сухой лед отделен от поверхности стола газовой подушкой — слоем газообразной двуокиси углерода, которая все время подогревается столом. Сухой лед значительно холоднее обычного тающего льда, поэтому стол оказывается для него очень горячим, и лед испаряется. Создается газовая подушка, по которой сухой лед скользит подобно куску обычного льда на разогретом солнцем тротуаре.

Опыт 1(в). *«Модель железной дороги».* Честно признав поражение, нанесенное нам силами трения, мы можем создать модель железной дороги, в которой трение было бы компенсировано наклоном рельсов (фиг. 141). На вагончик, стоящий на рельсах с очень небольшим уклоном, действует некоторая доля земного притяжения; эта сила тянет вагончик вниз под уклон, и можно так подобрать угол наклона, чтобы небольшая сила, действующая в сторону уклона, как раз компенсировала силу трения. Затем сообщим вагончику начальную скорость мгновенным толчком и посмотрим, как он движется. Это не вполне честный опыт. В самом деле, откуда мы знаем, насколько нужно наклонить рельсы? Тем не менее очень интересно смотреть, как вагончик медленно катится по рельсам при почти



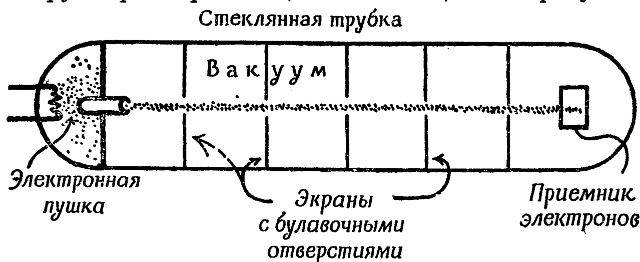
Фиг. 141. «Первый закон Ньютона».
Тележка на рельсовом пути с компенсированным трением.

невидимом уклоне. Действительно, мы считаем, что результирующая сила равна нулю. Притяжение Земли при определенном положении рельсов и сила торможения, обусловленная трением, при векторном сложении в сумме дают нуль. Если толкнуть вагончик сильнее, то он будет двигаться, все время сохраняя новое значение скорости. Вагончик, нагруженный песком или металлом, после толчка опять-таки движется равномерно. Если не производить измерений, то этот опыт неубедителен, он позволяет судить скорее о трении, чем о движении в отсутствие силы, но модель дороги с компенсированным трением пригодится нам в дальнейших экспериментах.

Опыт 1(г). Мы сталкиваемся с примерами прямолинейного движения, анализируя траектории тел, движущихся с большой скоростью: ружейная пуля движется настолько быстро, что на небольшой длине полета пули расстояние по вертикали, пройденное ею в падении, оказывается незаметным. Это говорит о том, что траектория близка к прямой, но никоим образом не убеждает в постоянстве скорости. Можно пропустить пучки электронов (и других атомных частиц), движущихся еще быстрее, через проделанные булавкой проколы в нескольких перегородках в длинной трубке (фиг. 142). Если отверстия расположить не по прямой линии, то пучок не пройдет [1].

Быстрые атомные частицы, проходя через чувствительный слой эмульсии, которой покрывают фотопластинки, оставляют черный след. Проходя через фотографические пленки под малым углом к поверхности, они оставляют черточки, очень близкие к отрезку прямых (посмотрите фотографии эмульсий со следами электронов, протонов и других частиц, происхождение которых связано с космическими лучами).

Опыт 2. *Сила и ускорение.* Соотношение, к которому мы пришли выше (в результате опытов с идеализированными пружинами), представляет собой основной закон физики. Поэтому стоило бы познакомиться с настоящими демонстрационными опытами. Чтобы проверить, действительно ли ускорения пропорциональны силам (эту мысль внушили Ньютону труды Галилея),



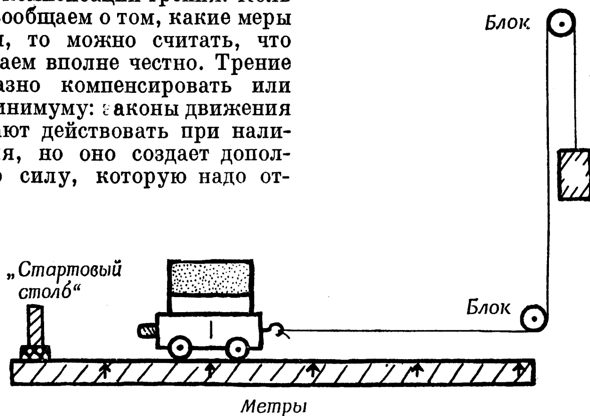
Фиг. 142. Поток электронов в отсутствие внешних сил движется по прямой линии.

[1] Как можно убедиться в том, что проколы расположены на одной линии? Физик-экспериментатор воспользовался бы, вероятно, электрическим фонарем. Но если бы он не решился положиться на прямолинейность лучей света, то мог бы использовать туго натянутую нить и учесть ее провес, как это делают землемеры.

мы измеряем ускорение небольшой тележки, движущейся по рельсам под действием тяги различной величины (фиг. 143). Рельсам придан небольшой уклон для компенсации трения. Коль скоро мы сообщаем о том, какие меры принимаем, то можно считать, что мы поступаем вполне честно. Трение целесообразно компенсировать или свести к минимуму: законы движения не перестают действовать при наличии трения, но оно создает дополнительную силу, которую надо отдельно измерить, если мы хотим знать результирующую силу. Именно *результирующая* сила фигурирует в законах в их простой формулировке.

Детали устройства рельсового пути и системы отсчета времени зависят от имеющегося в наличии оборудования. Рельсовый путь должен быть длинным, рельсы стальные, как можно более прямые, тщательно уложены. Колеса тележки должны быть снабжены шариковыми подшипниками. Электрическая система измерения времени с большими часами в качестве регистрирующего устройства удобнее, чем перьевые отметчики времени, оставляющие чернильные точки или волнистые кривые. Пуск часов может производиться замыканием электрического контакта, а остановка — с помощью фотоэлемента (фиг. 144).

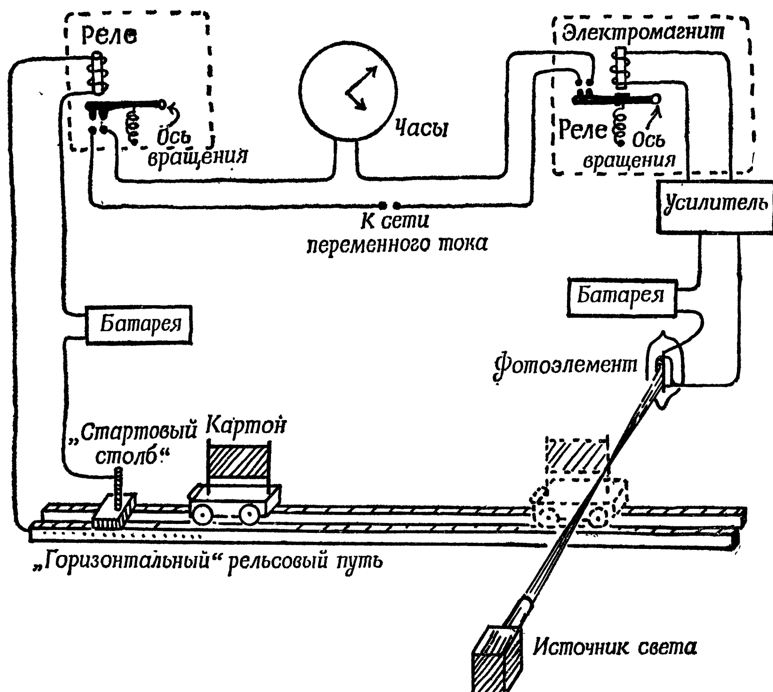
В момент, когда тележка отъезжает от «стартового столба», разрывается питание электромагнита (оно проходит через тележку и контакт на «стартовом столбе») и электромагнит отпускает рычажок, который включает часы. Когда тележка достигает конечного пункта, укрепленная на ней полоска картона перекрывает луч света, направленный на фотоэлемент. Пока фотоэлемент освещен, в нем создается поток электронов, который усиливается и приводит в действие электромагнит. Когда световой поток прерывается, электромагнит отпускает (второй) рычажок, замыкающий цепь электрических часов. Таким образом, часы регистрируют продолжительность движения тележки, начинающегося из состояния покоя, в пределах некоторого измеренного отрезка пути. На данном этапе эта схема опыта может показаться сложной и таинственной. Впоследствии вы встретитесь с этими устройства-



Фиг. 143. Демонстрационный опыт, иллюстрирующий зависимость между силой, массой и ускорением.

Небольшой груз тянет массивную тележку при помощи нити, перекинутой через блоки. Рельсовый путь слегка наклонен для компенсации трения.

ми — с фотоэлементами, усилителями и т. д. Все, что от вас сейчас нужно,— это, чтобы вы понаблюдали за работой действующей системы с ступаете ничуть не хуже, чем при пользовании любыми другими часами: вы убеждены в том, что они работают приемлемо, хотя и счита-



Фиг. 144. Схема опыта для демонстрации зависимости между силой, массой и ускорением.

движущейся тележкой и часами. Вы увидите, что часы включаются, когда тележка отходит от «стартового столба», и останавливаются, когда она доходит до фотоэлемента. Пользуясь этими часами для непосредственного наблюдения, вы поетесь с возможностью нежелательных ошибок.

Наблюдая за этим важным демонстрационным опытом, выполняемым с помощью сложной аппаратуры, воспользуйтесь также для контроля вашими ручными часами.

Измерение сил: «силомер»

Примером ускоренного движения обычно служит свободное падение тел, а земное притяжение, заставляющее тела падать,— примером силы. Тем не менее было бы ошибкой использовать земное притяжение на

первом этапе изучения сил и ускорения, ибо это приведет к серьезной путанице, связанной с очень важным понятием массы. Воспользуемся лучше «силомером» — хорошей стальной пружиной со стрелкой и шкалой, размеченной для измерения силы в «странгах». Как и прежде, один странг — это произвольная единица силы, которая, растягивая пружину, придает ей стандартное удлинение. Чтобы разметить шкалу измерения сил в 2, 3, 4, ... странга, нет никакой необходимости обращаться к закону Гука. Возьмем еще несколько одинаковых пружин, проверенных на идентичность подвешиванием к каждой из них одного и того же груза или одновременным растяжением всех пружин, расположенных рядом [1]. Затем возьмем эти пружины и будем растягивать силомер, прикрепляя к нему пружину — одну для 1 странга, две в параллель для 2 странгов,— и нанесем отметки на шкале. Потом три, потом четыре пружины... [2] Более мелкие деления можно нанести на шкалу путем интерполяции. Мы получим «силомер» для измерения сил по удлинению пружины.

Воспользуемся этим силомером для измерения силы, сообщающей ускорение небольшой тележке, движущейся по горизонтальному рельсовому пути, и будем измерять ускорения. Действительно ли удвоенная сила сообщает удвоенное ускорение? Лучше всего установить силомер на самой тележке. В этом случае шнур, за который тянут тележку, прикрепляется к пружине силомера, и сила измеряется *во время ускоренного движения тележки* [3].

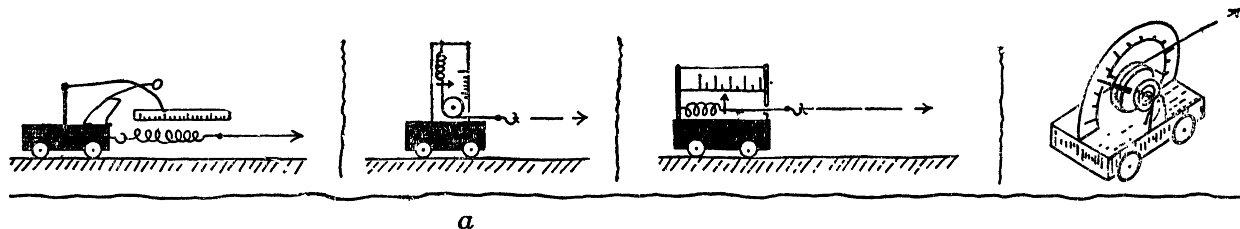
Если мы измеряем ускоряющую силу с помощью силомера, установленного на тележке, то неважно, как приложена сила к другому концу шнура. Силомер покажет, с какой силой тянут за шнур и остается ли эта сила постоянной. Для удобства проведения опыта шнур перекидывают через блок и тянут при помощи подвешенного к нему небольшого груза. Груз притягивается к земле и тянет шнур, который в свою очередь тянет тележку с силой, измеряемой силомером.

---

[1] Идеальный способ калибровки — простой с точки зрения теории, но трудный на практике — заключается в том, чтобы подгонять пружины по их способности сообщать ускорение. Прикрепляя пружины поочередно к одной и той же тележке, сжимайте или растягивайте их, пока все они при некотором стандартном удлинении не будут сообщать ей одно и то же ускорение.

[2] Или, если вам больше нравится, можно изготовить несколько одинаковых металлических грузов, каждый из которых притягивался бы землей так, чтобы растягивать пружины с силой 1 странг; затем, подвешивая 1, 2, 3, ... таких груза к основной пружине, отмечают ее удлинения на шкале: 1, 2, 3, ... странга.

[3] Если не ввести какого-либо трения, пружина будет совершать паразитные колебания значительной амплитуды. Трение о шероховатые поверхности привело бы к погрешностям; идеальный результат обеспечивает трение в жидкости, позволяя «заглушить» колебание измерительного устройства: силы трения в жидкости возрастают с увеличением скорости и равны нулю, когда жидкость находится в состоянии покоя. (Подвесьте маятник в жидкости и посмотрите, как затухают его колебания. Чем больше вязкость жидкости, тем больше силы, препятствующие движению; в любом случае в конце концов колебания маятника успокаиваются, и он застывает в вертикальном положении.) Трение в жидкости никогда не изменяет положения равновесия. В нашем силомере шнур, прикрепленный к пружине, следует обмотать вокруг оси, нижний конец которой имеет лопасти и погружен в густое масло.



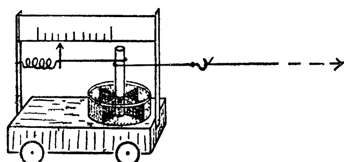
б

в

Фиг. 145. Силомеры.

а — силомеры (проверьте тождество трех одинаковых пружин); *б* — калибровка пружин; *в* — лучший критерий тождественности—одинаковое ускорение.

Грузом может служить небольшой мешочек с песком, размер его подбирается так, чтобы создавалась нужная сила. Для упрощения демонстрации опыта можно увеличивать силу в простой пропорции

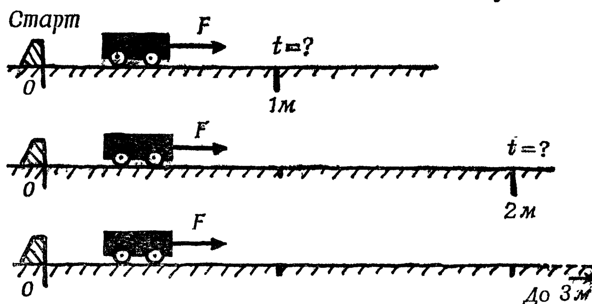


Фиг. 146. Силомер, снабженный лопатками, погруженными в масло, для демпфирования колебаний.

1 : 2 : 3, ... Тогда проще и правильнее приготовить заранее несколько мешочков с песком, чтобы прикладывать такие силы в процессе опыта: скажем, 1,2 странга; 2,4 странга; 3,6, ... Здесь несущественно то обстоятельство, что сила, приложенная к шнуру, создается притяжением Земли, действующей на мешочек с песком. Мы получили бы такие же результаты, если бы шнур тянул, скажем, дрессированный кролик.

(В большинстве приборов, применяемых для демонстрации соотношений *сила-масса-ускорение*, на тележке не устанавливают силомера, хотя это и очень просто сделать. Вместо этого силы измеряют земным притяжением, приложенным к небольшому грузу, подвешенному к шнурку. Земное притяжение действительно является ускоряющей силой, но оно придает ускорение одновременно двум телам: тележке и *самому грузу*. Это затрудняет рассуждения: если мы хотим сохранить движущуюся массу неизменной, то, желая увеличить силу, не можем просто добавить груз, создающий эту силу. Мы должны убрать часть массы тележки и добавить ее к грузу, так сказать, перевести одного из пассажиров в запасные машинисты.)

Опыт 2(а). *Действие постоянной силы.* Сначала убедимся в том, что *постоянная сила* сообщает телу *постоянное ускорение*. (Вспомните лабораторный опыт с катящимся колесом.) Если это не так, то нет смысла переходить к опытам с различными по величине силами! Возьмем небольшой груз, с тем чтобы в течение всего движения к тележке, согласно показаниям силомера, была при-



Фиг. 147. Опыт 2(а).

Таблица А

Пример записи результатов опыта, проделанного для проверки утверждения — *постоянная сила* (действующая на неизменную массу) создает *постоянное ускорение*

Условия опыта: рельсовая колея слегка наклонена для компенсации трения. Движущаяся масса (тележка) 2,00 *кг*; сила (постоянная) 1 странг. Фотоэлемент установлен у конца колеи. Стартовая отметка помещается в позицию, соответствующую полному пробегу 1, 2, 3 *м*. Время каждого пробега измерялось три раза.

Если ускорение постоянно, то величина $2\,s/t^2$ должна быть одинаковой для всех трех расстояний, поэтому вычислялись значения $2\,s/t^2$ *.

Результаты измерений				Вычисления и проверка			Выводы
Расстояние, пройденное при движении из состояния покоя s, *м*	Время пробега, *сек*			Среднее время t, *сек*	(Время)^2 t^2, *сек*^{2}	Ускорение $\frac{2\,s}{t^2}$, *м/сек/сек*	
3,00	3,50	3,54	3,53	3,52	12,39	$\frac{2\times3{,}00}{(3{,}52)^2}=\frac{6{,}00}{12{,}39}=$ $=0{,}485$	
2,00							
1,00							

* Мы пытаемся определить, постоянно ли ускорение. Соотношение $a=2\,s/t^2$ записывается в предположении, что ускорение постоянно; это соотношение не выполняется при переменном ускорении. При вычислении величины $2\,s/t^2$ мы оцениваем «среднее ускорение» для рассматриваемого участка движения, и если значение $2\,s/t^2$ для нескольких различных значений перемещения s одинаково, мы делаем вывод о постоянстве ускорения.

ложена постоянная сила. Постоянство ускорения проверяется тем же методом, что и в опыте с катящимся колесом, т. е. отмечают время перемещения на различные расстояния и смотрят, постоянно ли значение $2s/t^2$. В таблице А дан пример записи результатов измерений на длинном столе. Приведена лишь небольшая часть экспериментальных данных, чтобы показать, как следует пользоваться таблицей. Приводить все данные не имеет смысла: такой опыт нужно проделать самому.

Опыт 2(б). *Сила и ускорение.* Если мы убеждены, что ускорение постоянно, т. е. если величины $2s/t^2$ совпадают в пределах ошибок измерений (включая ошибки наблюдателя), то можно провести опыт с одним расстоянием, скажем 2 *м*. Следует прикладывать поочередно разные по величине силы, измеряемые при помощи силомера, и измерять ускорение, отмечая, как и прежде, промежутки времени. Мы хотим выяснить, действительно ли *ускорения* пропорциональны *силам* (см. таблицу Б).

Опыт 2(в). *Масса.* До сих пор принималось, что общее количество движущегося вещества, т. е. масса тележки, остается неизменным. В соответствии с обычной практикой мы сохраняем неизменными все переменные, кроме двух — силы и

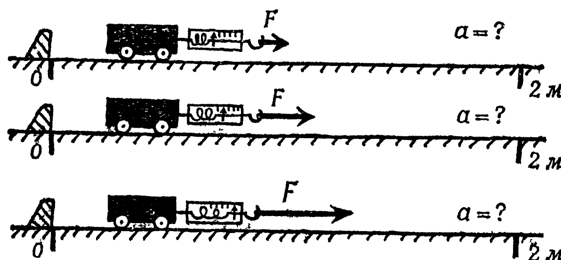
Таблица Б

Пример записи результатов опыта по изучению соотношения между силой и ускорением при постоянной массе

Условия опыта: движущаяся масса (тележка) 2,00 *кг*.

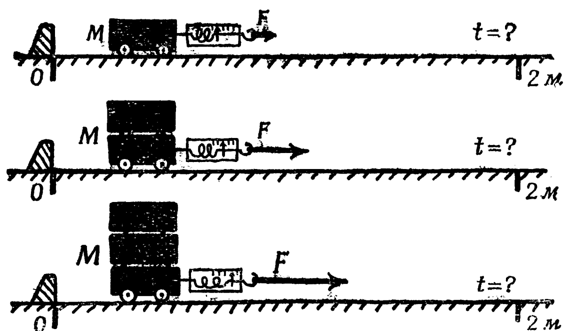
Результаты измерений		Вычисления		Проверка	
Сила, странг	Время пробега, *сек*	Среднее время, t, *сек*	$(\text{Время})^2$, *сек*^{2}	$\frac{2s}{t^2}$, *м/сек/сек*	Значение отношения ускорение/сила
1,20					
2,40					
3,60					

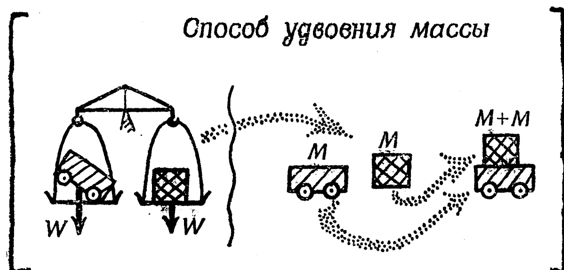
ускорения, связь между которыми и исследуем. Перейдем теперь к другим количествам вещества, к удвоенной и утроенной «массе». Если мы хотим отождествить *массу с количеством* вещества, которому надо *сообщить движение*, то следует иметь возможность удвоить массу, скажем, соединив вместе две одинаковые тележки и сообщая ускорение им обеим.



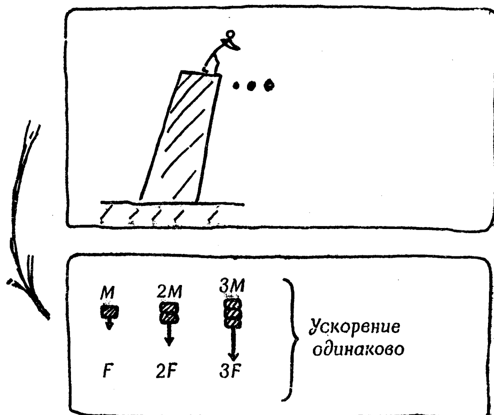
Фиг. 148. Опыт 2(б).

Как можно убедиться в том, что все исследуемые тела одинаковы по массе? Можно просто сделать их все одинаковыми, из одних и тех же материалов. Можно представить, что нам ассистирует некий демон, который проверяет исследуемые тела, подсчитывая число атомов. (Фактически экспериментатор в состоянии сейчас это проделать с помощью радиоактивных индикаторов и счетчика Гейгера.) Но нам нужны одинаковые тела для опытов по изучению зависимости между силой и ускорением. Поэтому, изготовив несколько тел, которые мы считаем одинаковыми, мы должны проверить их тождество, прикладывая поочередно к каждому из них одну и ту же силу. Если они движутся с одинаковыми ускорениями, мы считаем их одинаковыми, т. е. имеющими одинаковые «массы». Кроме того, мы *допускаем*, что удвоенную массу, утроенную массу и т. д. можно получить, положив одно тело на





Фиг. 149. Опыт 2(в).



Фиг. 150.

другое или скрепив их одно с другим [1].

Прикладывая одну и ту же силу к массам M, $2M$ и $3M$, мы должны предполагать, что ускорения будут все меньше и меньше. Можно было бы проверить, не находятся ли ускорения, сообщаемые одинаковой силой, в пропорции $1 : {}^1/_2 : {}^1/_3$. Однако можно избавиться от лишних затруднений, предположив, что результат должен быть именно таким, и придумать более простой способ проверки. Проделывая опыты с разными массами, мы стараемся подобрать силу так, чтобы сообщать *каждой массе одно и то же ускорение*, т. е. полагаем, что к удвоенной и утроенной массе потребуется приложить соответственно вдвое и втрое бо́льшую силу. (Об этом говорит символический эксперимент, фиг. 150.) Тогда мы можем поставить решающий вопрос: если изменить массу движущегося тела и вместо M взять $2M$ и $3M$ и изменить в такой же точно пропорции силу $F : 2F : 3F$, *останется ли ускорение неизменным*? Но если ускорение остается тем же, то и промежутки времени, за которые тело проходит выбранное расстояние, тоже не изменятся, поэтому наша проверка оказывается еще более простой — *исследовать промежутки времени, за которые тело проходит выбранное расстояние* (см. таблицу В).

---

[1] Замечания по поводу масс в опыте 2(в)

Получение удвоенной и утроенной массы. На лекции невозможно подбирать несколько одинаковых тележек и составлять их вместе. Массу тележки можно удвоить, положив на нее некоторое количество металла с той же массой, что и тележка, определив ее «взвешиванием». Мы находим количество металла, которое уравновешивает на весах пустую тележку. Тогда мы знаем, что *земное притяжение* действует на *груз и тележку* с одинаковыми силами. Мы знаем также, что при свободном падении тележка и груз падают с одинаковым ускорением. Следовательно, одна и та же сила сообщает одинаковое ускорение обоим телам. Поэтому массы груза и тележки одинаковы — это наше определение равенства масс (фиг. 149). Однако при этом мы приняли без доказательства, что гравитационная масса и инертная масса равны или по крайней мере пропорциональны друг другу.

Поправка на момент инерции колес тележки. При качении тележки по рельсам ее колеса вращаются и движение ободов требует приложения небольшой ускоряющей силы, как если бы тележка обладала добавочной массой. Вы встретитесь с этой «инерцией вращения» в другом месте нашего курса; ею можно воспользоваться в опыте 2(в). Уменьшим массу тележки, удалив небольшое количество материала, из которого она сделана, и тем учтем вращение колес. Ради простоты, каждый раз учитываем вращение колес, удаляя некоторое количество материала, а в последующем рассмотрении не считаем, что эта масса потеряна, поскольку она как бы заключена в колесах. Эту поправку на вращение колес можно рассчитать по данным колеса или оценить методом проб и ошибок. Применяя последний метод, мы используем два измерения в основном эксперименте, чтобы найти поправки, и лишь одно, третье, измерение — для ответа на главный вопрос.

Таблица В

Пример записи результатов опыта для проверки соотношения между движущейся массой и силой при постоянном ускорении

Условия опыта: рельсовая колея наклонена для компенсации трения; фотоэлемент установлен так, чтобы отмечать время прохождения расстояния 2,00 *м* (движение происходит из состояния покоя). Массы выбраны в пропорции 1:2:3; грузы подобраны так, чтобы значения силы также находились в пропорции 1:2:3.

Результаты измерений				Проверка и выводы
Масса тележки, *кг*	Сила, странг	Время пробега, *сек*	Среднее время, *сек*	
2,00	2,10			
4,00	4,20			
6,00	6,30			

На подступах ко второму закону Ньютона

Движение тела по наклонной плоскости. Если вы исследовали в лаборатории движение колеса по наклонным направляющим, то видели, что уменьшенная сила земного притяжения создает постоянное ускорение. Галилей широко пользовался наклонной плоскостью, чтобы регулировать силу тяжести. Если вас интересуют первые шаги на пути к современной механике, прочтите этот раздел или обратитесь к книге Галилея «О двух новых науках».

Незадолго до Галилея Стевин показал, что если тело удерживается веревкой в состоянии покоя на наклонной плоскости при отсутствии трения, то к телу приложена сила F:

$$\frac{\text{СИЛА } F}{\text{ЗЕМНОЕ ПРИТЯЖЕНИЕ } (=\text{ВЕС}) \ W} = \frac{\text{ВЫСОТА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ } h}{\text{ДЛИНА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ } L}.$$

Со стороны наклонной плоскости на тело действует сила P; она дается соотношением

$$\frac{P}{W} = \frac{[\text{ОСНОВАНИЕ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ } b]}{L}.$$

Если трение отсутствует, сила P должна быть направлена перпендикулярно к поверхности (мы исходили из этого предположения при построении треугольника сил). Если бы сила P не была перпендикулярна к поверхности опоры, то она имела бы продольную компоненту, увлекающую тело вверх или вниз по наклонной

плоскости, т. е. представляла бы собой действие трения [1]. При движении тела по реальной наклонной плоскости всегда имеется трение, препятствующее движению, но здесь мы рассматриваем идеальный случай абсолютно гладкой наклонной плоскости, которая поэтому должна создавать силу реакции, направленную перпендикулярно к поверхности.

Сила реакции P и сила тяги F в сумме уравновешивают земное притяжение W (фиг. 151). Если перерезать веревку, то тело начнет двигаться с ускорением вниз по наклонной плоскости; мы можем считать, что остальные силы — земное притяжение W и реакция опоры P — не меняются. В таком случае, если силы W и P раньше уравновешивали силу F, то их сумма должно быть равна $-F$, т. е. должна представлять собой силу F, *направленную вниз* по наклонной плоскости. Таким образом, мы можем считать, что тело, свободно скользящее по наклонной плоскости, ускоряется под действием силы F, направленной вдоль наклонной плоскости и такой, что

$$\frac{F}{W}=\frac{h}{L}, \quad \text{или} \quad F=W\cdot\frac{h}{L}.$$

Отношение h/L постоянно по всей наклонной плоскости. Поэтому для любой данной наклонной плоскости сила F одна и та же по всей длине; такие эксперименты, как опыт со скатывающимся колесом, показывают, что эта *постоянная сила создает постоянное ускорение, направленное вдоль наклонной плоскости* [2]. Если изменить наклон, то изменится сила, действующая на тело вдоль наклонной плоскости, и изменится его ускорение.

Галилей изучал движение тел по различным наклонным плоскостям и пришел к выводу, что их ускорение [3] изменяется прямо

---

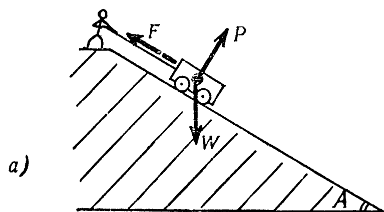
[1] Если это покажется странным, воспользуйтесь криволинейной поверхностью собственного лба в качестве наклонной плоскости и прижмите к нему палец. Лоб будет отталкивать палец с силой, направленной прямо от поверхности, если не считать трения, которое вы сможете почувствовать. Попробуйте представить себе, что трение при этом отсутствует.

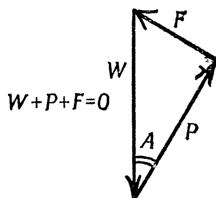
[2] Если вы намерены стать осторожным физиком, избегайте пагубного слова «создает». Все, что мы на самом деле знаем, это то, что силы и ускорение сопутствуют друг другу. Во многих случаях не удается независимым образом показать, что действует сила, просто мы считаем, что сила действует, поскольку наблюдается ускорение.

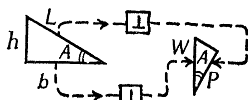
[3] Качение шара вносит одно осложнение, о котором мы умолчали, поэтому для исследования этой зависимости между силой и ускорением мы пользуемся скольжением тел по наклонной плоскости «без трения» или наблюдаем движение тележки по рельсам. В последнем случае тележка движется прямолинейно, и лишь ее колеса вращаются.

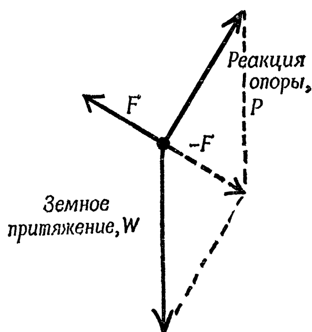
Схема приложения сил | Диаграмма сил

а)

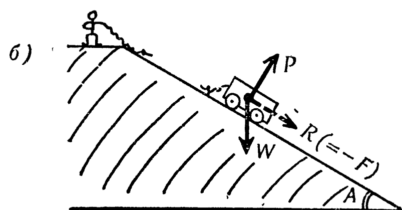


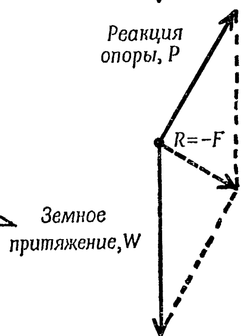






б)





Фиг. 151. Тело на наклонной плоскости.
а — в состоянии покоя; *б* — движение по наклонной плоскости.

пропорционально отношению h/L[1]. В таком случае

$$\text{УСКОРЕНИЕ, направленное ВДОЛЬ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ} = (\text{Постоянная}) \cdot \frac{h}{L}$$

$$\text{СИЛА } F\text{, направленная ВДОЛЬ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ} = (\text{Земное притяжение } W) \cdot \frac{h}{L}.$$

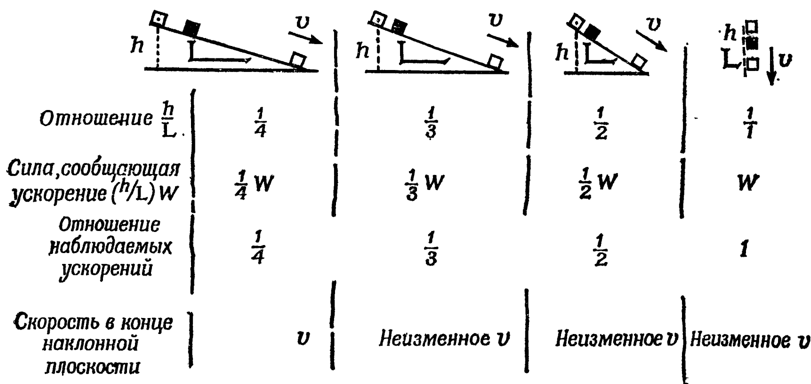
Итак, ускорение изменяется в такой же пропорции, что и результирующая сила. Таким образом, Галилей создал прочную базу для вывода общего правила

УСКОРЕНИЕ ~ РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ СИЛА,

которое Ньютон включил в свой второй закон. Это было открытием огромной важности. Еще до Галилея к этому выводу пришли ученые, но он не был ясно сформулирован. Он представляет собой ос-

---

[1] Предположим, у нас имеется *несколько наклонных плоскостей одинаковой высоты* h, но с разным наклоном, и движение по ним происходит без трения (фиг. 152). Последим за скольжением какого-нибудь тела из состояния покоя в верхней точке каждой из наклонных плоскостей. Если ускорения пропорциональны h/L, можно предсказать, что *во всех случаях тело к концу движения приобретет одну и ту же скорость* v. Для равноускоренного движения из состояния покоя $v^2=2as$ (см. гл. 1, приложение I), и если $a=C(h/L)$, где C — постоянная, то $v^2=2as=2\cdot C\cdot(h/L)\cdot(\text{Расстояние } L)=2Ch$, т. е. одинаково для всех наклонных плоскостей. Если же скорость v одинакова для всех наклонных плоскостей одной и той же высоты h, то ускорения должны быть пропорциональны отношению h/L. Галилей был убежден, что это свойство «одинаковой скорости» установлено им правильно, и во многих случаях пользовался им как отправной точкой при рассмотрении ускоренного движения.



Фиг. 152.

новное соотношение между *силой* и *движением*, описывающее движение снарядов, планет, электронов, ракет, поездов, деталей машин и т. д.

Общее соотношение

Многочисленные наблюдения — от приближенных измерений времени, приведенных Галилеем, до косвенных данных из астрономии и современной баллистики — позволяют получить общее соотношение. Если на тело действует постоянная результирующая сила, то тело движется с постоянным ускорением. При удвоении или утроении силы ускорение возрастает в такой же пропорции:

При неизменной массе

УСКОРЕНИЕ ~ СИЛА, или СИЛА ~ УСКОРЕНИЕ.

С другой стороны, чтобы сообщить одно и то же ускорение удвоенной или утроенной массе, необходимо приложить соответственно удвоенную и утроенную силу.

При неизменном ускорении

СИЛА ~ МАССА.

Объединяя оба вывода [1], можно записать

СИЛА ~ МАССА · УСКОРЕНИЕ,

---

[1] Не так уж просто заметить, что зависимости $F \sim a$ и $F \sim M$ можно объединить в формулу $F = K \cdot M \cdot a$. Вспомним, что первые две формулировки содержат некоторые условия. Первая гласит: «*$F \sim a$ при неизменной массе M*». Но если M постоянна, то мы сможем записать более общую формулу $F = K \cdot M \cdot a$. Таким образом,

$$F = (K \cdot M) \cdot a = (\textit{Постоянная}) \cdot a,$$

т. е. $F \sim a$.

Следовательно, формула $F = K \cdot M \cdot a$ включает утверждение «*$F \sim a$, если M постоянна*».

Второе утверждение гласит, что $F \sim M$, если ускорение a неизменно. Но если a остается неизменным, то мы можем записать формулу $F = K \cdot M \cdot a$ следующим образом:

$$F = (K \cdot a) \cdot M = (\textit{Постоянная}) \cdot M,$$

т. е. $F \sim M$.

Следовательно, формула $F = K \cdot M \cdot a$ включает зависимости $F \sim a$ и $F \sim M$ при определенных условиях:

$$F = K \cdot M \cdot a$$

$F = K \cdot M \cdot a$	$F = K \cdot a \cdot M$
$F = K_1 \cdot a$, если M постоянна	$F = K_2 \cdot M$, если a постоянна
K_1 постоянна	K_2 постоянна
$F \sim a$	$F \sim M$

или

$$F = K \cdot M \cdot a.$$

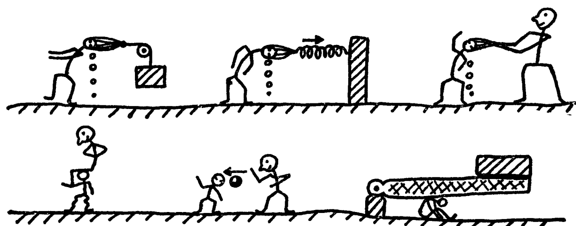
Соотношение $F = K \cdot M \cdot a$, согласно которому

РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ СИЛА = (ПОСТОЯННАЯ) · МАССА · УСКОРЕНИЕ,

представляет собой обобщенную формулировку, выражающую движение тел с ускорением. Наши демонстрационные опыты не доказывают, что она верна, но они иллюстрируют ее и вносят свою лепту в доказательство ее правильности. Соотношение $F = K \cdot M \cdot a$ — это наш вариант записи второго закона Ньютона, который мы сформулируем позже. Мы пользуемся этим соотношением для расчета реальных сил: силы реакции пола, которую мы испытываем при прыжке; силы, действующей на автомашину при столкновении; давления газа на стенки сосуда; силы, с которой Земля притягивает Луну. Сначала сделаем несколько замечаний относительно массы и силы (и веса), а потом покажем, как записать соотношение $F = K \cdot M \cdot a$ в более простой форме, удобной для вычислений.

Масса и сила

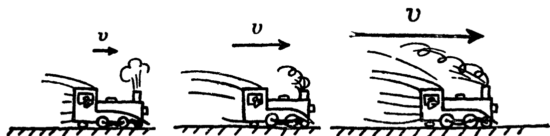
Мы смело рассуждали о массе, но дали ли мы ее недвусмысленное научное определение? Предположим, известно, что сила — это знакомое всем толкающее или тяговое усилие, и мы допускаем, что две одинаковые пружины создают силу, вдвое большую, чем одна



Фиг. 153. Сила — знакомое понятие.

пружина; тогда можно сказать, что нам известна сила F и ускорение a, входящее в соотношение $F = K \cdot M \cdot a$. Значит, можно охарактеризовать *массу* как некую величину, пропорциональную отношению F/a, поскольку $F/a = K \cdot M$. Чем больше масса, тем большую силу нужно приложить, чтобы сообщить ей некоторое ускорение. С другой стороны, чем больше масса, тем меньшее ускорение придает ей определенная сила.

Мы складывали массу, основываясь на допущении, что, соединяя отдельные куски вещества в один, мы одновременно складываем и их массы в одну общую массу, что массу можно измерить, например, числом одинаковых тележек, соединенных вместе. Это соответствует зависимости $F \sim M \cdot a$. Значит, масса аддитивна и представляет собой меру трудностей, которую мы встречаем при попытке ускорить движение тела. Масса — это своеобразная цена единицы ускорения, выраженная величиной силы, совсем как обычная цена есть стоимость какого-то товара, выраженная в денежных знаках. Ньютон говорил, что масса означает количество вещества, и при дальнейшем объяснении пользовался понятиями плотности и объема, нисколько не помогая этим делу. Если вы хотите почувствовать, что такое масса, можете обратиться к описательным определениям вроде «мера трудности, с которой сопряжена попытка



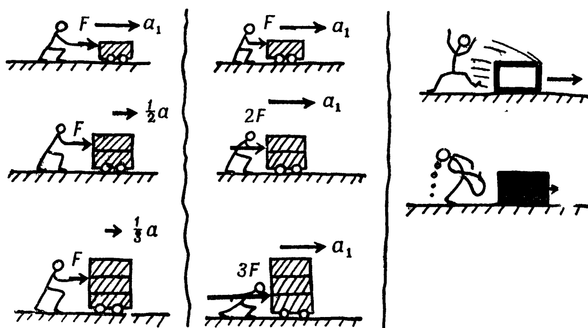
Фиг. 154. Ускорение кажется понятием достаточно очевидным.

ускорить движение тела», но такие формулировки нельзя рассматривать как научные определения! Если подходить с научных позиций, то мы можем сказать определенно: *массы* пропорциональны значениям отношения

$$\frac{\text{РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ СИЛА, СООБЩАЮЩАЯ УСКОРЕНИЕ}}{\text{СООБЩЕННОЕ УСКОРЕНИЕ}}$$

(Вскоре мы выберем единицу силы так, чтобы *масса* была равна отношению F/a.) Мы описываем силу как нечто растягивающее пружины или могущее быть получено путем подвешивания груза на веревке. Тем не менее во многих движущихся системах нам не удается заметить растягивающихся пружин или почувствовать земное притяжение, и мы считаем, что какая-то сила действует только потому, что наблюдаем ускорение. В курсах физики, рассчитанных на более высокий уровень, сила описывается как нечто, создающее ускорение, и измеряется она ускорением, которое сообщает стандартной массе. Но в таком случае мы оказываемся в

опасной близости к ведению доказательства по замкнутому кругу [1]. В какой мере соотношение $F = K \cdot M \cdot a$ представляет собой определение силы и массы и в какой степени оно является экспериментальным фактом? Это трудный вопрос. Во всяком случае, эксперимен-



Фиг. 155. Представление о массе менее привычно. Чтобы понять, что такое масса, стоит внимательнее посмотреть, как этим понятием пользуются в физике.

тальные данные удовлетворяют соотношению $F = K \cdot M \cdot a$, и мы можем на его основе предсказывать явления в окружающем нас мире.

Единица массы — килограмм

В качестве эталонной единицы количества вещества выбран *килограмм*; килограмм служит единицей массы в системе *метр — килограмм — секунда*. Эталон килограмма бережно хранится и имеет вид цилиндра из благородного металла.

---

[1] Для наших целей удобнее говорить, что *масса* — это отношение (*сила*)/(*ускорение*); это упрощает представление о незнакомой величине, какой является масса. Физики-специалисты обычно рассуждают как раз в обратном порядке. Они говорят, что масса представляет собой очевидную (!) меру тяжеловесности вещества (назвать это свойство вещества «инертностью» — значит просто присвоить ему некоторое наименование) и определяют силу как произведение (*масса*) $\cdot$(*ускорение*). Разумеется, это не устраняет сомнений с точки зрения логики, которые возникали в наших рассуждениях, а лишь «перемещает» их. Обе точки зрения могут быть приняты в качестве рабочих, но смешивать их было бы просто несовместимо с требованиями логики.

Вес — это сила, зависящая от места на земном шаре

Вместо того чтобы тянуть тележку с помощью пружины, ей можно придать ускорение, прикрепив перекинутый через блок шнур, к противоположному концу которого подвешивается груз. Тогда сила, сообщающая ускорение, будет обусловлена *весом* этого груза. Ускорение свободного падения опять-таки сообщается телу его *весом*. К сожалению, словом «вес» пользуются в нескольких смыслах, что вносит путаницу. Поэтому мы постараемся точно изложить научный смысл слова «вес», а пока будем почаще заменять его названиями «притяжение Земли» или «земное притяжение».

В физике *вес* — это официальное наименование силы, которая притягивает предметы к земной поверхности,—«притяжение силы тяжести», что бы это ни означало. Мы можем, если нам это нравится, «объяснить» вес, сказав, что это притяжение Земли. То обстоятельство, что тела притягиваются по направлению к центру Земли, делает такое объяснение разумным, но у нас нет никакой уверенности в его правильности, пока мы не изучим всемирное тяготение [1].

Как бы его ни определяли, вес — это *сила*. Он ничем не отличается от любой другой силы, если не считать двух особенностей: вес направлен *вертикально* и действует *постоянно*, его невозможно устранить.

Чтобы непосредственно измерить вес тела, мы должны воспользоваться пружинными весами, проградуированными в единицах силы [2]. Поскольку это зачастую сделать неудобно, мы сравниваем один вес с другим при помощи рычажных весов, т. е. находим отношение

$$\frac{\text{ЗЕМНОЕ ПРИТЯЖЕНИЕ, ДЕЙСТВУЮЩЕЕ НА ТЕЛО } X}{\text{ЗЕМНОЕ ПРИТЯЖЕНИЕ, ДЕЙСТВУЮЩЕЕ НА ЭТАЛОН МАССЫ}}.$$

Предположим, что тело X притягивается в 3 раза сильнее, чем эталон килограмма. В этом случае мы говорим, что земное притяжение, действующее на тело X, равно 3 «*килограммам силы*», это означает, что оно «*в 3 раза больше земного притяжения, которое действует на килограмм массы*». К сожалению, это приводит к путанице между единицами массы и веса (и других *сил*),

---

[1] Рыба, пожалуй, сказала бы, что пузырьки воздуха поднимаются под действием силы плавучести, обусловленной земным отталкиванием.

[2] Мы можем произвести опыт с измерением ускорения, не прикладывая к предмету сил, кроме действующего на него притяжения Земли. Предмет свободно падает с ускорением g, и мы применяем соотношение $F=M\cdot a$, как об этом рассказано дальше в этой главе.

поскольку мы сокращенно называем и те и другие единицы «килограммом» (как следовало бы называть единицу массы). В самом деле, неразумно пользоваться одним и тем же названием для единиц измерения таких разных величин, как сила и масса. Мы еще вернемся к вопросу о выборе единиц для измерения сил.

Если мы при помощи пружинных весов измерим вес какого-нибудь предмета с очень большой точностью, а потом перенесем весы в другое место, то обнаружим, что вес предмета на поверхности Земли несколько меняется от места к месту. Мы знаем, что вдали от поверхности Земли, или в глубине земного шара, вес должен быть значительно меньше. Таким образом, единица «килограмм веса» (более употребительно наименование «килограмм силы») не только вносит путаницу при употреблении ее для измерения веса (и других сил), но и непостоянна. Мы стараемся избежать употребления переменных единиц, поэтому была изобретена более удобная *единица* сил (в том числе и веса). Перед тем как перейти к рассмотрению этой единицы, продолжим наше изучение массы.

«Масса НИКОГДА не меняется»

Представим себе, что мы повторяем на Луне демонстрационные опыты с вагончиками и силомерами, которые мы производили для изучения зависимости $F \sim Ma$. Мы подозреваем, что тяготение на Луне слабее, поэтому определенный мешочек с песком тянул бы вагончик с меньшей силой. Однако если бы пружина силомера была растянута *до той же самой отметки* (под действием большего мешочка с песком), то *сила* осталась бы той же, что и на Земле. Останется ли масса вагончика на Луне той же самой или нет? Ученые, размышляя над этим вопросом, давно пришли к выводу, что *масса* должна оставаться неизменной. Даже в центре Земли, где тяготение, действуя во всех направлениях, должно давать нулевую результирующую силу, тело по-прежнему имело бы ту же самую *массу*. Согласно имеющимся данным, полученным в результате изучения света, идущего от звезд, нам известно, что если атомные силы в тех далеких от нас мирах такие же, как на Земле, то массы атомов там тоже такие же.

Говоря о веществе, или материи, мы имеем в виду нечто цельное и определенное, нечто остающееся неизменным, что бы мы ни делали с предметом — нагревали его, расплавляли, сжимали... даже перенесли его на Луну. Куску свинца, положенному на ролики, было бы точно так же трудно придать ускорение на Луне или в центре Земли, как и на поверхности Земли. С другой стороны, *вес*

такого куска свинца (сила, действующая на него вниз) был бы совершенно иным (фиг. 156).

Массивное колесо (уравновешенное на подшипниках) с очень малым трением не вращается под действием своего веса, однако если мы возьмемся за обод и заставим колесо вращаться, то сразу убедимся, что оно обладает массой; по-видимому, его точно так же трудно привести во вращение на Луне или в любом другом месте. Полкилограмма шоколада, если его съесть сразу, дает не только чувство тяжести, обусловленное притяжением этого шоколада Землей, но обеспечивает, так сказать, объем и питание, и при условии такого же состояния нашего здоровья на Луне следует



Фиг. 156. Изменение массы и веса в зависимости от места.

Масса, оцениваемая по трудности, которую мы встречаем при попытке ускорить движение маленькой тележки, одна и та же всюду: на поверхности Земли, в центре Земли, на Луне. Вес, оцениваемый по удлинению пружинных весов (и ощущению усилий в мускулах руки человека, держащего весы), будет значительно меньше на Луне и практически равен нулю в центре Земли.

ожидать таких же результатов от этого же количества съеденного шоколада. Даже если бы устроили лабораторию в свободно падающем ящике, то пришли бы к выводу о неизменности масс и не заметили бы, что предметы притягиваются Землей, как обычно.

Формулируя представление о массе при помощи таких туманных описаний, как количество материи, мера трудности ускорения движения, «инертность вещества» и т. д., или при помощи определения

$$\text{МАССА} = \frac{\text{СИЛА}}{\text{УСКОРЕНИЕ}},$$

которое кажется ясным и недвусмысленным, мы считаем, что определяем некое универсальное *неизменное свойство всех видов вещества*, *нечто существующее столь же вечно*, *как и сама материя*.

Масса и вес

Как велико земное притяжение, действующее на разные массы? Как сравнивать веса двух предметов? Возьмем два одинаковых куска свинца, скажем по 1 *кг* каждый. Земля притягивает каждый из них с одинаковой силой, равной весу 1 *кг*. Если мы соеди-

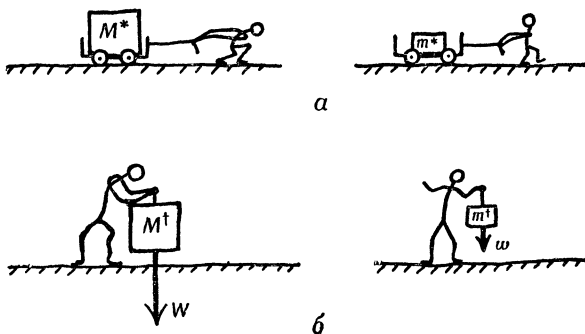
ним оба куска в 2 *кг*, то вертикальные силы просто складываются: Земля притягивает 2 *кг* вдвое сильнее, чем 1 *кг*. Мы получим точно такое же удвоенное притяжение, если сплавим оба куска в один или поместим их один на другой. Гравитационные притяжения *любого однородного материала* просто складываются, и нет ни поглощения, ни экранирования одного куска вещества другим [1].

Для любого однородного материала (*вес*)$\sim$(*масса*). Поэтому мы считаем, что Земля является источником «поля силы тяжести», исходящего из ее центра по вертикали и способного притягивать любой кусок вещества. Поле силы тяжести воздействует одинаково, скажем, на каждый килограмм свинца. А как обстоит дело с силами притяжения, действующими на одинаковые массы *разных материалов*, например 1 *кг* свинца и 1 *кг* алюминия? Ответ, точнее, смысл вопроса, зависит от того, чтó мы понимаем под одинаковыми массами. Сравнение масс двух предметов путем измерения ускорения (например, вагончика на рельсовом пути) представляет собой сложное и утомительное занятие, но его можно осуществить, после чего можно сравнить веса этих масс на пружинных весах. Однако вы хорошо знаете, что наиболее простой способ сравнения масс, которым пользуются в научных исследованиях и в торговой практике, — это применение рычажных весов. В них сравниваются *силы*, которые тянут оба груза, и метод совершенно правильно называют «взвешиванием». Но, получив путем взвешивания одинаковые массы, скажем свинца и алюминия, мы *предполагаем*, что равные веса имеют равные массы. Никакой дальнейший эксперимент по измерению сил не может дать ответа на наш вопрос относительно массы и веса; по-видимому, здесь мы рискуем оказаться в замкнутом кругу. Фактически мы говорим о двух совершенно разных видах массы — об инертной и о гравитационной массе. Их различие содержит важнейший момент общей теории относительности. Однако в период от Ньютона до Эйнштейна это различие казалось несущественным, о нем не имели представления; поэтому изучение массы, движения, силы, веса и тяготения стало более трудным и запутанным даже в рамках элементарного курса физики. Мы рассмотрим оба вида массы, присвоив им символы M° и $M^{\dagger}$.

---

[1] До сих пор не найдено способа отгородиться от силы тяжести при помощи экрана или прекратить ее действие, и мы не ожидаем, что такой способ будет найден: гравитационные притяжения действуют через любую преграду. В этом отношении гравитационные поля непохожи на другие силы, известные в физике: магнитные поля частично экранируются железом, а электрическое поле совершенно не проникает внутрь замкнутой металлической коробки.

Инертная масса. Величина M в формуле $F=K\cdot M\cdot a$ представляет собой *инертную массу*. В опытах с тележками, которым придают ускорение пружины, величина M выступает как характеристика «тяжеловесности вещества», показывающая, насколько трудно сообщить ускорение рассматриваемому телу. Количественной характеристикой служит отношение F/a. Эта масса представляет собой меру инертности, тенденции механических систем сопротивляться изменению состояния. Мы называем ее «инертной массой» и обозначаем символом M°. Если ограничиться одним химическим



Фиг. 157. Два вида массы.
а — инертные; *б* — гравитационные.

элементом, то одну массу M° можно сравнивать с другой или с эталоном в 1 *кг*° путем подсчета атомов. (Сегодня мы умеем считать атомы, но даже самому быстродействующему счетчику Гейгера, если бы он работал днем и ночью, потребовались бы миллиарды лет, чтобы непосредственно пересчитать атомы в одном килограмме вещества.) Если подходить с более реальных позиций, то мы можем сравнивать массы° по аналогии с определением величины M°, т. е. посредством измерения ускорения и силы. Например, мы прикладываем некоторую стандартную силу, скажем пружины, к тележке, находящейся на горизонтальном рельсовом пути без трения, как показано на фиг. 160 (стр. 267):

а) к пустой тележке неизвестной массы $[M^\circ_0]$;

б) к тележке+эталон 1 *кг*°, $[M^\circ_0+1^\circ]$;

в) к тележке+масса M°, которую нужно измерить, $[M^\circ_0+M^\circ]$.

Мы измеряем в каждом случае ускорение, создаваемое силой $F = K \cdot M^\circ \cdot a$, и, воспользовавшись правилами алгебры, находим значение $M^\circ/1$ *кг*°, которое представляет собой массу M°, выраженную в килограммах [1].

Это долгий путь, которым редко пользуются, и то, пожалуй, только мысленно, с целью выяснить смысл массы°. Мы опишем более практичный подход к определению массы, но и он годится лишь для демонстрации принципа. До сих пор в наших рассуждениях не было прямой связи между инертной массой и тяготением. Масса°— это свойство, которое должно быть одним и тем же и вблизи поверхности Земли, и на Луне, и в далеком космосе, и в центре Земли. Какова ее связь с тяготением и что на самом деле происходит при взвешивании?

Гравитационная масса. Совершенно независимо от инертной массы мы можем ввести понятие гравитационной массы как количества вещества, притягиваемого Землей.

Мы считаем, что поле тяготения Земли одинаково для всех находящихся в нем предметов, но приписываем различным предметам разные массы, которые пропорциональны притяжению этих предметов полем. Это гравитационная масса $M^\dagger$. Мы говорим, что разные предметы имеют разный вес, поскольку они обладают разными массами †, которые притягиваются полем тяготения. Таким

---

[1] Заметьте, что на самом деле это не абсолютное измерение массы. Мы не можем запустить какую-то машину и получить от нее значение M в абсолютной системе отсчета, как при счете, скажем, кроликов или атомов и электронов. Мы просто берем наш эталон килограмма и определяем, «сколько в нем килограммов», что равносильно измерению отношения

$$\frac{\text{НЕИЗВЕСТНАЯ МАССА } X}{\text{МАССА ЕДИНИЦЫ 1 } \textit{кг}} \quad \text{или} \quad \frac{X}{1}.$$

Тем не менее мы называем этот результат абсолютной массой, поскольку говорим, что M выражено в килограммах в отличие от результата сравнения двух масс, когда получаем, например,

$$\frac{\text{МАССА } X}{\text{МАССА } Y} = 2.$$

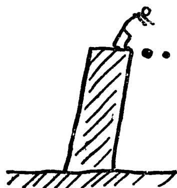
Сравним это с высказываниями: «Возраст A равен 40 годам», «Возраст B равен удвоенному возрасту C». Первое высказывание означает, что возраст A/1 год=40; второе высказывание означает, что возраст B/возраст C=2. Мы можем назвать первое утверждение абсолютным измерением, поскольку в нем используется эталонная единица, тогда как во втором случае говорят об относительном измерении. В известном смысле оба измерения являются сравнениями — *всякое* измерение представляет собой определение, сколько раз одна величина укладывается в другой.

образом, гравитационные массы по определению пропорциональны весам. Гравитационная масса определяет, с какой силой тело притягивается Землей. Позднее мы увидим (на это указывает третий закон Ньютона), что тяготение взаимно: если Земля притягивает камень, то камень точно так же притягивает Землю. Значит, гравитационная масса † тела определяет также, насколько сильно оно притягивает другое тело, Землю. Таким образом гравитационная масса измеряет количество вещества, на которое действует земное притяжение, или количество вещества, обусловливающее гравитационные притяжения между телами. Мы могли бы сказать, что масса $M^{\dagger}$ характеризует «величину» тела с точки зрения гравитационного *взаимодействия* его с другими телами. (Как вы узнаете в гл. 23 [1], каждое тело, заключающее в себе некоторое количество вещества, притягивает любое другое тело, испытывая одновременно притяжение этого второго тела, но лишь Земля обладает достаточно большой массой $M^{\dagger}$, чтобы создавать заметное притяжение небольших предметов, которые находятся вокруг нас.)

Сравнивая тела путем взвешивания, мы сравниваем их гравитационные массы. (Если два тела положены на чашки равноплечих рычажных весов, и весы при этом уравновешены, то мы знаем, что *гравитационные* массы обоих тел равны, однако на основании одного этого наблюдения мы не можем сказать, равны ли их *инертные* массы.)

Связь между гравитационной и инертной массами. Гравитационное притяжение действует на два одинаковых куска свинца вдвое сильнее, чем на один. Гравитационные массы кусков свинца должны быть пропорциональны инертным массам, поскольку массы того и другого вида, очевидно, пропорциональны числу атомов свинца. То же самое относится к кускам любого другого материала, скажем воска, но как сравнить кусок свинца с куском воска? На этот вопрос нельзя ответить, руководствуясь только здравым смыслом или одними рассуждениями. Ответ на него дает наш символический эксперимент по изучению падения тел всевозможных размеров и материалов с вершины наклонной Пизанской башни. Сбросим два куска любого материала любых размеров. Они падают с одинаковым ускорением g. Сила, действующая на тело и сообщающая ему ускорение,— это его вес, притяжение Земли, приложенное к этому телу. Мы знаем, что веса пропорциональны *гравитационным массам*,— таково определение гравитационной массы †.

[1] Гл. 23 («Всемирное тяготение») входит в т. 2 настоящего издания.



Фиг. 158. Символический эксперимент.

Но *веса* тел, т. е. силы их притяжения Землей, сообщают всем телам одинаковое ускорение g. Поэтому *веса* должны быть пропорциональны *инертным массам*. Следовательно, тела любой формы содержат одинаковые пропорции обеих масс. Если принять 1 *кг* в качестве единицы обеих масс, то *гравитационная* и *инертная массы* будут одинаковы у всех тел любых размеров, из любого материала и в любом месте.

Вот как это доказывается. Предоставим двум телам A и B возможность свободно падать. Каждое тело падает с ускорением g. Силой, которая сообщает каждому телу ускорение, является его вес W. Приложим силу $F=K\cdot M\cdot a$ к каждому из падающих тел. В таком случае F — это земное притяжение W, M — инертная масса тела M°, а a — ускорение свободного падения g. Следовательно, соотношение $F=K\cdot M\cdot a$ дает

для тела A

$$W_A=K\cdot \overset{\circ}{M}_A\cdot g,$$

для тела B

$$W_B=K\cdot \overset{\circ}{M}_B\cdot g.$$

Разделим обе части первого равенства соответственно на левую и правую части второго. Сократив постоянную K и воспользовавшись результатами указанного выше эксперимента, подтверждающего, что g одинаково для разных тел, получим

$$\frac{W_A}{W_B}=\frac{\overset{\circ}{M}_A}{\overset{\circ}{M}_B}.$$

Но $W_A/W_B=M^\dagger_A/M^\dagger_B$ по определению $M^\dagger$, следовательно,

$$\frac{M^\dagger_A}{M^\dagger_B}=\frac{\overset{\circ}{M}_A}{\overset{\circ}{M}_B},$$

т. е. отношение гравитационных масс тел A и B равно отношению инертных масс этих тел.

Иначе говоря, можно записать

$$\frac{M_A^\dagger}{M_A^\circ}=\frac{M_B^\dagger}{M_B^\circ}.$$

Итак, отношение (*гравитационная масса*)/(*инертная масса*) одно и то же для тел *A* и *B* и всех других тел. Если мы выберем 1 *кг* в качестве единицы обеих масс, то это отношение станет равным единице, и мы получим, что (*гравитационная масса*)= =(*инертная масса*) для всех тел [1].

Удивительное тождество

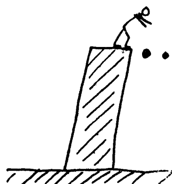
Вывод об одинаковости инертной и гравитационной масс, справедливый для любого количества вещества, подтвержден символическим экспериментом с Пизанской башней и выражает удивительное свойство природы. Удивительное потому, что мы описываем обе массы совсем по-разному. Одна представляет собой меру инертности тела по отношению к изменениям скорости, другая же служит количественной характеристикой тела как объекта, испытывающего гравитационное притяжение и одновременно являющегося его источником. Если вы интересуетесь просто причинной связью между явлениями, то можете сказать: «О, это очевидно: оба свойства присущи заключенному в теле количеству вещества». Но, подходя с позиции пытливого исследователя, вы можете сказать: «Если обе массы равны, если нет такого эксперимента, который позволил бы обнаружить различие между ними, то не устроена ли природа так, что мы *не в состоянии* их различить? А разумно ли в этом случае даже говорить о двух видах массы, как будто мы могли провести между ними различие?» Это привело бы к эйнштейновской трактовке поля тяготения (с ним связана масса $M^\dagger$), согласно которой наличие этого поля равносильно тому, что некий наблюдатель совершает ускоренное движение (для которого важна масса M°); таким образом, общая теория относительности описывает

---

[1] Если это доказательство покажется вам длинным и нудным, рассмотрим следующий конкретный пример: сравним эталон килограмма, сделанный из платины, с камнем неизвестной массы. Сравним их инертные массы, перемещая поочередно каждое из тел в горизонтальном направлении под действием некоторой силы и измеряя ускорение. Предположим, что масса камня равна 5,31 *кг*. Земное тяготение в этом сравнении не участвует. Затем сравним гравитационные массы обоих тел, измерив гравитационное притяжение между каждым из них и каким-нибудь третьим телом, проще всего Землей. Это можно проделать путем взвешивания обоих тел. Мы увидим, что гравитационная масса камня тоже равна 5,31 *кг*.

пространство и время так, что массы M° и $M^{\dagger}$ по необходимости оказываются тождественными.

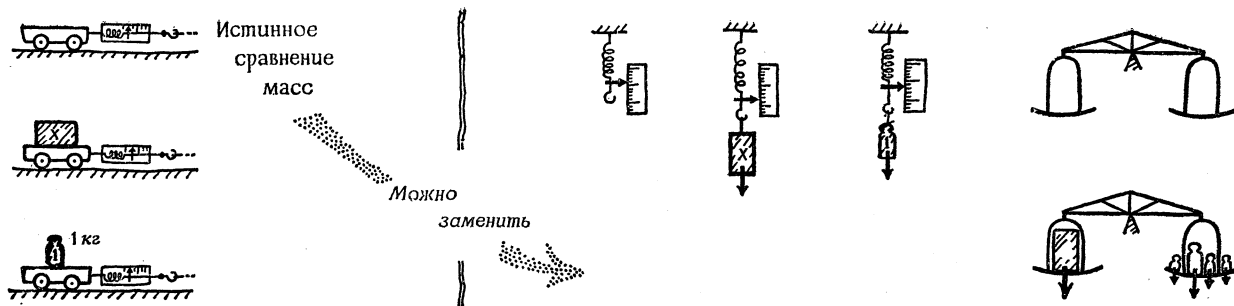
Поскольку результат символического эксперимента, подтверждающего, что все тела падают с одинаковым ускорением, имеет важное значение, необходима значительно более точная проверка, нежели простое наблюдение за падающими телами в воздухе. Мы хотим объединить тысячи случаев падения в одном-единственном. Нам также хотелось бы устранить помеху в виде сопротивления воздуха. Это задача, о которой мы говорили в гл. 1 и там же обещали познакомить вас с ее решением. Существует простой и очень точный метод. Вы оцените его, познакомившись с ним. (Для метода, о котором идет речь, не нужно вакуумных насосов или электронных часов, хотя, по-видимому, подобные методы в течение ближайших нескольких лет заменят простые способы проверки.) Ньютон знал этот метод и воспользовался им в качестве контрольного эксперимента применительно к столь разным материалам, как свинец, золото, песок, соль, дерево, вода и даже пшеница. В начале нынешнего столетия Дж. Томсон и другие исследователи использовали его для дальнейшей проверки влияния на $M^{\dagger}$ и M° того, что мы сейчас называем ядерной энергией. Уже тогда существовало подозрение, что энергия, как и вещество, обладает инерцией. Обладает ли она также гравитационной массой? Было известно, что радиоактивные атомы освобождают при распаде огромное количество энергии, поэтому они должны содержать запас энергии, которая может быть освобождена и которая обладает, вероятно, значительной инертной массой. Экспериментаторы повторили контрольный опыт Ньютона, сравнив образцы радиоактивных материалов с обычными, и получили одинаковые значения g.



Фиг. 159. Символический эксперимент.

Более простой подход к рассмотрению веса и массы

Поскольку различные массы, по-видимому, имеют одну и ту же величину, мы можем опустить индексы и обозначить массу просто буквой M.



Фиг. 160. Сравнение инертных масс.
Истинное сравнение масс можно заменить более простым.

Рассмотрим вопрос о весе и массе быстро, без прежней осторожности. Опыт с бросанием тел с большой высоты говорит нам, что любые тела A и B падают с одинаковым ускорением. Веса обоих тел W_A и W_B действуют на их массы M_A и M_B и сообщают каждой ускорение g.

Применяя соотношение $F=K\cdot M\cdot a$, получаем

$$W_A=K\cdot M_A\cdot g$$

и

$$W_B=K\cdot M_A\cdot g,$$

т. е.

$$\frac{W_A}{W_B}=\frac{M_A}{M_B}$$

Следовательно, мы можем сравнивать массы взвешиванием. Именно это мы делаем на практике: сравниваем или уравновешиваем силы W_A и W_B и говорим, что сравниваем массы M_A и M_B. (Мы уже проделали это без всяких околичностей, подготовив массы M, $2M$, $3M$ путем взвешивания для демонстрационного опыта.)

Измерение масс взвешиванием. Итак, мы можем сравнивать массы взвешиванием. Пружинными и рычажными весами, где мы имеем дело с силами, пользоваться значительно удобнее, чем тележками на рельсовых путях. Поэтому все точные измерения массы производятся взвешиванием; наша проверка закона сохранения массы тоже основана на точном взвешивании [1].

Однако то обстоятельство, что $W_A/W_B=M_A/M_B$, никоим образом не дает нам основания считать массу и вес тождественными

---

[1] Измерение ускорения в опытах с тележкой на рельсовом пути представляет собой способ истинного сравнения массы X с эталоном (при этом необходимо третье измерение для исключения неизвестной массы тележки и т. д.).

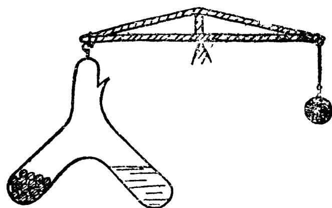
С помощью пружинных весов сравнивают земное притяжение (фиг. 160), т. е. вес X сравнивают с весом эталона килограмма. Поскольку оба измерения производятся в одном и том же месте, где g одно и то же, символический эксперимент служит для этих измерений подтверждением косвенного способа сравнения масс. Чтобы взвесить X, т. е. определить приложенное к X притяжение Земли по сравнению с притяжением Земли, действующим на эталон килограмма, можно воспользоваться обычными весами, символический эксперимент служит для этих измерений подтверждением косвенного способа сравнения масс.

На фиг. 162 (стр. 271) показано, как сравнить массы в опытах с измерением ускорения, пользуясь вместо силомера обыкновенным грузом. Рассуждения в этом случае более сложные, ибо в движущуюся массу необходимо включить и массу груза.

величинами. С таким же основанием мы могли бы считать, что стоимость некоторого количества молока и его объем одно и то же просто потому, что $C_A/C_B=V_A/V_B$.

Сохранение массы

Развитию химии, которое шло с поразительным отставанием от развития ньютоновой механики, способствовало представление о неизменности общей массы. При химических превращениях происходит обмен атомами, входящими в состав веществ, но общая масса не меняется. Это было проверено взвешиваниями, которые становились все более искусными; последнее время производили взвешивания в миниатюрных химических лабораториях, имеющих вид



Фиг. 161. Миниатюрная химическая лаборатория.

Стеклянный прибор с реактивами уравновешивают на чувствительных весах. Прибор наклоняют, и вещества вступают в химическую реакцию. Когда прибор снова принимает комнатную температуру, повторно проверяют равновесие.

запаянного стеклянного сосуда (фиг. 161). Даже самыми точными экспериментами, проведенными в прошлом столетии, по-видимому, не удалось обнаружить ничтожную массу, уносимую, как мы считаем, в виде тепловой энергии, выделяющейся при некоторых химических реакциях. Таким образом, мы долго верили в сохранение массы, в представление о том, что общее количество вещества остается постоянным при всех изменениях движения и при любых химических превращениях. Только в нынешнем столетии выяснилось, что эта точка зрения слишком ограничена. Как бы ни было трудно дать определение массы, для тех, кто с ней работает, понятие «масса» кажется простым и реальным. Физики построили механику движения на основании предположения, что масса — это постоянное свойство вещества, что масса сохраняется. Химики проверили сохранение массы и затем стали опираться на него для дальнейшего развития химических знаний. В повседневной жизни, как и в науке и технике, мы по-прежнему считаем закон сохранения массы не требующим доказательства.

В прошлом веке появился закон сохранения энергии (см. гл. 26 и 29) [1] и укрепилось убеждение в его правильности: сперва появилось представление об энергии, потом гипотезы, затем последовали строгие проверки, и, наконец, когда сошлись все данные, подтверждавшие этот закон, вера в него стала непреложной. Только в нынешнем столетии мы до конца поняли, что энергия сама обладает массой, так что оба великих закона сохранения можно объединить в один закон огромной важности и универсального значения.

Несовершенство научной терминологии

Мы говорим, что «взвешиваем» предметы, тогда как на самом деле сравниваем массы тел. Это правильное утверждение, поскольку сравнение масс большей частью производят путем взвешивания, но это создает путаницу у тех, кто ждет ответа на вопрос, что такое масса. Хуже того, эталоны массы (куски металла самой различной величины), которые в торговой практике и в повседневной жизни называют «гирями», в практике научного эксперимента именуют «разновесами», что ассоциируется со словом «вес» [2]. Это неудачное название способствует путанице, но нам приходится, следуя установившейся практике, пользоваться им. Хуже всего то, что мы говорим «человек весит 100 *кг*», а имеем в виду его массу 100 *кг*.

Постоянная масса, изменяющийся вес

Килограмм в коробке с гирями представляет собой универсальный эталон массы. Будучи единицей *массы*, килограмм всюду один и тот же, хотя его вес был бы значительно меньше на Луне и уменьшился бы до нуля, если бы поместили его в центр Земли.

Утверждение «Масса *никогда* не меняется» — это наше рабочее правило. Теория относительности заставляет нас сбавить тон: «Ну, хорошо, почти никогда не меняется»; изменения массы заметны лишь тогда, когда тела приобретают колоссальные скорости или происходят огромные изменения энергии. При всех обычных скоростях — от скорости улитки до скорости ракет — масса сохраняет неизменное значение. Вот почему ученые питают такое рас-

---

[1] Гл. 26 («Энергия») и гл. 29 («Экспериментальные основания закона сохранения энергии») входят в т. 2 настоящего издания.

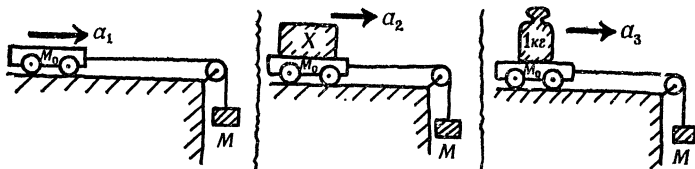
[2] Это относится в основном к английскому языку, где слово «Weight» означает и «вес» и «гиря».— *Прим. перев.*

положение к массе, считая ее тем свойством, с которым удобно иметь дело.

Советуем вам проработать задачу 6, приведенную в этой главе. Она может показаться трудной, но зато позволит вам лучше уяснить себе, что такое масса и вес.

Непосредственное сравнение масс при помощи инерционных весов

Предположим, что мы хотим измерить или сравнить инертные массы непосредственно, не пользуясь косвенным, хотя и точным, методом взвешивания. В таком случае мы должны проделать опыты типа показанных на фиг. 160 или 162, в которых измеряется



Фиг. 162. Непосредственное сравнение масс.

ускорение. Эти опыты позволяют измерить массу так, как нужно, исходя из ее определения: *Масса=F/a. Одну и ту же силу* (фиг. 162) прикладывают к следующим предметам [1]:

1) к пустой тележке

$$F = K\cdot(M_0 + M)\cdot a_1,$$

2) к тележке с телом неизвестной массы

$$F = K\cdot(M_0 + M + X)\cdot a_2,$$

3) к тележке с гирей 1 *кг*

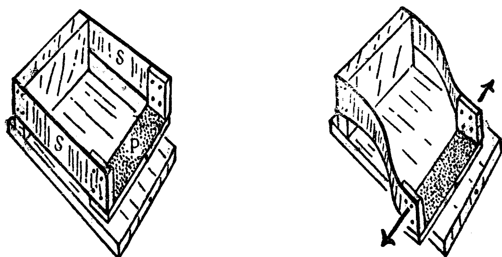
$$F = K\cdot(M_0 + M + 1)\cdot a_3.$$

Приспособлением для прямого сравнения масс могут служить инерционные весы, показанные на фиг. 163. Они дают значительно менее точный результат, нежели простое взвешивание, и годятся только для демонстрации идей правильного измерения массы. Инерционные весы имеют площадку P, которая крепится при по-

---

[1] Измерьте ускорение во всех трех случаях и, воспользовавшись соотношением $F=K\cdot M\cdot a$ и правилами алгебры, найдите отношение (X *кг*)/(1 *кг*). (Силу F, массы M_0 и M тележки и груза и численное значение постоянной K знать не нужно.)

мощи двух прочных и достаточно упругих пружин S. Если площадку P оттянуть вбок, а затем отпустить, то она начнет совершать колебания в горизонтальной плоскости. Тела, помещенные на площадку P весов, тоже будут приобретать ускорение под действием пружин. Чем больше масса тела, тем меньше ускорение и тем больше период колебаний площадки. Для сравнения неизвестной массы с набором эталонов нужно так подобрать комбинации эталонных масс, чтобы, поместив их на площадку весов вместо тела неизвестной массы, получить такой же период колебаний. Можно



Фиг. 163. Инерционные весы.

также воспользоваться интерполяцией или поручить математикам проанализировать движение и выяснить (с помощью соотношения $F=K\cdot M\cdot a$) зависимость периода колебаний весов от общей массы, помещенной на площадку. Тогда мы могли бы измерить период колебаний при нагрузке в виде тела неизвестной массы, а затем в виде какой-нибудь эталонной массы и вычислить неизвестную массу.

Задача 2. Математический анализ инерционных весов. (Задача трудная, но стоит попытаться ее решить, чтобы облегчить себе решение задачи 3.)

1) Рассмотрев внимательно общее соотношение $F=K\cdot M\cdot a$ и соотношение $s=at^2/2$ для равномерно-ускоренного движения (в данном случае движение неравномерно-ускоренное), попытайтесь угадать характер зависимости между T, периодом колебаний и M, общей массой площадки и нагрузки («угадать» — значит, основываясь на некоторых рассуждениях, высказать предположение о характере этой зависимости: будет ли она иметь вид $T\sim M$, или $T\sim M^2$, или какой-нибудь иной вид). Выберите в качестве допущения некую форму записи закона Гука для связи между F и s. (У к а з а н и е. Хотя в данном случае ни сила, ни ускорение не являются постоянными, можно применить соотношения того же вида. Для заданного отклонения s площадки весов сила F, развиваемая изогнутыми пружинами, одна и та же независимо от того, нагружена площадка или нет. Действительно, отношение F/s представляет собой своего рода постоянную пружин. Пружинам все равно, что находится на площадке весов: если их отогнуть, они разгибаются независимо ни от чего.)

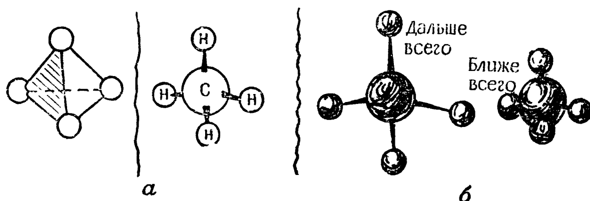
2) Если вы выдвинули какое-то предположение относительно указанной выше зависимости, скажите, как бы вы применили его для сравнения неиз-

вестной массы куска свинца с эталонной массой 1 кг? Вспомните, что площадка P сама обладает некоторой (неизвестной) массой, которую надо как-то учесть.

Обратите внимание, что сила тяжести не играет никакой роли в измерениях с этим прибором; измерения представляют собой истинное сравнение масс. Правда, такой прибор годится лишь для грубых демонстрационных опытов, но соответствующие измерения с атомами, колеблющимися в молекуле, могут дать очень многое.

Задача 3. Сравнение масс атомов

Спектроскописты, изучая свечение возбужденных молекул, могут измерить период колебаний атомов, связанных в массивную молекулу какого-нибудь химического вещества. Если вы решили приведенные выше задачи, попробуйте сообразить, как изменится период колебаний при замене атома водорода атомом тяжелого водорода (удвоенной массы), приняв, что «растяжение» удерживающей атом «пружины» остается неизменным. Фактически, когда был открыт тяжелый водород, играющий теперь такую важную роль в ядерных исследованиях, подобный способ послужил первой проверкой его массы. На фиг. 164 показаны результаты такого эксперимента, проведенного на молекулах газообразного метана[1] CH_4. *Согласуются ли они с высказанным вами только что предположением?*



Фиг. 164. Колебания молекулы метана.

а — молекула метана содержит 4 атома водорода, расположенных по четырем углам симметричной пирамиды вокруг атома углерода; *б* — в одном из видов колебаний молекулы все 4 атома движутся, то удаляясь от атома углерода, то приближаясь к нему.

Задача 4. Масса и вес

Отправляясь в путешествие, ученый уложил свои вещи в одинаковые картонные коробки из-под бакалейных товаров. Заполнив несколько таких коробок книгами, а несколько — подушками и одеялами, он обнаружил, что забыл пометить коробки, и решил установить, что где находится. Распознать коробки можно следующими двумя способами:

1) нагнуться и попытаться поднять каждую коробку;

2) ударом ноги сообщить каждой коробке скорость (коробки находятся на очень гладком полу).

а) Что сравнивает ученый при первом способе проверки — массы или веса?

---

[1] Период колебаний атома водорода в молекуле метана равен 0,0000000000000114 *сек*, или $1{,}14 \cdot 10^{-14}$ *сек*; период колебаний атома тяжелого водорода равен 0,0000000000000160 *сек*, или $1{,}60 \cdot 10^{-14}$ *сек*.

б) Что он сравнивает при втором способе?
в) Дайте краткое обоснование вашим ответам на эти вопросы.
г) Какие величины будет сравнивать ученый, если попробует проверить коробки вторым способом, но на сильно шероховатом полу?

Более простой вариант соотношения $F = K \cdot M \cdot a$. Абсолютные единицы силы

Соотношению $F = K \cdot M \cdot a$ можно придать более простой вид, сделав так, чтобы постоянная K приняла значение 1,0000. Тогда мы получим $F = M \cdot a$. Для этого специально подберем единицу силы [1]. В любом случае единица силы необходима, поскольку мы рассматриваем эталонный килограмм как неизменную единицу постоянной величины — массы. Нам нужна универсальная единица силы, которая бы не была похожа на силу, разную в различных местах, как единица веса. В наших демонстрационных опытах мы пользовались, так сказать, доморощенной единицей — странгом, теперь же мы должны определить стандартную единицу.

Пока мы записываем второй закон Ньютона в виде $F = K \cdot M \cdot a$, мы можем выбрать любые единицы для F, M и a и придать постоянной K такое значение, при котором формула будет правильно описывать реальные явления [2]. Если же мы фиксируем значение K, выбрав $K = 1$, то не можем выражать F, M и a в любых единицах. Можно выбрать единицы для двух из этих величин, тогда наш выбор $K = 1$ определит единицу для третьей величины. Мы выбираем килограммы для M, метры в секунду за секунду для a и получаем, что соотношение $F = M \cdot a$ определяет нам единицу силы.

---

[1] Мы можем сделать $K = 1$ путем подбора единиц точно таким же способом, как ученые времен Наполеона приравняли плотность воды единице, выбрав, исходя из этого, величину грамма. Они решили определить грамм как массу одного кубического сантиметра воды, пытаясь для этого (не вполне успешно) изготовить эталон килограмма из такого количества металла, который уравновешивал бы 1000 *см*³ воды. Если бы им это удалось, то тем самым плотность воды была бы сделана равной в точности 1,000 *г/см*³. Заметим, что плотность не равна просто 1, а 1 *г/см*³. Наша постоянная K равна не просто 1, а 1 (*ньютон*)/(*кг* · *м/сек*²). Однако об этом редко вспоминают.

[2] Например, эксперимент показывает, что сила, равная земному притяжению, действующему на 2 *т*, сообщает 1000 *кг* ускорение, близкое к 730 *дюйм/сек*². Если мы хотим воспользоваться этими непривычными и неудобными единицами, мы должны так подогнать значение K, чтобы соотношение $F = K \cdot M \cdot a$ оставалось справедливым.

Тогда 2 *т* силы $= K$(1000 *кг*) ·(730 *дюйм/ сек*²). Следовательно, постоянной K нужно придать значение 2/730 000. Соотношение $F = (2/730\,000) \cdot M \cdot a$ справедливо для приведенных выше данных, и мы полагаем, что оно сохранится для любого набора результатов измерений, выраженных в таких же нелепых единицах.

Найдем величину получаемой при этом единицы. Примем в соотношении $F=K\cdot M\cdot a$ постоянную $K=1$ (выберем ее такой) и предположим, что мы сообщаем 1 *кг* ускорение 1 *м/сек*². Тогда $M=1$, $a=1$ и сила F дается произведением $K\cdot M\cdot a=1\cdot 1\cdot 1=1$. Это единичная сила. Мы называем эту единицу один *ньютон* (название выбрано произвольно, но вполне удачно). Мы видим, что 1 *ньютон* — это *сила*, которая сообщает *массе* 1 *кг ускорение* 1 *м/сек*². Это *универсальная* единица силы. Куда бы мы ни перенесли наши приборы, однокилограммовая масса остается одной и той же, и где бы мы ни придали ей ускорение 1 *м/сек*², необходимая для этого сила будет иметь неизменную стандартную величину, которую покажут любые пружинные весы или силомер. Единица *ньютон* называется *абсолютной единицей* силы.

«Хорошие» и «плохие» единицы силы

Мы называем эту абсолютную единицу силы «хорошей» единицей, потому что она постоянна и ее можно использовать для выражения каких угодно сил, в том числе веса, при вычислениях с помощью соотношения $F=M\cdot a$. Килограмм силы (*кГ*) мы считаем «плохой» единицей, поскольку ее величина изменяется от места к месту на поверхности Земли.

Единица силы 1 *кГ* (1 килограмм силы) — это сила земного притяжения, приложенная к 1 *кг* и придающая ему вес. Изменения этой силы от места к месту на поверхности Земли достаточно малы, и в технике ими можно пренебречь. Поэтому, как мы знаем, инженеры

Пункт измерения	Величина единицы силы	
	Значение 1 *ньютона*	Значение 1 *килограмма силы*
Поверхность Земли, экватор	1 *ньютон* (=1 *кг·м/сек*²)	Земное притяжение 9,78 *ньютон*
Поверхность Земли, Северный полюс	То же	Земное притяжение 9,83 *ньютон*
6800 *км* над поверхностью Земли	» »	Земное притяжение 2,45 *ньютон*
Поверхность Луны	» »	Лунное притяжение * 1,6 *ньютон*
Центр Земли	» »	Земное притяжение = 0 *

* Существуют также *очень* малые притяжения со стороны Земли и Солнца на Луне и со стороны Луны и Солнца на Земле, но их влияние незаметно.

часто пользуются в своих расчетах единицей силы 1 *кГ*[1]. В этом курсе мы будем говорить об этой «технической» единице силы (1 *кГ*) как о «плохой» единице, потому что она:

1) не является постоянной, как ньютон;
2) не удовлетворяет соотношению $F=Ma$, а заставляет перейти к видоизмененному соотношению $F=(W/g)\cdot a$, что приводит к путанице;
3) сильно мешает составить ясное представление о массе.

Как велик ньютон? «Абсолютные» единицы и «плохие» единицы

Чтобы сопоставить новую (абсолютную) единицу с «плохой» единицей, килограммом силы, проделаем воображаемый опыт, используя соотношение $F=M\cdot a$. Предположим, что 1 *кг* вещества притягивается под действием собственного веса(1 килограмма силы) и что никакие другие силы на него не действуют, т. е. предположим, что он свободно падает. Измерим ускорение: оно близко к 9,80 *м/сек*^{2}. Значит сила, которая приложена к 1 *кг* и дается соотношением $F=M\cdot a$, равна (1 *кг*) (9,80 *м/сек*^{2}), или 9,80 *ньютон* [2].

---

[1] До последнего времени инженеры считали, что основные задачи, которые им приходится решать, связаны с весом предметов вблизи поверхности Земли, поэтому выбранная ими единица — килограмм силы — удобна для работы. Тем временем физики, заглянув внутрь атомов, пришли к выводу, что в их задачах важнее всего *масса*, тогда как вес не играет существенной роли в мире атомов и вводит в заблуждение при решении проблем астрономии. Поэтому физики предпочитают записывать закон Ньютона в виде $F=M\cdot a$, беря килограмм в качестве единицы массы. В современную эпоху инженерные проблемы требуют нового подхода: космические полеты совершаются в области, где g имеет различные значения, а ядерная техника имеет дело с атомными частицами, для которых важное значение имеет масса и даже изменения массы. Новая техника сливается с новой физикой, когда инженерам приходится выражать силу в абсолютных единицах и ясно представлять себе, что такое масса.

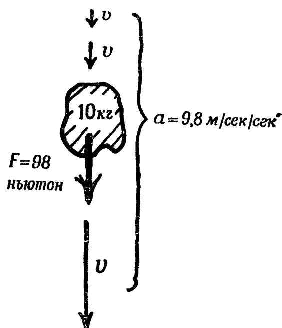
[2] Смена единиц кажется нам здесь чем-то похожим на внезапное переключение одних единиц на другие. На самом деле, мы лишь заменили одно название другим, перейдя от *кг*·*м/сек*^{2} к более короткому наименованию *ньютон*. Когда мы пользуемся соотношением $F=M\cdot a$, мы выражаем F в ньютонах и, следовательно, имеем в левой части уравнения некоторое количество ньютонов, а в правой части у нас килограммы, умноженные на *м/сек*^{2}. Следовательно, мы должны считать, что ньютон — это то же самое, что *кг*·*м/сек*^{2}. Или, в частном случае, если $F=1$, $M=1$ и $a=1$, мы имеем

$$1\ \textit{ньютон} = 1\ \textit{кг}\cdot 1\ \textit{м/сек}^2,$$

что дает нам связь между единицами: 1 *ньютон*=1 *кг*·*м/сек*^{2}. Это соотношение вытекает из простого факта, что *ньютон* сообщает 1 *кг* ускорение 1 *м/сек*^{2}, в самом деле это следует из определения ньютона. (Обратите внимание, что

Следовательно, сила в 1 *кГ* в Нью-Йорке равна приблизительно 9,80 *ньютон*. (На Северном полюсе 1 *кГ* близок к 9,83 *ньютон*. Килограмм силы, т. е. килограмм веса, должен иметь другое значение из-за более сильного притяжения Земли на Северном полюсе, а стандартный ньютон остается неизменным.)

Этот же переводной множитель применим к любому весу. Камень массой 10 *кг* падает с ускорением 9,8 *м/сек/сек*, поэтому



Фиг. 165. Как велик 1 ньютон?

действующая на него сила притяжения (его вес) должна быть (10 *кг*) (9,8 *м/сек*^{2}), или 98 *ньютон*. Вес массы M килограммов вещества равен $9{,}80 \cdot M$ *ньютон*.

И наоборот, сила (9,80 M) *ньютон* равна M килограммам силы. Следовательно,

$$1 \text{ ньютон} = \frac{1}{9{,}80} \text{ кГ (в Нью-Йорке)} \approx \frac{1}{10} \text{ кГ},$$

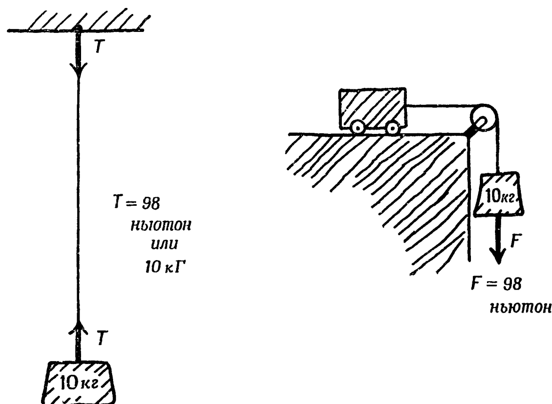
$$\approx \frac{1}{4} \text{ кГ}$$

Таким образом, держа на ладони пачку масла в 100 *г*, вы будете ощущать силу, равную примерно 1 *ньютон*.

Нам нередко приходится переводить «плохие» единицы, такие, как килограмм силы, в «хорошие» единицы, вроде ньютонов, и наоборот. Дело в том, что мы часто прикладываем силу, подвешивая к предметам грузы, и то, что нам известно, это масса груза в килограммах. Значит, сила, приложенная со стороны груза, представляет собой притяжение Земли, действующее на груз (его вес).

во всех этих рассуждениях мы забыли постоянную $K=1$, присутствующую в скрытой форме в соотношении $F=M \cdot a$. Если мы считаем, что постоянная K выражается в некоторых единицах, как об этом говорилось в одном из предыдущих примечаний, то связь между единицами станет самоочевидной, но запись будет более громоздкой и нужно будет не забывать каждый раз подставлять единицы для K. В этом курсе мы забудем о K и будем рассматривать *ньютон* как название единицы *килограмм·метр/сек*^{2}.)

Чтобы подставить эту силу в соотношение $F=M\cdot a$, необходимо перевести столько-то килограммов силы в ньютоны. С другой стороны, мы привыкли судить о силах по весу, поэтому в повседневной жизни и в технике мы говорим о силе в столько-то килограммов. Весы представляют собой в основном прибор для измерения сил, но проградуированы они в килограммах. Пока мы имеем дело с силами, которые находятся в равновесии (например, при решении задач о рычагах, кранах, блоках и т. д.), можно выражать их в «плохих» единицах, поскольку нас интересуют лишь отношения сил. Но даже и в этом случае, чтобы помнить, что речь идет о единицах *силы*, мы должны обозначать их как *кГ* (=килограмм силы)



Фиг 166. Силы, выраженные в ньютонах.

в отличие от обозначения *кг*, которое относится к массам. Но в любом случае, обращаясь к соотношению $F=M\cdot a$, мы должны пользоваться единицами силы, удовлетворяющими этому соотношению, т. е. *абсолютными единицами*, такими, как ньютон, при которых $K=1$ в «выражении» $F=K\cdot M\cdot a$.

Технические единицы

Единицы, которые мы называем «плохими», например *кГ*, называют обычно «техническими». Многие инженеры охотно пользуются этими единицами и питают к ним полное доверие, считая, что простые задачи легче решать с их помощью. Но путаница, возникающая при пользовании одними и теми же единицами для силы и массы, мешает этим инженерам отчетливо уяснить себе понятие

массы. Поэтому даже в практических расчетах они часто забывают о множителе 9,8, и это кончается тем, что ответ получается почти в 10 раз завышенным или заниженным.

Совет учащимся, которые пользуются технической системой единиц

Недостатки технической системы маскируют, используя вместо M величину W/g [т. е. (*вес*)/(*ускорение силы тяжести*)]. Это позволяет легко решать самые элементарные задачи, но в более сложных и более серьезных задачах оказывается неудобным и ведет к путанице. Множитель $1/g$ в соотношении $F=(W/g)$ (a) — это значение, которое должна принимать постоянная K при выражении силы в технических единицах, а употребление W вместо M представляет собой честную попытку написать массу. Честную, но вводящую в заблуждение. Столь важная при рассмотрении движения и энергии *масса* не выступает при этом как ясное, недвусмысленное понятие.

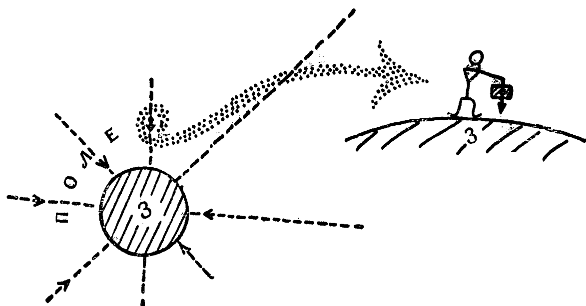
Если вы привыкли раньше пользоваться этой системой единиц, *убедительно советуем вам начать сызнова и перейти к абсолютным единицам.*

Напряженность поля силы тяжести

Не говоря, что же мы понимаем под силой тяжести, можно выразить установленную экспериментально связь между весом и (гравитационной) массой, представив себе, что существует «силовое поле», простирающееся от Земли во все стороны подобно щупальцам, готовым захватить и притянуть вниз любую массу, оказавшуюся в пределах поля. Само по себе поле не является силой, это некое состояние готовности подействовать на массу с силой притяжения.

Если поместить массу 1 *кг* вблизи поверхности Земли, то сила притяжения будет равна 9,80 *ньютон*. Сила притяжения, действующая на 10 *кг*, равна 98 *ньютон*, а на массу M килограммов — (M) (9,8) *ньютон*. Таким образом, мы говорим, что *«напряженность» поля равна* 9,8 *ньютон* на *килограмм*. Мы представляем себе, что поле готово подействовать на любой кусок вещества с силой притяжения 9,8 *ньютон* на каждый килограмм вещества. Эта напряженность поля *9,8 ньютон/кг* дает нам очень удобный способ рассмотрения задач, в которых фигурирует вес. Число 9,8 появляется, если рассматривать измерение ускорения свободного падения как эксперимент по проверке соотношения $F=M\cdot a$; однако,

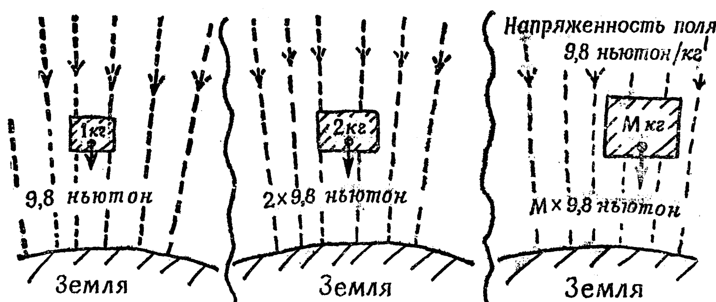
пользуясь этим множителем, мы должны представить его себе как напряженность поля 9,8 *ньютон/кг*, а не как ускорение 9,80 *м/сек/сек*. Чтобы найти *силу*, с которой поле притягивает



Фиг. 167. Поле силы тяжести Земли.

какую-нибудь массу, нужно умножить массу (в *кг*) на напряженность поля (9,8 *ньютон/кг* вблизи поверхности Земли).

В любой задаче, связанной с применением соотношения $F = M \cdot a$ *(или других соотношений, выведенных из него), силы должны быть*



Фиг. 168. Земля притягивает тела с силами, пропорциональными их массам.

«Напряженность» поля — это сила притяжения, с которой оно действует на 1 *кг* массы внесенного в поле тела.

выражены в абсолютных единицах — ньютонах, а если некоторые из них даны в виде весов (например, в *кГ*), то *нужно сначала воспользоваться напряженностью поля* (9,8 *ньютон/кг*) *и найти значение соответствующего веса в абсолютных единицах.*

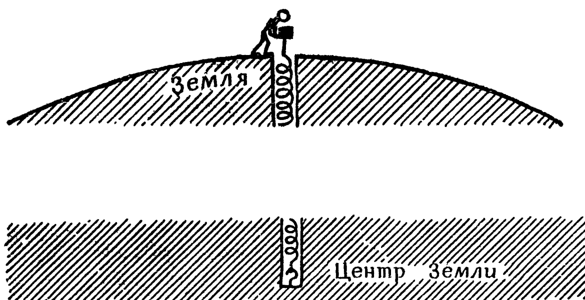
Наоборот, при пользовании соотношением $F = M \cdot a$ или другим равнозначным для вычисления силы ответ получится в абсолютных единицах, и если вы хотите узнать, какую массу притягивала бы с этой силой Земля, вам опять-таки нужно воспользоваться напряженностью поля.

Задача 5. Напряженность поля силы тяжести Земли в системе СГС

Напряженность поля силы тяжести Земли в системе единиц метр — килограмм — секунда *равна 9,8 ньютон/кг. Укажите ее значение и единицы измерения в системе единиц* сантиметр — грамм — секунда.

СВОЕОБРАЗНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

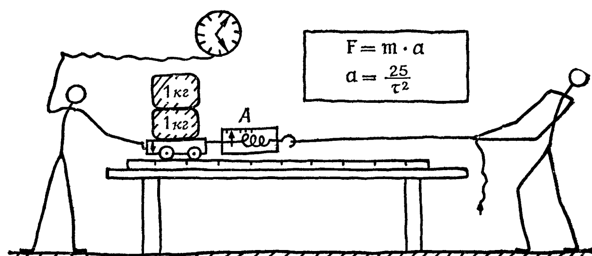
Опыт 3. Попытайтесь «почувствовать» притяжение Земли, поднимая и опуская тяжелую книгу. На самом деле вы знаете, что просто прикладываете силу, противодействуя весу книги. Но, закрыв глаза, вообразите, что вы растягиваете некую гигантскую пружину, которая тянется от книги к центру Земли (фиг. 169). Чувствуете, как пружина растягивается и сжимается, когда вы поднимаете и опускаете книгу? Можно почти загипнотизировать себя и поверить в существование такой пружины. Тогда вы в известном смысле почувствуете поле силы тяжести Земли. Если вам не нравится, что пружина невидима, то ведь и поле тоже невидимо.

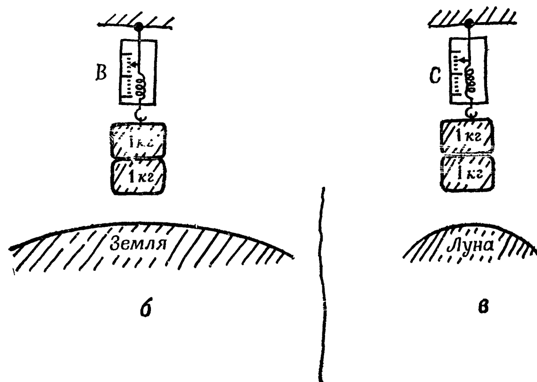


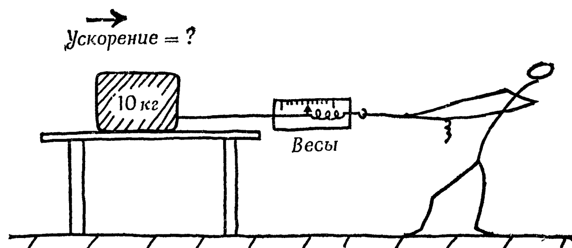
Фиг. 169.

Задача 6. Масса и вес на Луне и на Земле

Предположим, что в каком-то будущем веке некая «Корпорация научных исследований» создала две лаборатории — на Луне и на Земле, между которыми поддерживаются регулярные сообщения с помощью ракет. Обе лабора-







Фиг. 170. Калибровка весов и схема проведения опытов.

а — весы *A* градуированы в ньютонах; *б* — весы *B* градуированы на Земле в «килограммах»; *в* — весы *C* градуированы на Луне в «килограммах».

тории пользуются эталонами килограмма, которые всюду одинаковы, и посылают некоторые из них на Луну, а некоторые используют на Земле. Брикет льда обтесывают в лаборатории так, чтобы масса его была в точности 10,0 кг и пользуются им как тележкой, которую можно перемещать по горизонтальной абсолютно гладкой поверхности стола для экспериментов с измерением ускорения на Земле и на Луне. Брикет льда не крошится и не тает, когда его посылают при помощи ракеты на Луну и обратно,— его масса остается неизменной и равной 10 кг (фиг. 170).

а) Какова масса брикета, когда он находится на Луне,— такая же, как на Земле, или нет?

Экспериментаторы располагают пружинными весами A, проградуированными в ньютонах (в предварительных опытах с тележкой на рельсовых путях). Они тянут брикет с помощью этих весов по столу, прикладывая к нему горизонтальную силу 4 ньютон.

б) Какое ускорение сообщает льду сила 4 ньютон в земной лаборатории? Дайте краткое объяснение.

в) Какое ускорение сообщает этому же брикету сила 4 ньютон в лунной лаборатории? Дайте краткое объяснение.

Пружинные весы B без шкалы градуируют в кГ, т. е. в «килограммах веса», обусловленного притяжением Земли, подвешивая универсальные килограммы в земной лаборатории.

Пружинные весы C (тоже без шкалы) посылают на Луну и градуируют там в «килограммах веса», обусловленного притяжением Луны, подвешивая универсальные килограммы в лаборатории на Луне, где поле силы тяжести значительно слабее.

г) В земной лаборатории тот же брикет льда тянут по горизонтальной поверхности с помощью пружинных весов B (прокалиброванных в земной лаборатории). Каково ускорение брикета, если пружинные весы показывают 2,0? Дайте краткое объяснение.

Задачи на силу и движение

Соотношение $F = M \cdot a$ ведет нас к рассмотрению количества движения и энергии, которые понадобятся нам, когда мы будем заниматься планетами и атомами. Задачи с применением формулы $F = M \cdot a$ часто кажутся надуманными и скучными, но они полезны, так как заставляют поразмыслить над силой. Попытайтесь решить задачи 7—10. Проработайте эти задачи, заполняя места, оставленные для ответов. Помните, что всякий раз, пользуясь в этих задачах соотношением $F = M \cdot a$, следует выражать M в килограммах, а силу в ньютонах. Если встретившиеся вам силы представляют собой веса тех или иных предметов (т. е. притяжения предметов Землей), то нужно иметь в виду, что эти силы ничем не отличаются от всех остальных и их тоже следует выражать в ньютонах. Помните, что, пользуясь для нахождения какой-нибудь силы соотношением $F = M \cdot a$, вы автоматически получите ответ в ньютонах.

Задача 7

Автомобиль, двигавшийся со скоростью 40 м/сек (36 км/час), врезался в стену, в результате чего конечная скорость его оказалась равной нулю. Все столкновение продолжалось 0,10 сек. Вычислите силу, действовавшую при столкновении, ответив на следующие вопросы.

1) Конечная скорость равна ———— м/сек.
Начальная скорость равна ———— м/сек.
Изменение скорости равно ———— м/сек.
Время, за которое происходит это изменение ———— сек.
Ускорение равно ———— м/сек.

(Это ускорение в точности равно среднему за время торможения. У нас нет гарантии, что это постоянное отрицательное ускорение, но проведенный расчет дает эффективное среднее значение, необходимое для вычисления эффективного среднего значения силы.)

Примечание. Мы получим этот результат быстрее, если, считая ускорение постоянным, подставим его в обычное соотношение $v=v_0+at$. Выше мы так и поступили.

2) Чтобы вычислить силу, действовавшую во время столкновения, мы должны знать массу автомобиля. Предположим, что она равна 1600 кг.

Подставляя найденное выше ускорение в формулу $F=M\cdot a$, находим, что сила, действовавшая на автомобиль во время столкновения, должна быть равна ————.

Пользуясь соотношением $F=M\cdot a$, нужно брать в качестве единиц, в которых выражается F, ————.

Чтобы представить себе величину этой силы, выразите ее в более знакомых единицах. Предположим, вы хотите приложить эту силу к вертикально свисающему стальному тросу, подвесив к нему груз в виде огромного куска железа. Необходимое количество железа составит ———— килограммов, или примерно ——— тонн.

Задача 8

Человек прыгает с подоконника на твердый пол; подоконник находится на высоте 1,2 м над полом. Оцените силу, с которой пол действует на человека во время замедления его движения при соприкосновении с полом. Предположим, что масса человека равна 100 кг, и он, касаясь пола, забывает по недомыслию согнуть ноги в коленях, в результате чего суммарная «упругая деформация» ступней и пр. в процессе замедления движения составляет всего 25 мм (сжатие пола, ступней, голеностопного сустава, ботинок, позвоночника и т. д.).

Чтобы вычислить силу, необходимо знать (отрицательное) ускорение человека во время остановки. Для этого нужно знать его скорость непосредственно перед «приземлением», т. е. началом замедления движения, сразу же по окончании процесса замедления и промежуток времени, в течение которого продолжается этот процесс.

1) Вычислите скорость человека в конце падения, непосредственно перед касанием пола, с помощью формулы $v=v_0+at$. Для этого нужно знать время падения t, поэтому вычислите его в первую очередь. Поскольку падение начинается из состояния покоя, длина пути равна 1,2 м, а ускорение 9,8 м/сек², соотношение $s=v_0t+{}^1/_2at^2$ дает ——— = = ———— + ————.

Таким образом, время падения t равно ——— сек.

Тогда соотношение $v = v_0 + at$ *дает конечную скорость*
$v =$ ——————— + ——————— = ——————— *м/сек.*

2) Конечная скорость человека непосредственно по окончании замедления *равна* ——————— *м/сек.*

3) Чтобы вычислить промежуток времени, за который происходит процесс замедления человека, нужно найти его среднюю скорость во время этого процесса. Используя приведенные результаты, находим среднюю *скорость* во время процесса замедления *равной* ——— *м/сек.*

С этой средней скоростью *человек проходит расстояние «упругой деформации» 25 мм, или* $^1/_{40}$ *м, за время* ———— *сек.*

4) За вычисленное время скорость меняется от ———— *м/сек непосредственно перед началом замедления движения до* ———— *м/сек непосредственно по окончании замедления.*

Следовательно, ускорение во время «приземления» равно ——— *м/сек*^{2}.

5) Таким образом, сила, с которой пол действует на человека при прыжке, равна ——————— ———————.
(единицы)

6) Эта сила, выраженная в более знакомых «плохих» единицах, равна ———— *кГ.*

7) Вывод. Когда прыгают подобным образом, ————

8) Предположим, что человек сгибает ноги в коленях, в результате чего полная «деформация» равна 250 мм; тогда сила, действующая на него при «приземлении», близка к ———— *кГ.*

Задача 9. (Метод решения такой же, как в задаче 7.)

Футболист, ударив по покоящемуся мячу с массой $^1/_2$ *кг, сообщает ему скорость 14 м/сек. Оцените силу удара, если соприкосновение между ногой и мячом длится* $^1/_{50}$ *сек.*

Среднее ускорение во время соприкосновения ноги с мячом должно быть равно ——————— · ———————
(единицы)

Среднее значение силы должно быть равно ——————— · ———————.
(единицы)

Эта сила, выраженная в «плохих» единицах, равна ———— *кГ.*

Задача 10. (Важная задача с точки зрения обсуждения теории относительности в дальнейшем.)

Человек массой 80 кг стоит на пружинных весах в лифте (фиг. 171). Укажите, ответив на приведенные ниже вопросы, каких показаний весов можно ожидать в каждом из следующих случаев, если законы Ньютона дают верное описание явлений:

а) лифт все время находится в покое;

б) лифт равномерно движется вверх со скоростью 0,5 м/сек;

в) лифт движется вверх с ускорением 4 м/сек/сек;

г) лифт движется вниз с ускорением 5 м/сек/сек.

Общий анализ

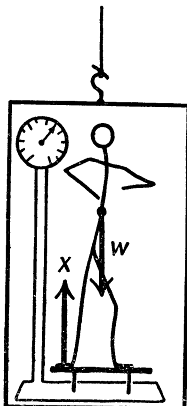
Пружинные весы не дают *нам вес (силу притяжения со стороны Земли) человека. Они показывают лишь,* насколько сильно его ступни давят на платформу весов.

Единственными внешними силами, действующими на человека, *являются:*

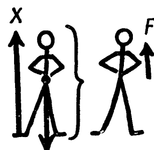
1) притяжение Земли (вес человека) W;

2) сила X, с которой платформа весов давит на ступни человека. Результирующая этих внешних сил X — W представляет собой силу, которая сообщает человеку ускорение.

Предположим, что третий закон Ньютона (действие равно противодействию) справедлив во всех случаях. Этот закон говорит нам, что сила давления на ступни человека со стороны платформы всегда равна и противоположно направлена силе давления ступней человека на платформу и что эту силу давления, направленную вниз, как раз



Фиг. 171.



Фиг. 172.

и показывают весы. Заметьте, что третий закон Ньютона не утверждает, *что силы X и W всегда равны.*

а) Когда лифт находится в состоянии покоя *(не обладает ускорением),* результирующая *сила, действующая на человека, равна ——— и, следовательно, сила X, с которой на него давит платформа, должна быть равна ——— кГ, т. е. весы будут показывать ——— кГ.*

б) Когда лифт равномерно движется *вверх со скоростью 0,6 м/сек (не обладает ускорением), результирующая сила F, действующая на человека, равна ———, следовательно, весы будут показывать —— кГ. Может ли человек, находясь в лифте, который движется плавно и бесшумно, определить, движется ли вообще лифт (окон нет)?*

в) Когда лифт движется вверх с ускорением 4 м/сек, результирующая сила, *действующая на человека, должна быть в точности равна силе, необходимой, чтобы сообщить человеку это ускорение, направленное вверх; эту силу F дает соотношение F=M·a.*

$$F = M \cdot a = (\quad)\cdot(\quad) = \underline{\qquad}.$$

Поскольку мы пользуемся соотношением F=M·a, то сила F должна быть выражена в единицах, называемых ———. Эта сила F должна быть результирующей двух сил: силы, с которой на человека дей-

ствует платформа весов, и веса человека. Вес человека, выраженный в тех же единицах, что и F, равен ——— · ——— (единицы). *Результирующая сила* $F=$(Реакция платформы, направленная вверх, X) — (Вес, направленный вниз, W). *Следовательно, сила реакции X платформы весов должна быть равна* ——— · ——— (единицы). *Эта сила равна и противоположна по направлению силе, с которой человек давит на весы и которую показывают весы. Таким образом, при ускоренном движении весы будут показывать* ——— *кГ.*

г) *Вычислите на отдельном листе бумаги показание весов при движении лифта* вниз *с ускорением 5 м/сек/сек. Весы будут показывать* ——*кГ. Сопроводите расчет кратким объяснением.*

д) *Может ли человек быть уверен, что лифт движется ускоренно, если в нем нет окон, а движение совершается плавно и бесшумно? Вместо того чтобы считать, что лифт приобрел ускорение, человек мог бы прийти к выводу о других происшедших вокруг него изменениях. Каких именно?*

Действие и противодействие

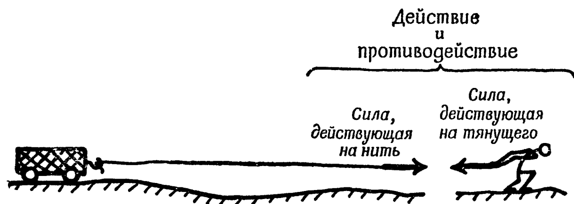
Нить передает силу или натяжение без всяких изменений. Если прикрепить длинную нить к тележке и потянуть за свободный конец с силой 49 *ньютон*, то нить передает эту силу 49 *ньютон* и прикладывает ее к тележке (фиг. 173). *Вы* тянете *нить* с силой



Фиг. 173. Силы, действующие на нить.

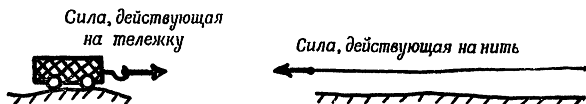
49 *ньютон* вперед, а *нить* в это время тянет *вас* с силой 49 *ньютон* назад. Попробуйте проделать такой опыт, и вы убедитесь в этом. Эти две силы, приложенные в том месте, где вы взялись рукой за нить, называются «действием и противодействием». Мы будем считать не требующим доказательств, что обе эти силы при всех обстоятельствах равны и противоположно направлены (фиг. 174). Невозможно натянуть нить, не испытав при этом силы со стороны нити. (Точно так же нельзя давить на стену или пол, не испытывая давления со стороны стены или пола. Нельзя ударить кого-нибудь кулаком по голове, не испытав ответного действия головы.) Там, где нить прикреплена к тележке, приложена еще одна пара «действие и противодействие». В этом месте нить тянет тележку вперед, а тележка тянет нить назад (фиг. 175). Силы действия и противо-

действия не уравновешивают друг друга, потому что они приложены к *разным телам*. Рукой вы создаете силу, действующую на нить в направлении вперед, а сила реакции нити действует только



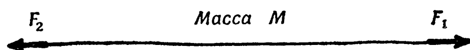
Фиг. 174. Действие и противодействие.

на вашу *руку*. Попробуйте это проделать и можете это почувствовать. В месте прикрепления нити к тележке на нить действует только сила со стороны тележки, направленная назад. Таким обра-



Фиг. 175. Силы, действующие в противоположные стороны.

зом, нить растягивается силами, приложенными к обоим ее концам со стороны руки и тележки. К нити приложены только эти силы, и если они не уравновешиваются, то их результирующая будет сообщать нити ускорение. Применяя формулу $F=M\cdot a$ к ничтожно

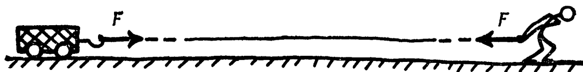


Фиг. 176. Силы, действующие на «выделенную» нить.

Результирующая сила $F_1-F_2=M\cdot a=$(почти 0)$\cdot(a)=$ = практически 0 при очень легкой нити; следовательно, F_1 и F_2 равны.

малой массе тонкой нити, вы увидите, что результирующая сила должна быть пренебрежимо мала (фиг. 176). Поэтому силы, растягивающие нить за оба конца, должны уравновешиваться, даже если нить движется с ускорением. (Разумеется, если речь идет об ускоренном движении массивного каната, обе силы должны достаточно отличаться друг от друга, чтобы результирующая сила могла придать канату ускорение.)

Предположим, что силы действия и противодействия равны и противоположно направлены как у того конца нити, где вы держите ее рукой, так и в месте прикрепления нити к тележке. Значит, наша невесомая нить, растягиваемая одинаковыми силами, должна

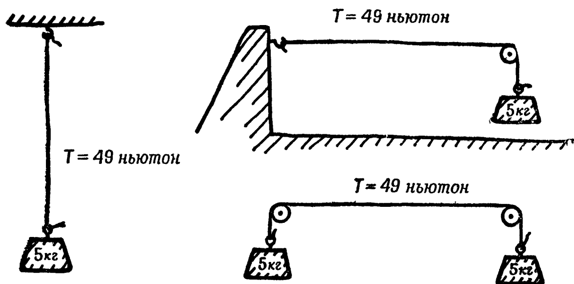


Фиг. 177. Нить тянет тележку и человека с одинаковыми по величине и противоположно направленными силами.

точно так же тянуть руку и тележку с одинаковыми силами, направленными к середине нити (фиг. 177). Иначе говоря, нить тянет тележку вперед с точно такой же силой, с какой она тянет вашу руку назад. Это возвращает нас к исходному утверждению, заключающемуся в том, что усилие целиком передается вдоль нити.

Натяжение

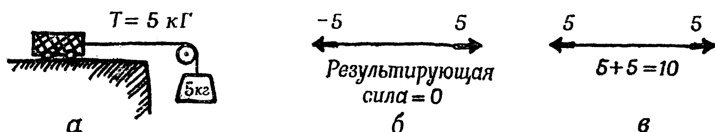
Мы называем это усилие, развиваемое нитью, *натяжением*. Таким образом, натяжение — это сила, действующая на каждом из концов нити, или усилие, которое развивает нить, если ее перерезать в любой точке и привязать к стене. Чтобы создать в нити



Фиг. 178. Натяжение.

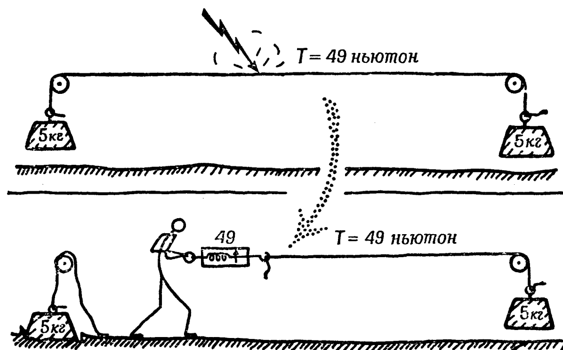
натяжение 49 *ньютон*, подвесьте к ней груз 5 *кг* или, если нить расположена горизонтально, прикрепите груз 5 *кг* к одному концу нити, перекинув нить через блок (фиг. 178). Второй конец нити должен быть закреплен, или к нему тоже нужно прикрепить груз

5 *кг*, опять-таки воспользовавшись блоком. Натяжение в последнем случае по-прежнему будет 5 *кГ* (49 *ньютон*), а не вдвое больше,



Фиг. 179.

хотя нить растягивают два груза по 5 *кг*, прикрепленные к обоим ее концам [1]. Именно такую силу развивает нить, в каком бы месте



Фиг. 180.

вы ее ни перерезали; если разрезать нить и вставить между обоими кусками пружинный динамометр (фиг. 180) то показание динамометра будет равно именно этой силе.

---

[1] Если вас это озадачивает, то подумайте над следующими тремя утверждениями в отношении силы, действующей на нить (фиг. 179):

а. Сила, которую развивает (или которую испытывает) нить на каждом из концов, равна 5 *кГ*.

б. Результирующая сила, приложенная к нити (5 *кГ*)+(—5 *кГ*)=0.

в. Полная сила (5 *кГ*)+(5 *кГ*)=10 *кГ*.

Сила в формулировке *а* — очень удобное понятие, оно говорит нам о том, как нить способна воздействовать на предметы, которые она тянет, и заслуживает присвоенного ему названия «натяжение».

Схема *б* правильная, но не пользующаяся успехом. Мы уже употребляли термин «результирующая сила». Сила в случае *в* не имеет практического значения, и мы не даем ей никакого названия.

Таинственная потеря натяжения: подробный разбор одной задачи

Предположим, что тележке, находящейся на горизонтальной поверхности стола, сообщается ускорение с помощью подвешенного груза. (фиг. 181). Притяжение Земли, действующее на груз (вес груза), представляет собой результирующую силу, которая придает ускорение обоим телам, связанным вместе. (На тележку тоже действует притяжение Земли, направленное вниз, но со стороны горизонтальной поверхности стола на тележку действует равная по величине и противоположно направленная сила, уравновешивающая земное притяжение.) *Масса*, которой сообщает ускорение эта результирующая сила, равна сумме масс тележки и груза, поскольку ускорение груза (направленное вниз) точно такое же, как ускорение тележки (направленное вдоль стола). Раньше для определения силы, тянущей тележку, мы пользовались силомером и могли применить соотношение $F=M\cdot a$ к тележке. Теперь, не прибегая к этому прибору, мы знаем лишь результирующую силу, которая сообщает ускорение обоим телам вместе. Поэтому в приведенном примере мы должны записать:

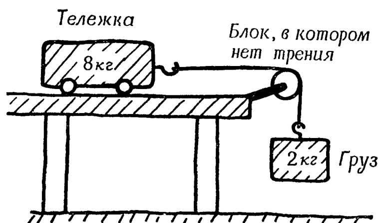
ДВИЖУЩАЯСЯ МАССА M=(МАССА ТЕЛЕЖКИ+МАССА ГРУЗА),
=8 *кг* + 2 *кг* = 10 *кг*.

СИЛА F, СООБЩАЮЩАЯ УСКОРЕНИЕ=СИЛА ПРИТЯЖЕНИЯ ЗЕМЛИ,
действующая на 2 *кг* вещества
=(2 *кг*) (9,8 *ньютон/кг*).
=19,6 *ньютон*

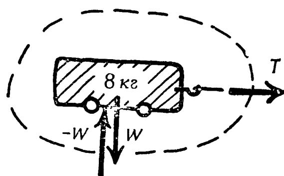
Следовательно,

$$\text{УСКОРЕНИЕ}=\frac{\text{РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ СИЛА}}{\text{УСКОРЯЕМАЯ МАССА}},$$
$$=\frac{19{,}6\ \textit{ньютон}}{10\ \textit{кг}}=1{,}96\ \textit{м/сек}^2.$$

Мы можем предсказать результат измерения натяжения нити, соединяющей тележку с грузом. Оно не равно 19,6 *ньютон* (2 *кГ*), поскольку часть этой силы идет на сообщение ускорения грузу и только часть передается через нить к тележке и сообщает ей ускорение. Чтобы найти натяжение, применим соотношение $F=M\cdot a$ к одной тележке: «выделим» тележку, начертив вокруг нее овал (фиг. 182). Затем возьмем массу внутри овала



Фиг. 181.



Фиг. 182.

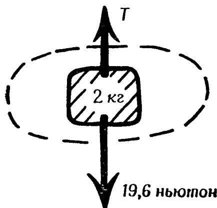
и посмотрим, какова результирующая всех сил, входящих в пределы овала извне. Масса тележки равна 8 *кг*. На тележку действуют следующие силы:

ВЕС ТЕЛЕЖКИ, НАПРАВЛЕННЫЙ ВНИЗ СИЛА РЕАКЦИИ СТОЛА	Эти силы уравновешивают друг друга	Результирующая сила T, *ньютон*
НАТЯЖЕНИЕ НИТИ T, *ньютон*		

Подставляя в соотношение $F=M\cdot a$ массу тележки и подсчитанное выше ускорение, получаем

$$T \text{ ньютон} = (8 \text{ кг})\cdot(1{,}96 \text{ м/сек}^2).$$

Итак, $T=15{,}68$ *ньютон*, а не 19,6 *ньютон*, ибо некоторая доля земного притяжения расходуется на ускорение движения самого груза, создающего силу.



Фиг. 183. Выделенный груз.



Фиг. 184. Как почувствовать малую долю веса.

Попытаемся теперь выделить подвешиваемый груз. Масса его 2 *кг* (фиг. 183), а силы такие:

ПРИТЯЖЕНИЕ ЗЕМЛИ, ДЕЙСТВУЮЩЕЕ НА ГРУЗ = (2 *кг*) (9,9 *ньютон/кг*), = 19,6 *ньютон* (*направлено вниз*).

Следовательно, *результирующая сила* F, которая сообщает *ускорение* грузу, равна $(19{,}6-T)$ *ньютон* и *направлена вниз*.

Поэтому, применяя соотношение $F=M\cdot a$ к грузу и подставляя то же самое ускорение 1,96 *м/сек*^{2}, получаем

$$19{,}6-T=(2 \text{ кг})\,(1{,}96 \text{ м/сек}^2), \quad T=19{,}6-3{,}92=15{,}68 \text{ ньютон},$$

т. е. точно тот же результат, что и раньше.

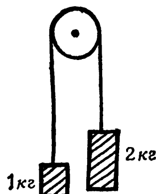
Таким образом, из 19,6 *ньютон* земного притяжения, действующего на груз, 3,92 *ньютон* идут на ускорение движения самого груза, а 15,68 *ньютон* передаются нитью и сообщают ускорение тележке.

Если тот факт, что натяжение нити не равно весу груза, вызывает недоумение, проделайте следующий мысленный эксперимент:

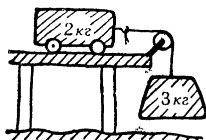
1) Положите груз 2 *кг* на ладонь. Какую силу вы ощущаете, держа груз неподвижно?
2) Опускайте руку с *ускорением*, направленным вниз и чуть большим g (фиг. 184). Какую силу вы ощущаете? С какой силой вы действуете на груз? Какое воздействие оказывает на груз приложенная к нему сила притяжения Земли?
3) Опускайте руку с ускорением, направленным вниз и близким к $^1/_2\, g$. Какое воздействие теперь оказывает на груз приложенная к нему сила земного притяжения? Какую силу вы ощущаете теперь? (Это, разумеется, повторение приведенного выше рассмотрения в более простой форме, но если начать с предельного случая ускорения g, то легче понять результат рассуждений.)
4) Повторите первое и второе рассуждения для случая, когда в руке держат веревку, к которой подвешен груз 2 *кг*.

Задача 11. Потеря натяжения

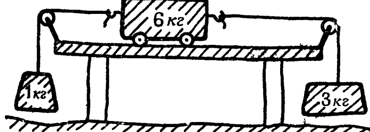
а) Грузы массой 2 и 1 кг подвешены к концам бечевки, перекинутой через легкий блок, в котором отсутствует трение (фиг. 185). Если задержать блок и одновременно прижать к нему бечевку, чтобы не было никакого движения, то натяжение бечевки слева будет 9,8 ньютон (или 1 кГ), а справа 19,6 ньютон. Если отпустить бечевку и блок, то грузы начнут двигаться с ускорением.



Фиг. 185.



Фиг. 186.



Фиг. 187.

К задаче 11

1) *Каким образом совершает ускоренное движение правый груз массой 2 кг? Будет ли натяжение бечевки, к которой он подвешен, таким же, как и раньше? Бо́льшим, меньшим? Почему?*
2) *Будет ли натяжение бечевки, к которой подвешен груз массой 1 кг, таким же, как раньше? Бо́льшим, меньшим? Почему?*
3) *Предположим, что трение в блоке отсутствует и масса блока равна нулю. Как вы думаете, какое соотношение должно в этом случае существовать между натяжениями бечевки по обеим сторонам блока, если предоставить системе возможность свободно двигаться?*

б) Вычислите ускорение и натяжение нити в схеме, изображенной на фиг. 186. Трением можно пренебречь.

в) Вычислите ускорение и натяжение нити в схеме, изображенной на фиг. 187. Трением можно пренебречь.

Ньютоновы законы движения

Представления, которые мы здесь развивали, сформулированы Ньютоном в его законах движения. В современной редакции они выглядят следующим образом:

ПЕРВЫЙ ЗАКОН. *Всякое тело, будучи предоставлено самому себе* (при отсутствии внешних сил), *сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.*

ВТОРОЙ ЗАКОН. *Действующая на тело внешняя сила равна произведению массы тела на его ускорение.* (Позже мы увидим, что первоначальный вариант Ньютона, в котором второй закон формулируется через количество движения, лучше.)

ТРЕТИЙ ЗАКОН *Действие равно противодействию.* (Это утверждение будет рассмотрено в гл. 8.)

Даже после демонстрационных опытов и всех этих рассуждений формулировки первого и второго законов Ньютона могут показаться странными и нереальными. Дело в том, что опущено слово «результирующая». Под *внешней* силой следует понимать *результирующую* силу. Первый и второй законы Ньютона приобретают истинный смысл, если в них ввести слово «результирующая». Тогда эти законы формулируются следующим образом:

Если на тело не действует никакая *результирующая* сила, оно сохраняет свое состояние движения, и

РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ СИЛА = МАССА·УСКОРЕНИЕ

Ньютон сформулировал эти положения о силе и движении, когда писал свой замечательный трактат по механике и астрономии. Он в известном смысле проверил их на Луне и планетах, а мы отважились распространить эти принципы на молекулы, атомы, а теперь и на составные части атомов.

В большинстве элементарных учебников законы Ньютона излагаются формально в самом начале главы, а не в конце — как естественное обобщение изложенного. Авторы учебников возвещают об этих законах с такой решительностью, что учащимся кажется, будто Ньютон узнал о них от самого бога. В действительности же Ньютон просто по-новому сформулировал взгляды Галилея и других исследователей, которые изучали движение экспериментально и размышляли над ним. Ньютон изложил их в виде рабочих правил, частью основанных на эксперименте, а частью представляющих собой определение и разъяснение терминов. Ученые и по сей день расходятся во взглядах на законы Ньютона. Прямые последователи Ньютона, по-видимому, считали его законы просто обобщениями опытных данных, выведенными в процессе познания реального мира, подобно закону Гука. Сегодня мы более осторожны и рассматриваем первый закон Ньютона главным образом как

определение силы, а второй закон — как определение способа измерения силы. Говоря о втором законе Ньютона, утверждающем что *сила* равна *произведению массы на ускорение*, мы считаем понятие массы интуитивно очевидным. Но некоторые энтузиасты полемики идут еще дальше и утверждают, что законы эти представляют собой лишь определения или некие условия и не имеют никакого отношения к познанию на опыте реального мира. Это — заблуждение, чтобы не сказать — глупость. Мы, несомненно, могли бы вообразить Вселенную, в которой поведение движущихся тел не описывалось бы законами Ньютона. Пожалуй, лучше всего по этому поводу говорит один из самых выдающихся математиков и физиков Пуанкаре [1] в своей книге La Science et l'Hypothèse [2]:

«Мы увидим, что есть несколько типов гипотез, причем одни из них допускают проверку и после своего подтверждения на опыте становятся плодотворными истинами; другие могут быть полезны тем, что придают нашей мысли резкие и определенные очертания, и третьи, наконец, являются гипотезами только по внешности и сводятся или к простым определениям, или к замаскированным условиям. Гипотезы последнего типа встречаются особенно часто в математике и в науках, соприкасающихся с последней. Свойствами этих гипотез как раз и обусловливается присущая математическим наукам строгость; такие условия являются созданием свободного творчества нашего разума, который в данной области не знает никаких препятствий. Тут он может диктовать, так как он же и делает себе предписания. Но мы должны отчетливо уяснить, что, хотя эти предписания имеют значение для нашего научного познания, которое без них было бы невозможно, они не имеют значения для природы. Следует ли отсюда, что предписания эти произвольны? Нет, не следует, ибо тогда они были бы совершенно бесплодны. Опыт дает нам свободу выбора, но он руководит последним, помогая нам распознать самый удобный путь. Таким образом, предписания нашего разума подобны велениям самодержавного, но мудрого монарха, который, прежде чем принять решение, предварительно запрашивает мнение своего Государственного совета ... Не являются ли закон ускорения [3] и правило сложения сил лишь произвольными условиями? Да, они действительно являются условиями, но условия эти, однако, не произвольны. Они получили бы характер произвольных, если бы мы упустили из виду те опыты, в силу которых основатели науки вынуждены были выбрать именно эти принципы,— опыты, которые при всем своем несовершенстве достаточны для обоснования такого выбора».

---

[1] «Не премьер-министр, а его двоюродный брат, который был великим математиком» (Бертран Рассел).

[2] Есть русский перевод: «Наука и гипотеза», Петербург, 1906.

[3] Автор имеет в виду второй закон Ньютона.— *Прим. перев.*

Задача 12

В третьем опыте с тележкой на рельсовых путях (таблица В, стр. 249) мы изменили как силу, так и общую массу. Какое соотношение вы бы пытались искать, если бы расстояние и сила сохранились неизменными и измерялось время прохождения этого расстояния при общей массе 2, 4, 6 кг?

Задача 13

Человек толкает ящик, находящийся на шероховатом горизонтальном полу, с силой 40 ньютон. Сила трения, действующая на ящик в противоположном направлении, равна 10 ньютон.
а) Какая сила фактически сообщает ящику ускорение?
б) С какой силой человек должен толкнуть ящик, чтобы при неизменном трении придать ящику удвоенное ускорение?

Задача 14

Спишите следующую формулировку и дополните ее: «Ньютон определяется как сила, которая ...».
(Примечание. Дополнение должно содержать слова «масса» и «ускорение».)

Задача 15

Сила 5 ньютон действует на брусок льда массой 20 кг, лежащий на абсолютно гладком столе. Сила расположена в горизонтальной плоскости и действует в северном направлении. Вычислите ускорение, сообщаемое куску льда.

Задача 16

а) Какая требуется сила, чтобы придать ускорение 4 $м/сек^2$ массе 4,90 кг? Дайте ответ в абсолютных единицах и назовите эти единицы.
б) Предположим, что вы хотите приложить эту вычисленную вами силу к нити, подвесив к последней кусок железа. Какая масса железа вам потребуется?

Задача 17

Один килограмм силы — это сила, близкая к 9,80 ньютон (на поверхности Земли).
а) Какой простой опыт позволяет легко продемонстрировать это?
б) Покажите, как из этого опыта следует приведенный выше результат.

Задача 18

Предположим, что вы хотите почувствовать силу 1 ньютон, действующую вертикально вниз на вашу ладонь. Сколько металла вы должны были бы положить на ладонь? Приведите рассуждения, посредством которых вы получили свой ответ.

Задача 19

Товарный вагон массой 20 т стоит на слегка наклонном полотне железной дороги, направленном с востока на запад. Наклон полотна выбран таким, чтобы компенсировать трение, которое испытывает вагон при движении на восток. Ребенок, не найдя лучшего занятия, толкает вагон в восточном направлении, прикладывая к нему силу 1 кГ в течение 5 мин (300 сек).
а) Какую скорость приобретает вагон за эти 5 мин?
б) На какое расстояние ребенок продвинет вагон за 5 мин?

Задача 20. Масса и вес

Две огромные чугунные отливки подвешены на подъемных кранах при помощи стальных тросов длиной 15 м. Отливки снаружи выглядят совершенно одинаковыми, но одна из них сплошная, а другая практически полая. Чтобы определить, какая из отливок сплошная, а какая полая, инженер проделывает несколько опытов:

1) пытается приподнять каждую отливку, но обе они слишком тяжелы;

2) пытается оттянуть каждую отливку в сторону примерно на 0,3 м с помощью веревки и оценивает необходимую для этого силу;

3) оттягивает каждую отливку примерно на 0,3 м в сторону и отпускает ее, подсчитывая затем время, за которое отливка возвращается в свое первоначальное положение, когда трос вертикален;

4) ударяет сбоку каждую отливку кулаком и оценивает возникающее в результате этого движение;

5) ударяет каждую отливку несколько раз таким образом, чтобы заставить ее медленно вращаться вокруг вертикальной оси троса; после того как их отпускают, отливки вращаются вокруг своей оси все медленнее, останавливаются, а затем начинают вращаться в противоположную сторону ... и т. д., совершая крутильные колебания; инженер подсчитывает время одного полного колебания каждой отливки.

а) Что сравнивает инженер в каждом из перечисленных опытов — массы или веса или ни то и ни другое?

б) Дайте краткое обоснование на каждый из этих вопросов.

Задача 21.

Бегун, масса которого 75 кг, через 2 сек после старта бежит со скоростью 8 м/сек.

а) Какая горизонтальная сила должна действовать на него во время старта?

б) Каково отношение этой силы к весу бегуна? [1]

Задача 22

Бегун (массой 80 кг) через 2 сек после старта бежит со скоростью 8м/сек.

а) Какая горизонтальная сила должна действовать на него?

б) Каково отношение этой силы к весу бегуна? [2]

Задача 23

Автомобиль массой 1000 т движется с ускорением 3 м/сек/сек.

а) Чему равна результирующая сила, действующая на автомобиль?

б) Каково отношение этой силы к весу автомобиля?

в) Кто или что прикладывает эту силу к автомобилю?

г) Тормоза автомобиля оценивают по замедлению, выраженному в % g, которое может обеспечить тормозная система при максимальном использовании ее возможностей. Если тормоза способны помешать ему двигаться

---

[1] В каждом случае, когда требуется произвести «сравнение» с весом тела, лучше всего дать ответ в виде дроби, например: «сила равна $^3/_4$ веса грузовика», «сила, которую развивает слон, составляет 10% его веса» и т. д. Чтобы получить такую дробь, нужно выразить рассматриваемую силу в тех же единицах, что и вес.

[2] См. предыдущее примечание.

с указанным ускорением (когда водитель по недомыслию пытается двигаться с выжатыми тормозами), то каков показатель тормозной системы в %?

Задача 24

Электрически заряженный атом водорода («протон»=ядро водорода= =атом водорода, потерявший свой единственный электрон), двигаясь вдоль горизонтальной траектории в вакууме со скоростью миллион метров в секунду ($v=10^6$ м/сек), проходит через область протяженностью 0,20 м, в которой находится вертикальное электрическое поле, действующее на электрический заряд атома. Поле действует на атом с силой 0,0000000000000032 ньютон ($3,2\cdot10^{-15}$ ньютон), направленной вертикально вниз. Масса атома равна 0,00000000000000000000000000166 кг ($1,66\cdot10^{-27}$ кг).

а) Какое ускорение испытывает атом в поле?

б) Почему в этой задаче можно пренебречь силой тяжести?

(Примечание. Приведенные данные типичны для экспериментов с протонами.)

в) По какой траектории движется атом?

г) За какое время атом пройдет по горизонтали 0,20 м, т. е. область электрического поля?

д) Какова величина вертикального перемещения атома в поле?

е) Какую вертикальную скорость приобретает атом в поле?

ж) Пройдя 0,20 м в электрическом поле, атом водорода попадает в область, где поле отсутствует. По какой траектории атом будет при этом двигаться? (Сформулируйте ваш ответ как можно точнее. Дайте рисунок.)

Задача 25

Электрон, обладая такой же скоростью, как протон в задаче 24, пролетает через то же самое электрическое поле. Какова будет его траектория по сравнению с траекторией протона? Объясните просто, в чем будет разница. (Примечание. Электрон обладает таким же по величине, но противоположным по знаку электрическим зарядом, как протон, поэтому одно и то же электрическое поле будет действовать на него с такой же силой, но в противоположном направлении. При этом масса электрона составляет всего около 1/2000 массы протона.)

Задача 26

В задачах, приводимых в этом курсе, масса человека принята равной 100 кг (она всюду одна и та же: на Земле, на Луне и т. д.). При пользовании соотношением $F=M\cdot a$ в качестве массы человека M нужно брать 100 кг. На поверхности Земля действует на человека с силой притяжения, называемой «весом» человека.

а) Какое значение этой силы следует подставить в качестве F в соотношение $F=M\cdot a$? В каких единицах?

б) Объясните, как вы получили значение F?

в) Какие опытные данные и какие рассуждения позволили вам получить множитель, которым вы воспользовались при вычислении значения F?

г) Будет ли этот множитель на Луне таким же или другим?

Задача 27

Есть два различных способа сравнения масс двух тел. Какие это способы и чем они по существу отличаются?

Задача 28. Подготовка к рассмотрению теории относительности

Предположим, что мы проделываем следующие эксперименты для проверки первого и второго законов Ньютона:

а) Наблюдаем движение брикета «сухого льда» (твердая двуокись углерода) по горизонтальной поверхности стола.

б) Тянем небольшую тележку по горизонтальному рельсовому пути, прилагая к ней измеренную силу (трение «устранено» соответствующим наклоном рельсового пути).

В этих опытах мы демонстрируем, что:

постоянная сила сообщает постоянное ускорение;

при неизменной массе движущегося тела (ускорение)$\sim$(сила);

при постоянном ускорении (сила)$\sim$(масса).

Таким образом мы приходим к выводу, что

$$F \approx M \cdot a$$

Представим себе теперь, что эти опыты проделывают внутри железнодорожного вагона в каждом из указанных ниже случаев, и предположим, что



Фиг. 188. К задаче 28.

вагон служит нам системой отсчета (системой координат). Рельсовые пути в опыте (б) параллельны полотну железной дороги. Как вы думаете, что мы будем наблюдать и будет ли нам казаться, что наблюдения согласуются с первым и вторым законами Ньютона?

Случай 1. Вагон неподвижен.

Случай 2. Вагон движется с постоянной скоростью, без ускорения.

Случай 3. Вагон движется по горизонтальному участку железной дороги вперед с постоянным ускорением (движение тел в опытах, проводимых внутри вагона, происходит в направлении полотна железной дороги).

Задача 29

В случае 3 задачи 28 должны наблюдаться странные вещи. Предположим, что экспериментатор, пытаясь истолковать их, проделывает следующие дополнительные опыты:

в) Устанавливает маятник, который служит ему линией отвеса, и может наблюдать «вертикаль». Кроме того, устанавливает в вагоне ведро с водой (или еще лучше с маслом или патокой) и может наблюдать «горизонталь». Что будет наблюдать экспериментатор?

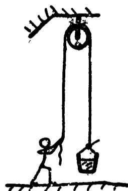
г) Пытаясь во что бы то ни стало сохранить свою веру в законы природы, которые он раньше зазубрил, экспериментатор нанимает плотника и строит внутри вагона лабораторию, наклоненную под таким углом, чтобы линия отвеса и поверхность воды были параллельны стенам и полу новой лаборатории,— «вертикаль» и «горизонталь» кажутся теперь нормальными. Что будет наблюдать экспериментатор, если он повторит опыты (а) и (б) (см. задачу 28) в этой лаборатории, относя свои наблюдения к новому «горизонтальному» полу и новым «вертикальным» стенам?

д) Предположим, что наклонная лаборатория не имеет окон и к экспериментатору не поступает извне никакой информации о том, что он движется с ускорением. В этом случае вместо того, чтобы сделать вывод об ускоренном движении, экспериментатор мог бы заключить, что некоторая обычная физическая величина приняла в его лаборатории новое значение. Какая именно величина? Какого рода изменения с ней произошли?

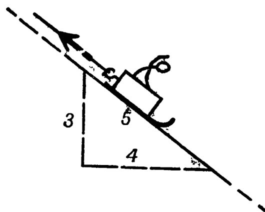
е) Сможет ли вообще такой экспериментатор посредством опытов внутри вагона отличить действительное ускорение от изменения, о котором было сказано выше?

Задача 30

Человек, стоящий на земле, с помощью веревки, перекинутой через блок, укрепленный у крыши здания, поднимает ведро с водой до самой крыши. Ведро с водой весит 10 кГ. Человек начинает тянуть веревку за свой конец с силой 20 кГ. Каким ускорением будет обладать ведро? (П р и м е ч а н и е. В этом вопросе ловушка.)



Фиг. 189. К задаче 30.



Фиг. 190. К задаче 31.

Задача 31

Сани массой 100 кг (вместе с человеком) скользят вниз по абсолютно гладкой наклонной плоскости, подъем которой составляет 3 м на каждые 5 м вдоль наклонной плоскости (и на каждые 4 м вдоль горизонтального основания).

а) Предположим, что сани удерживаются веревкой, параллельной наклонной плоскости. Какая сила должна быть приложена со стороны веревки, чтобы сани оставались неподвижными?

б) Каким ускорением будут обладать сани, если перерезать веревку?

в) На сани сел второй человек массой 75 кг (масса саней с людьми стала теперь 175 кг). Каким ускорением будут обладать нагруженные сани?

г) Почему предыдущий вопрос не требует дополнительных вычислений?

Задача 32

Белку с полными лапками орехов посадили на гладкий горизонтальный стол и толкнули по направлению к краю. Приближаясь к краю стола, белка почувствовала опасность. Она понимает законы движения Ньютона и предотвращает падение на пол. Каким образом?

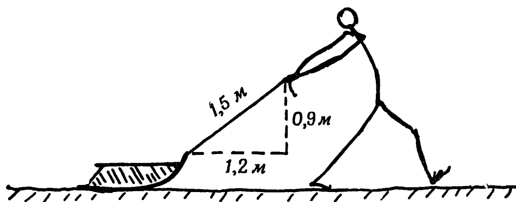
Задача 33

Ребенок тянет сани массой 15 кг по абсолютно гладкой ровной дороге при помощи наклонной веревки. Длина веревки 1,5 м. Верхний конец веревки

на 0,9 м выше нижнего конца и на 1,2 м впереди него по горизонтали, как показано на фиг. 191. Ребенок тянет веревку с силой 5 кГ.

а) Чему равна горизонтальная сила, сообщающая ускорение саням? (Нарисуйте диаграмму, иллюстрирующую ваш расчет.)

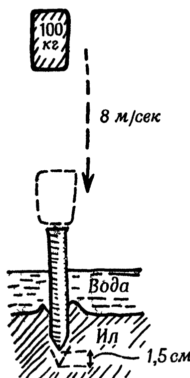
б) Чему равно ускорение саней?



Фиг. 191 К задаче 33.

Задача 34

В плотный грунт речного дна вбивают сваи с помощью «бабы», которая представляет собой железную болванку массой 100 кг. Болванку поднимают на некоторую высоту над верхней частью сваи, после чего она свободно падает и ударяет по свае. При этом свая углубляется в ил на 1,5 см. Болванка остается на свае и не отскакивает от нее. При свободном падении болванка приобретает скорость 8 м/сек.



Фиг. 192. К задаче 34.

а) Вычислите время, в течение которого происходит столкновение (время, за которое скорость болванки уменьшается от максимального значения до нуля).

б) Вычислите силу, действующую на болванку во время столкновения.

в) Выразите эту силу в «плохих», или технических, единицах.

Задача 35

Автомобиль массой 1500 кг, движущийся со скоростью 12 м/сек, врезается в массивную стену и останавливается. Во время столкновения центр авто-

мобиля перемещается вперед на 0,3 м (с момента прикосновения автомобиля к стене до полной остановки). Вычислите среднюю силу, действующую за время столкновения.

Задача 36

С помощью нити, за которую брикет льда тянут по абсолютно гладкому столу, можно придать брикету массой 4 кг ускорение 12 м/сек².

При попытке приложить с помощью нити бо́льшую силу нить просто рвется.



Фиг. 193. К задаче 36.

а) Предположим, что к этой же нити подвешивается кусок железа. Сколько килограммов железа может выдержать нить?

б) Какой кусок железа смогла бы выдержать та же нить на Луне, где g в 6 раз меньше,— много больший? много меньший? такой же, как на Земле?

в) Какое максимальное ускорение можно сообщить тому же самому брикету льда на ровном столе при помощи той же самой нити на Луне — много большее? много меньшее? такое же, как на Земле?

ГЛАВА 8 • СТОЛКНОВЕНИЯ. КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ

«Действие равно противодействию.»

Ньютон

«Если он не погасит свои фары, то я не погашу свои.»

«ЗАДАЧИ»

A. Снаряд массой 1 *кг* движется горизонтально со скоростью 600 *м/сек*. Какую силу он развивает?

B. 10-тонный грузовик, движущийся со скоростью 48 *км/час*, врезается в стену и останавливается. Какова сила столкновения?

Эти вопросы кажутся разумными, да и ответы на них как будто имеют важное значение. На самом же деле в той форме, в какой эти вопросы поставлены, они бессмысленны. Движущийся снаряд не создает *усилия* в направлении своего движения и не нуждается в приложении силы, чтобы двигаться; авторы задачи пытаются ввести вас в заблуждение, в котором пребывали греки и средневековые последователи Аристотеля. Неизменное движение не связано ни с какой силой, а чтобы придать телу ускорение, к нему нужно приложить силу извне. Даже зная изменение скорости, как в «задаче» **B**, мы не сможем ответить на поставленный вопрос, поскольку не знаем, за какой промежуток времени происходит это изменение скорости, и, следовательно, не можем вычислить ускорение [1]. Кажущаяся разумность этих задач вызвана ошибочным представлением о силе и движении. Когда мы говорим «ошибочным», мы не просто осуждаем одну точку зрения и воздаем должное другой, мы снова обращаемся к эксперименту, рассматривая его как критерий правильности. Ни один инженер или физик не в состоянии создать прибор или аппарат для измерения «силы» снаряда в полете.

[1] В то же время следующий вопрос, который как будто бы похож на «задачу» **B**, имеет вполне определенный ответ.

C. Горизонтальная струя воды, выбрасываемая из брандспойта со скоростью 10 *м/сек*, попадает на вертикальную стену. Расход воды в рукаве 200 *л/сек*. Струя тормозится и вода стекает по стене. С какой силой вода действует на стену?

Прикрепленные к снаряду пружинные весы вообще не покажут никакой силы, пока снаряд движется свободно. Мгновенные фотографии самого снаряда не обнаружат ни растяжения, ни сжатия, т. е. отсутствие напряжений. А поскольку попытки измерить «силу» не дают результата, мы не можем считать понятие «силы» в этом случае сколько-нибудь полезным. Если же движущийся снаряд (или движущийся грузовик) сталкивается с каким-нибудь предметом и изменяет скорость, то это связано с реальной силой, с усилием, которое вы можете почувствовать, с чем-то таким, что можно измерить пружинными весами или обнаружить по производимым деформациям. Фотографии снаряда, снятые во время столкновения его со стальной стеной, обнаруживают заметное сжатие и используются для оценки действовавшей силы [1].

Вычисление силы по изменению количества движения

Если мы считаем, что соотношение $F = M \cdot a$ дает в обобщенной форме верное описание поведения природы, то, зная массу тела M и ускорение a, можно вычислить действующую на тело силу. Так поступают в задачах, встречающихся в технике и почти во всех областях физики, от астрономии до физики атома.

В приведенной выше «задаче» **В** известна масса, но мы не можем найти ускорение, пока нам не сказали, за какой промежуток времени скорость грузовика изменилась с 48 *км/час* до нуля. Необходимо знать продолжительность столкновения. Предположим, нам известно, что столкновение длится 0,1 *сек*. Тогда силу можно вычислить следующим образом:

$$\text{ускорение} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0 \text{ при неподвижном грузовике}) - (48 \text{ км/час})}{0{,}1 \text{ сек}} =$$

$$= \frac{-48 \text{ км/час}}{0{,}1 \text{ сек}} = \frac{-13{,}2 \text{ м/сек}}{0{,}1 \text{ сек}} = -132 \text{ м/сек}^2.$$

Знак минус показывает, что движение замедленное. Знак минус у величины силы показывает, что она направлена против движения и «отнимает» у грузовика то количество движения, которым он обладал. Таким образом,

$$\text{сила } F = M \cdot a =$$

$$= (10\,000 \text{ кг}) \cdot (-132 \text{ м/сек/сек}) = 1\,320\,000 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}^2 \approx 132\,000 \text{ кГ}.$$

---

[1] Мы, естественно, можем наблюдать изменение вертикального движения снаряда и оценить по этому изменению действие силы земного притяжения. Здесь мы рассматриваем изменения *горизонтального* движения.

Такова сила толчка, с которой стена действует на автомобиль против его движения, заставляя его остановиться. С помощью соотношения $F=M\cdot a$ можно получить ответ, но это, так сказать, окольный путь. Нам даны *масса*, *изменение скорости и время*, требуется найти *силу*. Нельзя ли изменить соотношение $F=M\cdot a$ и придать ему другую форму, такую, чтобы в него входили F, t, m и *изменение* v? Это легко сделать, и мы получим соотношение

$$Ft=\Delta\,(Mv),$$

которое, как показано ниже, представляет собой закон $F=M\cdot a$, записанный в иной форме. Попробуем им воспользоваться.

$$\text{СИЛА}\cdot\text{ВРЕМЯ}=\text{Изменение (МАССА}\cdot\text{СКОРОСТЬ)},$$
$$Ft=\Delta\,(Mv).$$

Тогда

$$F\,(0{,}1\ \textit{сек})=\Delta\,(Mv)=$$
$$=\underbrace{-(10\,000\ \textit{кг}\times 0)}_{\text{конечное значение } Mv}-\underbrace{(10\,000\ \textit{кг}\times 13{,}2\ \textit{м/сек})}_{\text{начальное значение } Mv}.$$

Вот каким образом соотношение $F=M\cdot a$ приобретает тот вид, который фактически был дан ему Ньютоном. (Мы предполагаем, что масса M при изменении количества движения остается неизменной.)

Простой вывод

$$F=M\cdot a,$$
$$=M\,\frac{v-v_0}{t},$$

в соответствии с определением ускорения.

Умножим обе части равенства на t:

$$F\cdot t=M\,(v-v_0)=Mv-Mv_0,$$
$$=(\text{Новое значение } Mv)-(\text{Старое значение } Mv),$$

поскольку M остается неизменным:

$$F\cdot t=\textit{Изменение } Mv,\quad \text{т. е. } \Delta\,(Mv).$$

Сжатый вывод

(Здесь мы пользуемся для обозначения длительности действия силы символом Δt вместо t.)

$$F=M\cdot a=M\,\frac{\Delta v}{\Delta t},$$

$$F\cdot\Delta t=M\cdot\Delta v,$$
$$=\Delta\,(Mv),$$

поскольку M постоянна;

$$F\cdot\Delta t=\Delta\,(Mv),\ \text{или } \textit{изменению} \text{ величины } (Mv).$$

Вывод с использованием математического анализа

$$F = M \cdot a = M \frac{dv}{dt},$$

$$\int F\,dt = \int M\,dv = M \int dv,$$

поскольку M постоянна. $$= M \cdot \Delta v = \Delta(Mv),$$

Если F постоянна, то левая часть записывается в виде $F \int dt$, т. е. $F \cdot \Delta t$.

Значит,

$$F \cdot \Delta t = \Delta\,(Mv).$$

Если F непостоянна, то $\int F\,dt$, «импульс силы», дает произведение (*среднее значение силы*)$\cdot \Delta t$. Тогда можно записать:

$$(\textit{Среднее значение } F) \cdot \Delta t = \Delta\,(Mv).$$

Если M непостоянна (например, масса ракеты, выбрасывающей в полете продукты сгорания), соотношение $F = M \cdot a$ непригодно, но *изменение количества движения* $\Delta\,(Mv)$ по-прежнему равно $\int F\,dt$ или произведению

$$(\textit{Среднее значение } F) \cdot \Delta t.$$

Это возвращает нас к определению силы

$$F = \frac{d\,(Mv)}{dt},$$

т. е. *сила* равна *скорости изменения количества движения*. Такова первоначальная формулировка Ньютона, которая справедлива даже в теории относительности.

Проработайте предлагаемую ниже задачу на соотношение $F \cdot \Delta t = \Delta(Mv)$, заполнив пропуски, оставленные для ответов.

Соотношение $F \cdot \Delta t = \Delta(Mv)$ представляет собой фактически иную форму записи соотношения $F = M \cdot a$ и во многих случаях быстрее приводит к цели. Силы следует выражать в ньютонах. Если воспользоваться этим соотношением для вычисления силы, то ответ автоматически получится в ньютонах.

Задача 1(а)

Человек в течение $^1/_{50}$ сек прикладывает силу 200 ньютон к летящему футбольному мячу, в котором содержится в общей сложности 0,500 кг материала. Насколько быстрее будет двигаться мяч после такого удара?

Приложенная сила равна ——— ньютон.
Время Δt, в течение которого действует сила, равно ——— сек.
Следовательно, увеличение количества движения должно быть равно ——— ньютон·сек.
(Примечание. Ньютон·сек должно быть то же самое, что килограмм·метр/сек.)
Следовательно, поскольку $M=0,500$ кг, увеличение скорости *должно быть равно ——— м/сек.*

Задача 1(б)

Футболист ударяет по покоящемуся мячу массой 0,5 кг и сообщает ему скорость 14 м/сек. Соприкосновение между ногой и мячом длится $^1/_{50}$ сек. Вычислите силу, действовавшую при этом столкновении.
[Вместо более утомительного способа, которым вы решали задачу 9 в гл. 7, воспользуйтесь здесь соотношением $F\cdot\Delta t=\Delta(Mv)$.]
Изменение количества движения равно —— кг·м/сек (или ньютон·сек).
Следовательно, действующая сила должна быть равна ——— ньютон.
Эта же сила в «плохих» единицах равна приблизительно ——— кГ.

Задача 1(в)

Футболист ударяет по мячу массой $^1/_2$ кг, летящему на него со скоростью 10 м/сек. Мяч отскакивает назад со скоростью 14 м/сек. Столкновение длится $^1/_{50}$ сек. Вычислите среднюю действующую силу. (Скорость и количество движения — векторы. Обратите внимание на употребление знаков плюс и минус.)

$$v_0=-10 \text{ м/сек}, \qquad v=+14 \text{ м/сек}, \qquad t={}^1/_{50} \text{ сек}$$

За $^1/_{50}$ сек количество движения меняется от ——— до ——— кг·м/сек.
Изменение количества движения равно ——— кг·м/сек.
Следовательно, действующая сила равна =——·————≈—— кГ.
(единицы)

Количество движения

Мы называем произведение Mv «количеством движения» (это очень удобная величина, и ею широко пользуются в физике). Тогда соотношение $F\cdot t=\Delta(Mv)$ гласит: «*Сила*, умноженная на *время ее действия*, равна *изменению количества движения*»[1].

---

[1] Произведению (*сила*)·(*время*) присвоено наименование «импульс силы». Поэтому можно сказать, что *импульс силы равен изменению количества движения.*

Название «импульс» соответствует тому, что одно и то же изменение количества движения может быть произведено как малой силой за длительное время, так и огромной силой, действующей в течение короткого промежутка времени. Во многих случаях при ударах и столкновениях мы не знаем величину силы F или времени ее действия t, а знаем лишь их произведение Ft — импульс силы, измеренный по изменению количества движения.

При внезапном изменении количества движения время зачастую мало и его записывают в виде Δt, имея в виду «изменение времени дня», например короткий интервал времени между 3 час. 42 мин. 4,60 сек. и 3 час. 42 мин. 4,72 сек. Значит, мы можем записать

$$F \cdot \Delta t = \Delta \ (\textit{количество движения}), \text{ или } \Delta\,(Mv).$$

Единицы

Поскольку соотношение $F \cdot \Delta t = \Delta(Mv)$ получено из соотношения $F = M \cdot a$, то силу F нужно выражать в тех же абсолютных единицах — *ньютонах*. Если M дано в *кг*, а v — в *м/сек*, то количество движения Mv будет выражено в *килограммах, умноженных на м/сек*. Это записывают в таком виде [1]: *кг·м/сек*. Если Mv выражено в *кг·м/сек*, а t — в *сек*, то F должна быть в *ньютонах* [2].

Прыжки и столкновения

Попытаемся применить соотношение $F \cdot \Delta t = \Delta(Mv)$ в задачах о прыжках, совершаемых людьми, и о столкновениях автомобилей. Мы воспользуемся этим соотношением при решении приводимых ниже задач, а также при построении молекулярной теории газов, где оно позволит нам сделать важные предсказания.

В соотношении $F \cdot \Delta t = \Delta(Mv)$ величина F представляет собой реальную силу, именно ту силу, которая необходима, чтобы произвести заданное изменение количества движения за указанный промежуток времени Δt. Если пол, стена или что-то еще не развивают силы, то количество движения движущегося тела не изменится.

За короткое время может произойти большое изменение Mv, например, когда прыгун опускается на землю или когда автомо-

---

[1] Точка между единицами означает, что единицы перемножаются. Вы уже давно встречались с таким перемножением единиц в задачах по арифметике, в которых фигурируют «человеко-часы». Дефис в качестве знака умножения можно спутать со знаком вычитания. Мы пользуемся здесь более современным символом — точкой, например в единицах *ньютон·метр*, *человеко·часы* и т. д.

[2] Эти единицы совместимы. Вспомните, что, согласно соотношению $F = M \cdot a$, 1 *ньютон* сообщает массе 1 *кг* ускорение 1 *м/сек*²

$$F = M \cdot a$$
$$1 \text{ ньютон} = (1 \text{ кг}) \cdot (1 \text{ м/сек}^2),$$
$$1 \text{ ньютон} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}^2,$$
$$\underset{F}{(1 \text{ ньютон})} \cdot \underset{t}{(1 \text{ сек})} = 1 \underset{M}{\text{кг}} \cdot \underset{v}{\text{м/сек}}.$$

биль врезается в стену. В этом случае $\Delta(Mv)$ велико, а Δt мало

$$F \cdot (\text{малое } \Delta t) = \text{большое } \Delta(Mv).$$

Таким образом, сила F должна быть *очень велика*. При столкновениях развиваются огромные силы, и, хотя они действуют в течение лишь очень коротких промежутков времени, эти силы способны причинить большой ущерб. Чтобы уменьшить F и предотвратить плачевные последствия, нужно увеличивать Δt. Для этого следует при прыжке сгибать ноги в коленях и надевать мягкую обувь, этой же цели служат эластичные предохранительные маты. Вратари надевают особые перчатки и, задерживая мяч, следят за тем, чтобы их рука отходила назад для удлинения промежутка времени Δt, в течение которого мяч останавливается. В гл. 7, где была приведена задача о прыжке человека на пол, скорость человека изменялась от 5 *м/сек* до нуля примерно за $^1/_{100}$ *сек.*

В этом случае соотношение $F \cdot \Delta t = \Delta(Mv)$ дает

$$\begin{aligned} F \cdot (^1/_{100}\ \textit{сек}) &= (100\ \textit{кг} \times 0) - (100\ \textit{кг} \times 5\ \textit{м/сек}), \\ &= -500\ \textit{кг} \cdot \textit{м/сек}\ (\text{или } \textit{ньютон} \cdot \textit{сек}), \\ F &= -50\,000\ \textit{ньютон} \end{aligned}$$

(F выражается в *ньютонах*, поскольку массу мы выражаем в *кг*, v — в *м/сек*; F должна быть выражена в абсолютных единицах)

$$\approx 5000\ \textit{кГ}, \text{ или } 5\ \textit{тонн силы}.$$

Это настолько большая сила, что действие ее со стороны пола на ступни, которое передается на позвоночник, недопустимо даже в течение $^1/_{100}$ *сек.* Не пытайтесь прыгать с таким резким приземлением — можете поплатиться серьезными телесными повреждениями. Но прыжок с высоты 1,2 *м* можно сделать вполне безопасным. Для этого достаточно просто согнуть ноги в коленях, увеличив Δt в 10—20 раз по сравнению с $^1/_{100}$ *сек* и тем самым уменьшив в 10—20 раз силу F.

Футболист, сообщая мячу массой 0,5 *кг* скорость 20 *м/сек* ударом ноги, длящимся $^1/_{100}$ *сек*, прикладывает к мячу силу, которая дается соотношением

$$\begin{aligned} F \cdot {}^1/_{100} &= (0{,}5\ \textit{кг} \times 20\ \textit{м/сек}) - (0{,}5\ \textit{кг} \times 0) \\ F &= 10/0{,}01 = 1000\ \textit{ньютон} \approx 100\ \textit{кГ}. \end{aligned}$$

Носок бутсы должен быть очень крепким.

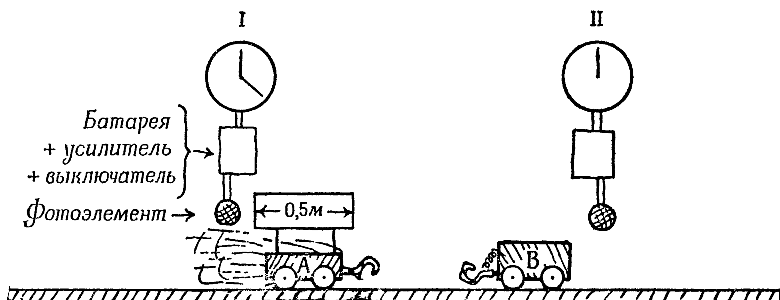
Борец, когда его бросают на ковер, пытается по возможности удлинить время «приземления», расслабив мышцы и распределяя удар об пол на ряд последовательных столкновений, в которых участвовали бы лодыжки, колени, бедра, ребра, плечи.

Перераспределение количества движения

При столкновении тел происходит обмен количеством движения, перераспределение количества движения между телами. Понаблюдайте за описанным ниже опытом и установите, приобретается или теряется количество движения при столкновениях.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ОПЫТ

Опыт 1. Тележка, движущаяся по рельсовому пути, наклоненному для компенсации трения, налетает на неподвижную тележку; обе тележки сцепляются буферами и продолжают двигаться вместе. На первой тележке укреплена полоска картона, и с помощью фотоэлемента и часов можно определить скорость тележки. Второй фотоэлемент с часами позволяет определить скорость сцепленных тележек после столкновения. На фиг. 194 показана схема такого опыта. Тележка *A* массой 2,00 *кг* налетает на стоящую неподвижно тележку *B*, масса которой равна 4,00 *кг*. После столкновения тележки сцепляются (суммарная масса их оказывается равной 6,00 *кг*) и продолжают двигаться вместе с меньшей скоростью. Перед столкновением картонная полоска длиной 0,5 *м*, укрепленная на тележке *A* (которая двигалась равномерно), прошла мимо первого фотоэлемента за 0,40 *сек*. (Мимо второго фотоэлемента тележка *A* прошла бы тоже за 0,40 *сек* до столкновения.) После столкновения картонная полоска прошла мимо второго фотоэлемента за 1,20 *сек*. (Полоска была укреплена на тележке *A*, но поскольку обе тележки после столкновения оказались сцепленными, время прохождения мимо второго фотоэлемента характеризует скорость обеих тележек.) Таким образом, до столкновения:



Фиг. 194. Столкновения.

Часы I показывают время, за которое картонная полоска на тележке *A* проходит мимо фотоэлемента до столкновения. Часы II показывают время прохождения картонной полоски мимо фотоэлемента после столкновения, когда тележки сцепляются.

Скорость тележки $A = 0{,}50\ м/0{,}40\ сек$
$= 1{,}25\ м/сек,$

Скорость тележки $B = 0\ м/сек;$

После столкновения:

$$\text{Скорость сцепленных тележек } A+B = 0{,}50\ м/1{,}20\ сек, = 0{,}417\ м/сек.$$

Вычислим теперь суммарное количество движения до и после столкновения и посмотрим, приобретается ли количество движения при столкновении или теряется:

до столкновения

$$\text{Количество движения тележек} = \underset{\text{Тележка } A}{(2{,}00\ кг)(1{,}25\ м/сек)} + \underset{\text{Тележка } B \text{ (неподвижна)}}{(4{,}00\ кг)(0\ м/сек)} = 2{,}500\ кг\cdot м/сек.$$

после столкновения:

$$\text{Количество движения сцепленных тележек} = (6{,}00\ кг)(0{,}417\ м/сек), = 2{,}502\ кг\cdot м/сек.$$

Совпадение в этом случае получилось превосходное, но мы оперировали здесь выдуманными числами. Вам стоит посмотреть как можно больше настоящих демонстрационных опытов, и нужно знать их результат. Все реальные опыты показывают, что в пределах точности, которую обеспечивают приборы, количество движения не приобретается, не теряется, а происходит лишь обмен количеством движения или перераспределение его между телами. *Этот вывод не зависит от рода столкновения.* Идет ли речь о легком упругом соударении, столкновении, при котором тела «склеиваются» друг с другом, или о страшном столкновении, сопровождающемся превращением огромных количеств кинетической энергии в теплоту,— все равно количество движения сохраняется. Это дает нам очень важный путеводный принцип, позволяющий произвести анализ столкновений:

ПРИОБРЕТЕННОЕ КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ = ПОТЕРЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

или в другой форме:

СУММАРНОЕ КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ НИКОГДА НЕ МЕНЯЕТСЯ

Столкновения и закон сохранения количества движения

Столкновения играют очень важную роль: бомбардировка стенок сосуда молекулами газа, производящего на сосуд давление изнутри; рассеяние атомов гелия на ядре атомов золота при прохождении через золотую фольгу; лобовые соударения нейтронов с атомами водорода, которые позволяют определить массу нейтрона; выбивание быстрыми электронами других электронов из атомов и даже соударения световых квантов, когда они, подобно

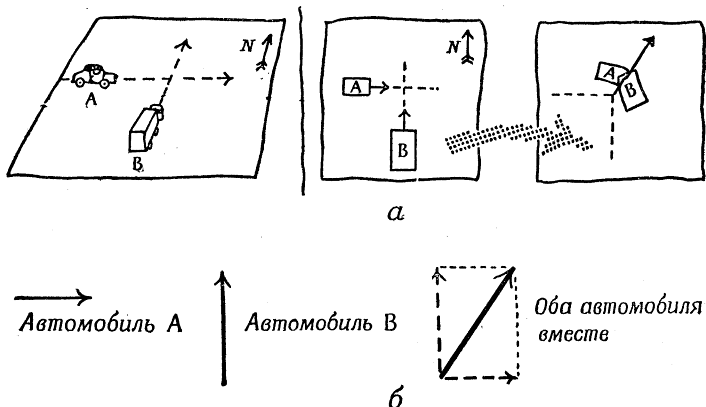
пулям, налетают на электроны,— все это столкновения, к которым мы можем с успехом применить наше новое правило и получить какие-то новые знания или глубже понять те или иные явления. Мы считаем, что это же правило применимо и к «столкновениям» на расстоянии, таким, как гравитационное влияние Солнца на Земле, воздействия одной планеты на другую, медленные и спокойные «столкновения» Луны с нашим океаном, которые мы называем приливами. Действующие силы могут отличаться в деталях, но всеми столкновениями и взаимодействиями управляет, по-видимому, одно и то же правило, сформулированное Ньютоном в такой форме, что его можно было распространить на атомную физику и включить в новое осмысление мира, которое содержится в эйнштейновской теории относительности. Это правило гласит:

ПРИ ЛЮБОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ В ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЕ (НА КОТОРУЮ НЕ ДЕЙСТВУЕТ ИЗВНЕ РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ СИЛА) КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ, РАССМАТРИВАЕМОЕ КАК ВЕКТОР, СОХРАНЯЕТСЯ.

Количество движения — вектор

В каждой части соотношения $F \cdot \Delta t = \Delta(Mv)$ содержится векторная величина. *Сила* есть вектор, *время* же не имеет направления в пространстве — это просто число (скажем, число тиканий часов), которое нужно рассматривать как множитель; *скорость* — вектор, а *масса* не имеет направления. Масса — это «скаляр», простое число (вроде числа тележек), которое нужно опять-таки рассматривать как множитель. (Умножение скорости 3 *м/сек*, *направленной на восток*, на 2 *кг* дает 6 *кг·м/сек*, *направленные на восток*.) Поэтому мы предполагаем, что *импульс силы* $\mathbf{F} \cdot \Delta t$ и *количество движения* $M\mathbf{v}$ — векторы; эксперимент это подтверждает. Полная формулировка второго закона Ньютона содержит указание на это обстоятельство: сообщаемое ускорение и, следовательно, производимое изменение количества движения совпадают по направлению *с направлением приложенной силы*. Это может показаться не очень существенным при лобовых столкновениях, когда все движение происходит по одной прямой, но в случае столкновений, происходящих под другими углами, нужно рассматривать количество движения как вектор. Когда сталкиваются автомобили, движущиеся в разных направлениях, и между ними происходит обмен количеством движения, оказывается, что величины Mv подчиняются правилу сложения векторов. На фиг. 195 показано столкновение автомобиля A, движущегося на восток, с автомобилем B, движущим-

ся на север по обледенелой ровной дороге. После столкновения автомобили будут двигаться под некоторым углом к первоначальным направлениям их движения. При этом они будут обладать количеством движения, которое представляет собой векторную сумму количеств движения обоих автомобилей до столкновения.



Фиг. 195. Количество движения как вектор.

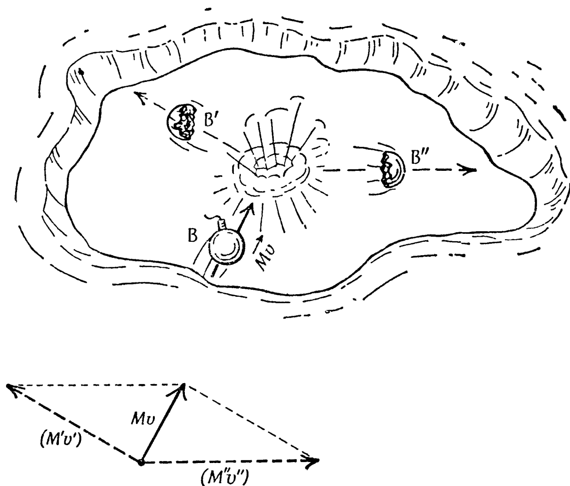
а — движение автомобилей до и после столкновения; *б* — диаграмма векторов количества движения автомобиля *A*, автомобиля *B* и обоих автомобилей вместе.

На фиг. 196 показана бомба, скользящая по льду. Бомба разрывается на два осколка, количества движения которых при векторном сложении дают в сумме количество движения бомбы при ее скольжении по льду до взрыва [1].

Чтобы проверить векторный характер закона сохранения количества движения, оставим модель железной дороги с вагончиком и будем наблюдать за столкновением брикетов сухого льда на столе, покрытом листом алюминия. Можно также использовать маят-

[1] Дальнейший геометрический анализ приводит к замечательному результату: при развале любого тела, которому сообщена скорость, будь то снаряд, ракета или атомное ядро, центр тяжести его осколков продолжает двигаться после взрыва по той же траектории, что и до взрыва. Предположим, что ракета, движущаяся по эллипсу в поле тяготения Земли, взрывается или выбрасывает вторую ступень. Центр тяжести (или центр масс) отдельных частей ракеты продолжает двигаться по эллипсу, как если бы ничего не случилось, пока один осколок не попадет на Луну или не возвратится на Землю или пока трение о воздух не станет нарушать изолированность системы. Нет ничего удивительного в том, что физики-ядерщики предпочитают изучать столкновения в системе, связанной с центром масс сталкивающихся частиц.

ники — стальные шары, подвешенные на длинных нитях [1]. В любом случае мы обнаруживаем, что количества движения после столкновения складываются по правилу сложения векторов, и их сумма равна сумме количеств движения до столкновения. Можно поступить и по-другому: проанализировать наши измерения, разложив каждое Mv на компоненты по двум взаимно перпендикулярным направлениям.



Фиг. 196. Бомба на льду.

Внизу показана векторная сумма количеств движения обоих осколков.

ным направлениям. Если первоначально двигалось лишь одно тело, то целесообразно выбрать ось x в направлении этого движения, а ось y перпендикулярно к оси x, затем можно разложить все количество движения на x- и y-компоненты. Тогда мы обнаружим, что сумма x-компонент после столкновения равна количеству движения до столкновения, а обе y-компоненты после столкновения равны и противоположны друг другу по направлению.

Может показаться, что рисование и анализ траектории сталкивающихся тел в подобных случаях дело надуманное и бесполезное. Но мы умеем фотографировать траектории отдельных атомов и частей атомов, претерпевающих столкновения, анализ же таких

[1]) Измерение скорости без измерения траектории сложнее, но его можно произвести, сделав серию моментальных фотографий на пленке через равные промежутки времени.

траекторий имеет огромное значение в атомной физике. Электроны, заряженные атомы гелия и другие атомные частицы, пролетая через так называемую камеру Вильсона (о ней рассказано в гл. 39 [1]), оставляют отчетливые следы. Если происходит столкновение, то след обнаруживает резкий излом, появляется новый, отходящий в сторону след частицы, испытывающей отдачу, обычно атома газа, в который попала налетающая частица. Зная массы сталкивающихся атомов или атомных частиц, путем построения векторной диаграммы можно извлечь важные сведения о скоростях (количествах движения). Если же известны скорости, то векторная диаграмма позволяет определить отношения масс.

Задача 2. Столкновение ядер

Измерения, выполненные на реальном снимке следов в камере Вильсона, для быстрой альфа-частицы A (ядра гелия), налетающей на неподвижную частицу B (скорости даны в произвольных единицах), позволили получить следующие данные[2]:

До столкновения частица A двигалась со скоростью 2,00 единицы в 1 сек. После столкновения частица A двигалась со скоростью 1,90 единицы в 1 сек в направлении, составляющем 8°,5 с направлением ее первоначальной траектории.

Частица B двигалась после столкновения со скоростью 1,25 единицы в 1 сек под углом 68° к направлению первоначальной траектории A (следы обеих частиц образуют Y-образную вилку с углом 76°,5).

Требуется установить природу частицы B, сопоставив ее массу с массой частицы A согласно приведенной ниже методике. Для удобства воспользуемся относительной шкалой атомных масс, принятой в химии, в которой масса ядра гелия A равна 4,0 «атомным единицам массы» (а. е. м.). Тогда, если бы частица B была ядром кислорода, ее масса равнялась бы 16,0 а. е. м.; в случае азота масса частицы B составляла бы 14,0 а. е. м.; в случае гелия — 4,0 а. е. м.; в случае тяжелого водорода — 2,0 а. е. м.; масса ядра обычного водорода равна 1,0 а. е. м.

При определении массы частицы B воспользуйтесь предлагаемым перечнем. (Если у вас получится в ответе какое-нибудь дробное число, например 0,2 или 5,3, то это значит, что вы открыли новую атомную частицу, которую следовало бы как-то назвать в вашу честь.)

а) Начертите на большом листе бумаги в подходящем масштабе векторную диаграмму количеств движения следующим образом: проведите векторы количества движения частицы A до и после столкновения и от-

---

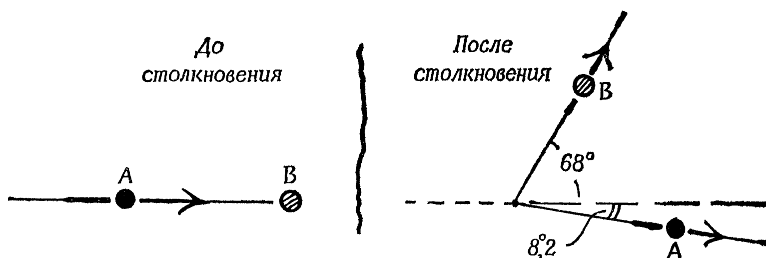
[1] Гл. 39 («Радиоактивность») входит в т. 3 настоящего издания.

[2] Специалисты-физики, анализируя такие снимки, исходят из предположения о сохранении количества движения и кинетической энергии и с помощью алгебры и тригонометрии выражают отношение M_B/M_A через одни только углы. Это избавляет от трудностей, связанных с косвенным методом оценки скоростей. В тех редких случаях, когда столкновение оказывается неупругим, скорости оценивают по длине следов; скорости, приведенные в этой задаче, представляют собой как раз значения, получаемые при такой оценке. Произвольная единица скорости близка к 10 000.000 *м/сек*.

метьте количество движения, которое должна приобрести частица B, чтобы в целом количество движения сохранялось.

б) Измерьте вектор количества движения частицы B и, воспользовавшись приведенными данными о скорости, вычислите массу частицы B.

в) При построении вы, вероятно, воспользовались углом 8,5°, а не 68°. В этом случае измерьте подходящий угол на вашей диаграмме и сравните его с углом 68°. (Получающееся совпадение служит частичной проверкой правил сложения и сохранения количества движения, из которых вы исходили при построении диаграммы.)



Фиг. 197. К задаче 2

г) Если вы знакомы с понятием кинетической энергии тела, которая равна $^1/_2\ mv^2$ (см. гл. 26[1]), то рассмотрите эту задачу еще раз. Возьмите 4,00 в качестве массы частицы A, а в качестве массы частицы B полученное вами значение и посмотрите, сохраняется ли кинетическая энергия. Если она сохраняется, то взаимодействие представляет собой простое упругое столкновение без каких-либо ядерных превращений. Если же кинетическая энергия не сохраняется, то при взаимодействии должна поглощаться или выделяться ядерная энергия.

Законы сохранения

Что бы ни происходило, количество движения, которое потеряло одно тело, приобретается каким-нибудь другим телом (или телами): *векторная сумма количеств движения никогда не меняется.*

Чтобы придать этому правилу универсальный характер, необходимо, как мы теперь знаем, учитывать количество движения, уносимое электромагнитными полями, например световыми волнами, и хотя мы по-прежнему вычисляем количество движения в виде произведения (*масса*)·(*скорость*), мы учитываем релятивистское свойство массы возрастать по мере ускорения движения. Релятивистское изменение массы незаметно при обычных скоростях, даже при астрономически больших значениях скорости, но

[1] Гл. 26 («Энергия») входит в т. 2 настоящего издания.

оно приводит к возрастанию массы и количества движения до бесконечно больших значений, когда мы наблюдаем атомные частицы со скоростями, приближающимися к скорости света.

Это простое правило проверки баланса — суммарное Mv после столкновения равно суммарному Mv до столкновения — делает количество движения чрезвычайно важной и удобной для расчетов величиной. Изучение механики движущихся тел, будь то планеты или атомы, похоже на выслеживание банды преступников, которые постоянно меняют свой внешний облик. Сыщик выискивает признаки, которые можно, пользуясь услугами тайных агентов, распознать и проследить при любых изменениях внешнего облика (специфическая форма уха, золотой зуб, хромота и т. д.). Ученые установили, что в механике такой неизменной характеристикой является масса: масса сохраняется, говорят они. В течение столетий считали, что вещество неразрушимо и что химические превращения представляют собой лишь обмен частицами вещества. Тщательное взвешивание химических веществ в колбе до и после химических реакций не обнаружило измеримых изменений общей массы; поэтому ученые выдвинули утверждение о сохранении массы (которое, как они считали, означает сохранение вещества) в качестве универсального правила. Однако этого правила оказалось недостаточно для полного количественного описания столкновений (а в последнее время мы убедились в том, что правило это в его простейшей форме само по себе неверно). В качестве меры движения тела появилось количество движения Mv, когда было установлено, что эта величина сохраняется. Цепляясь за величину Mv, как за самый надежный ключ к пониманию движения и его измерению, мы по-прежнему рассматриваем сохранение количества движения как прочную основу механики.

Теперь мы располагаем двумя правилами для любой замкнутой [1] системы:

ПРИ ЛЮБОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СУММАРНАЯ МАССА *M* ОСТАЕТСЯ НЕИЗМЕННОЙ

(*масса M* — скаляр). Это правило называется *законом сохранения массы*.

ПРИ ЛЮБОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СУММАРНОЕ КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ Mv ОСТАЕТСЯ НЕИЗМЕННЫМ

[1] Если происходит столкновение двух грузовиков и вы наблюдаете за изменением количества движения только одного из них, то количество движения не будет сохраняться. Чтобы зафиксировать сохранение количества движения, нужно следить за количеством движения обоих грузовиков, т. е. вообще *всех* участвующих в столкновении тел. Именно это имеют в виду, говоря о замкнутой системе: рассматриваются все взаимодействующие тела.

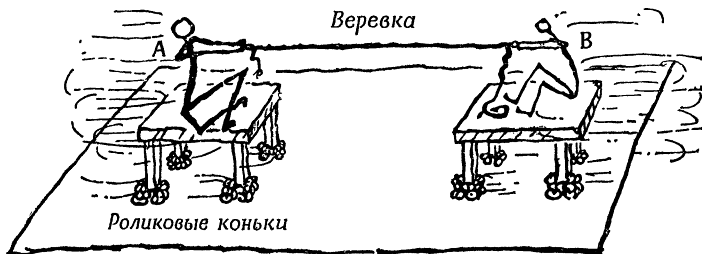
(количество движения — вектор). Это правило называется *законом сохранения количества движения.*

Эти правила позволяют нам делать предсказания или извлечь полезные сведения из измерений. Они представляют собой в известном смысле сущность физики и дают возможность привести природу в стройную систему. (Они напоминают правила проверки бухгалтерского баланса, например: итоговая сумма в графе «приход» должна быть равна итоговой сумме в графе «расход».)

Существуют ли другие подобные правила? Сохраняются ли также величины Mv^2, Mv^3 и т. д.? Измерения M и v при столкновениях показывают, что величины Mv^3 и Mv^4 безусловно не сохраняются, поэтому к ним не проявляют интереса и не присваивают им названий. Что же касается величины Mv^2, то она представляет интерес: в *некоторых случаях* она сохраняется, а в других случаях переходит в иные формы весьма важной и удобной характеристики, которую мы называем *энергией.* Величине Mv^2, или, вернее, величине $^1/_2 Mv^2$, присвоено наименование *кинетическая энергия.* Мы вернемся к ней в одной из последующих глав. *Изменение количества движения* дается произведением (*сила*)·(*время*). Мы увидим, что *изменение кинетической энергии* дается произведением (*сила*)·(*расстояние*). Это простое произведение, содержащее силу и размер, и нет ничего удивительного, что величиной $^1/_2\ Mv^2$ удобно пользоваться.

ПРИМЕРЫ ИЗМЕНЕНИЙ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

Опыт 2. *Грубый опыт со столами на колесах.* Студенты *А* и *В* сидят на двух столах, снабженных колесиками на шарикоподшипниках (роликовых коньках). Оба стола в начальный момент неподвижны и достаточно удалены друг от друга. Студенты тянут за веревку, и столы сближаются (фиг. 198), пока не столкнутся. Если массы (студент+стол) не равны, то туго натянутая веревка сообщает им неодинаковые



Фиг. 198. Грубый эксперимент.

ускорения. Сближаясь, обе массы приобретают неодинаковые скорости. При столкновении они сводят к нулю количество движения друг друга, и движение прекращается.

Опыт иллюстрирует изменение количества движения, но не дает доказательства его сохранения, если только не измерять приобретаемые количества движения.

Задача 3

При сближении столов в описанном выше демонстрационном опыте веревка все время туго натянута, ее тянут к себе оба студента или один из них. Предположим, что:

а) студент А крепко держит свой конец веревки, а студент В тянет веревку к себе, поддерживая натяжение постоянным и равным 100 ньютон, или

б) студент В крепко держит свой конец веревки, а студент А тянет веревку к себе, поддерживая натяжение постоянным и равным 100 ньютон, или

в) студенты А и В тянут веревку каждый к себе, поддерживая натяжение постоянным и равным 100 ньютон.

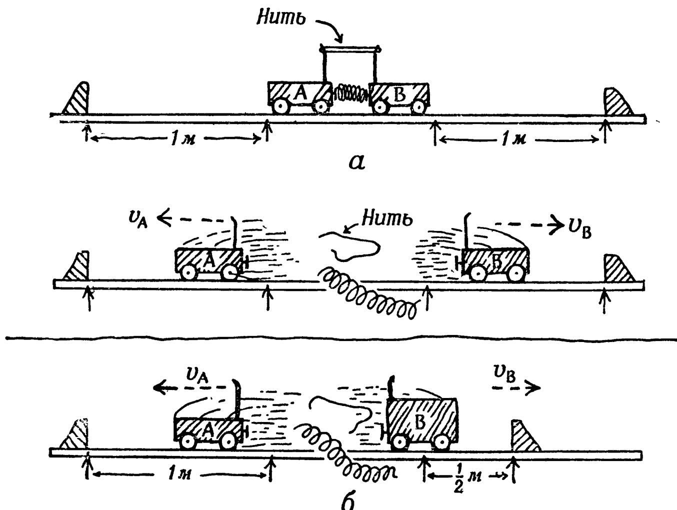
Какие различия вы рассчитываете заметить для этих трех случаев:

1) В относительном движении обоих столов?

2) В движении студента А и стола, на котором он сидит?

(Указание. Студент А и стол обладают определенной массой, к которой приложена сила 100 ньютон.)

3) В количестве веревки, накапливающемся на каждом столе?



Фиг. 199. Движение тележек, расталкиваемых пружиной.

Опыт 3. *Тележки, расталкиваемые пружиной* (фиг. 199). Две игрушечные тележки помещены посередине рельсового пути, у которого компенсировано трение для движения тележек в разные стороны. Между

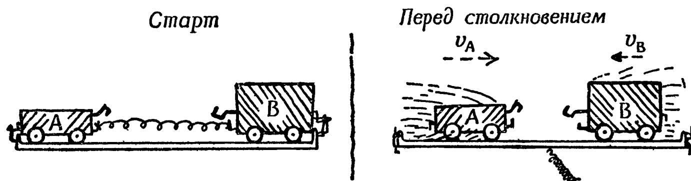
тележками помещена сжатая пружина, которая стремится оттолкнуть их друг от друга, но тележки связаны нитью. Когда нить пережигают, пружина расталкивает тележки, сообщая каждой из них некоторое количество движения; затем пружина перестает действовать, и тележки движутся равномерно.

Если тележки обладают одинаковыми массами, то, как показывают эксперименты, они движутся с равными и противоположно направленными скоростями, например: если тележка A проходит 1 *м* до какой-то отметки, то тележка B проходит за это же время 1 *м* в противоположном направлении. Значит, поскольку скорости равны и противоположно направлены (v и $-v$), а массы равны, количество движения Mv, приобретаемое тележкой B, равно и противоположно по направлению количеству движения $-Mv$, приобретаемому тележкой A.

Если масса тележки B вдвое больше массы тележки A, то тележка B приобретает вдвое меньшую скорость; если тележка A проходит 1 *м*, то тележка B проходит за это же время $^1/_2$ *м*. Если в этом случае тележка A приобретает количество движения $-Mv$, то тележка B приобретает количество движения $2M(^1/_2 v)$, направленное в противоположную сторону.

В каждом из этих случаев изменения количества движения равны и противоположны друг другу. Опыты с другими массами, например, когда тело с массой M налетает на тело с массой 3 M или тело с массой 2 M налетает на тело с массой M, дают аналогичные результаты.

Опыт 4. *Опыт с тележками, связанными посредством растянутой пружины* (фиг. 200). Этот опыт с игрушечными тележками представляет собой видоизменение опыта 2. Две тележки, удаленные друг от друга, помещены на ровный рельсовый путь и соединены длинной растянутой пружиной. После того как тележки отпускают, они сближаются, сталкиваются и сцепляются крючками. Если обе тележки в начальный момент, когда их отпускают, находятся в состоянии покоя, то после столкновения обе сцепленные тележки также *будут покоиться*. Мы говорим, что обе массы приобретают равные и противоположно направленные количества движения, которые взаимно уничтожаются при столкновении. Это происходит независимо от того, равны массы тележек или не равны.



Фиг. 200. Движение тележек навстречу друг другу под действием растянутой пружины.

Опыт 5. *Измерение скорости полета ружейной пули.* Если выпущенная из ружья пуля пробивает деревянный брусок и застревает в нем, происходит неупругое столкновение — *энергия* движения пули в

основном превращается в теплоту, но количество движения пули целиком передается бруску. Чтобы измерить скорость пули, вычисляют количество движения, как показано в задаче 4.

Задача 4. Измерение скорости ружейной пули

Пуля, выпущенная из ружья, летит горизонтально и попадает в деревянный брусок, положенный на тележку, которая перемещается по рельсовому пути с компенсированным трением (фиг. 201). Тележка первоначально покоится, затем пуля застревает в дереве и тележка движется по рельсам с постоянной скоростью. Полоска из картона длиной 0,50 м, укрепленная на тележке, проходит мимо фотоэлемента за 0,80 сек, масса пули, извлеченной из деревянного бруска, равна 0,00300 кг (или 3 г). Масса бруска и тележки,



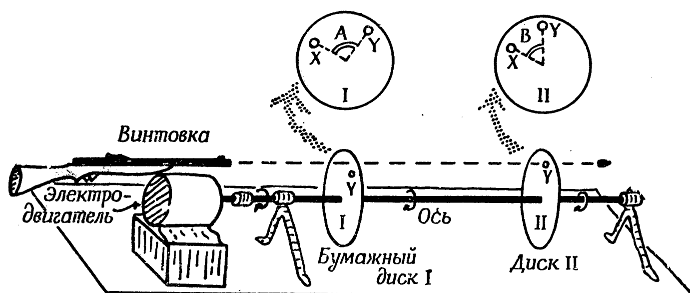
Фиг. 201. Измерение скорости ружейной пули на основе сохранения количества движения.

вместе взятых, равна 2,997 кг. Чтобы найти первоначальную скорость пули, обозначьте ее через V м/сек и воспользуйтесь законом сохранения количества движения.

а) Чему равна скорость тела (брусок+тележка+пуля) после столкновения?
б) Обозначьте скорость пули до столкновения через V м/сек. Чему равно количество движения пули до столкновения?
в) Чему равно количество движения тела (брусок+тележка) в состоянии покоя до столкновения?
г) Чему равно суммарное количество движения до столкновения?
д) Чему равна масса *всех трех тел, вместе взятых, после столкновения?*
е) Чему равно количество движения *всех трех тел, вместе взятых, после столкновения?*
ж) Воспользуйтесь в качестве исходного предположения законом сохранения количества движения и запишите ваше предположение в виде уравнения, используя полученные выше результаты. Найдите значение V.

Этот метод используют на практике в баллистике. (Деревянный брусок не укрепляют на тележке, а обычно подвешивают в виде маятника. При этом изменяется геометрия опыта, но принцип, лежащий в его основе, остается прежним.) Метод основан на предположении о сохранении количества движения; скорость пули можно измерить и другими способами; получаемые при этом

результаты совпадают с нашими. На фиг. 202 показан принципиально иной метод измерения, который может служить проверкой результата, полученного предыдущим методом. Пуля пролетает через два бумажных диска, укрепленных на оси, вращающейся с известной скоростью, и оставляет в дисках отверстие Y. При неподвижной оси с помощью выстрела проделываются «стандартные



Фиг. 202. Другой метод измерения скорости ружейной пули.

отверстия» X. Угловое смещение отверстий (A — B) служит мерой времени пролета пули.

Третий закон Ньютона

Если мы уверены, что количество движения Mv сохраняется (никогда не теряется и не создается вновь, а происходит лишь обмен количеством движения между телами), то можно сделать вывод, что два тела, которые сталкиваются или взаимодействуют между собой, должны действовать друг на друга с равными и противоположно направленными силами. Это третий закон движения Ньютона:

ДЕЙСТВИЕ РАВНО ПРОТИВОДЕЙСТВИЮ

Вот доказательство этого утверждения.

Предположим, что два тела, A и B (фиг. 203), сталкиваются друг с другом (или обмениваются количеством движения какимнибудь иным способом). Обозначим изменение количества движения тела A через $\Delta(Mv)_A$, а изменение количества движения тела B — через $\Delta(Mv)_B$. Тогда, если количество движения сохраняется, $\Delta(Mv)_A$ и $\Delta(Mv)_B$ должны быть равны и противоположно направлены

$$\Delta (Mv)_B = -\Delta (Mv)_A.$$

(То же можно записать и по другому: полное изменение количества движения, $\Delta(Mv)_A+\Delta(Mv)_B$, должно быть равно нулю.)

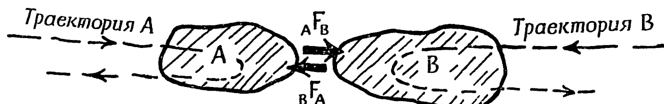
Но для тела A изменение количества движения равно

$$\Delta(Mv)_A = (\textit{Сила}, \text{ действующая на } A)\cdot\Delta t,$$

а для тела B изменение количества движения равно

$$\Delta(Mv)_B = (\textit{Сила}, \text{ действующая на } B)\cdot\Delta t$$

Время Δt одно и то же для обоих тел, поскольку столкновение тела A с телом B не может длиться больше, чем столкновение тела



Фиг. 203. Силы, действующие во время столкновения. При столкновении со стороны *каждого тела* действует на другое *одна сила.*

B с телом A (Δt — это просто продолжительность столкновения обоих тел).

Следовательно, если количество движения сохраняется, то

$$(\textit{Сила}, \text{ действующая на } A)\cdot\Delta t = -(\textit{Сила}, \text{ действующая на } B)\cdot\Delta t,$$

или

$$(\textit{Сила}, \text{ действующая на } A) = -(\textit{Сила}, \text{ действующая на } B)$$

Таким образом, (*сила*, действующая на A) и (*сила*, действующая на B) равны и противоположны друг другу,

ДЕЙСТВИЕ РАВНО ПРОТИВОДЕЙСТВИЮ.

Существует мнение, что сохранение количества движения — это экспериментально установленный факт, и поэтому считают, что третий закон Ньютона хорошо проверен на опыте. Другие рассматривают третий закон как аксиому, своего рода предварительную формулировку способа, которым мы собираемся исследовать природу. Они предостерегают нас, заявляя, что сохранение количества движения нельзя доказать экспериментально. Можно лишь получить иллюстрацию этого принципа, поскольку те же или аналогичные эксперименты, которые берутся для вычисления Mv, мы используем для измерения масс.

Независимо от того, рассматриваем ли мы третий закон Ньютона как экспериментальный факт или основную аксиому, мы поль-

зуемся им во всех областях физики, этот закон формирует наше мышление, не приводя к противоречиям. Сам Ньютон не провозглашал торжественное рождение третьего закона и не пытался внедрять его императивно. Он сформулировал его как рабочую гипотезу, которой собирался пользоваться, приняв ее для построения механики; однако он подверг эту гипотезу еще тщательной проверке, проводя опыты по столкновению маятников. (Прочтите описание экспериментов Ньютона, данное им самим, и обратите внимание, как остроумно он справился с сопротивлением воздуха.)

Если вы понимаете смысл третьего закона, а часто его понимают неправильно и даже неправильно излагают в учебниках, то, пожалуй, сможете пользоваться им не хуже самого Ньютона.

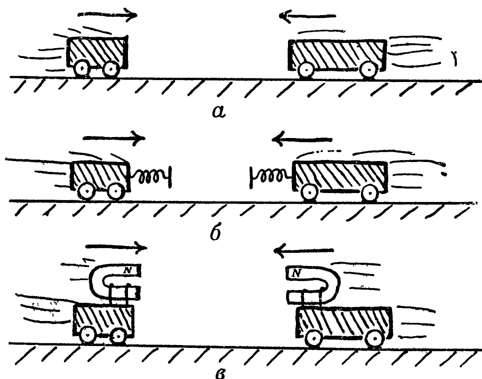
Мощный инструмент для решения задач

Теперь вы видите, каким мощным инструментом может служить закон сохранения количества движения при решении задач. Если в системе происходят какие-то явления, то между одной частью системы и другой ее частью могут возникать многочисленные внутренние силы, но они появляются в виде пар равных и противоположно направленных сил (третий закон Ньютона). Поэтому они не могут изменить результирующего количества движения. Мы можем проводить расчеты общего характера, не зная о внутренних деформациях и перемещениях и не заботясь о них. Когда мы делим нашу систему на две части, например при рассмотрении столкновения, и говорим, что количество движения, приобретенное одной частью, должно быть отнято у другой, *нам не нужно ничего знать о силах, которыми обусловлен этот обмен количеством движения.* Эти силы представляют собой пары равных и противоположно направленных сил действия и противодействия. Они являются источником равных и противоположно направленных количеств движения независимо от того, постоянны эти силы или быстро возрастают и снова убывают по величине, возникают эти силы при внезапном столкновении или в результате слабого гравитационного притяжения, приводит действие этих сил к колебаниям молекул (теплота), закручиванию пружин (потенциальная энергия) или полному восстановлению первоначальной энергии движения. Так, если пуля вылетает с большой скоростью из ружья и попадает в деревянный брусок, лежащий на абсолютно гладком столе, то скорость скольжения бруска (вместе с пулей) можно вычислить, зная массы и первоначальную скорость пули и предполагая, что количество движения

сохраняется. Для расчета не нужно знать в деталях, что происходило с пулей. Как правило, пуля пробивает древесные волокна, разрывая их, в результате чего температура волокон повышается, и в конце концов вся энергия движения пули растрачивается, превращаясь в теплоту. Если пуля ударится о кусок металла, находящийся внутри деревянного бруска, то пуля нагреется сама и может расплавиться. Внутрь деревянного бруска можно поместить приспособление, которое захватывало бы пулю так, чтобы при этом энергия ее движения расходовалась на сжатие пружины или вызывала вращение небольшого колеса. В любых случаях конечная скорость бруска будет одной и той же при условии, что пуля застревает в нем.

Столкновение и «соприкосновение» — слово, которое вводит в заблуждение

Толкните навстречу друг другу две тележки, стоящие на рельсовом пути «без трения» (фиг. 204). Тележки будут двигаться с постоянными скоростями, пока не произойдет столкновение, сопровождающееся ударом; затем после очень кратковременного соприкосновения тележки отскакивают одна от другой, обладая другими скоростями, но с тем же самым суммарным количеством движения. Если снабдить тележки буферами из хороших стальных пружин, то столкновение будет более продолжительным и мы сможем подробно изучить его отдельные стадии. Конечные скорости, которыми обладают тележки, оттолкнувшись друг от друга, могут быть больше, чем при столкновении, но количество движения опять-таки сохраняется. Количество движения сохраняется на любой промежуточной стадии столкновения: оно равно суммарному количе-



Фиг. 204. Столкновения.

а — удар; *б* — пружинные буфера; *в* — взаимное отталкивание магнитов.

ству движения тележек перед началом столкновения. Во время столкновения, когда тележки максимально сближаются и пружины сжаты сильнее всего, тележки и пружины движутся все вместе с одной и той же скоростью; эту скорость можно вычислить, поскольку известны общая масса и суммарное количество движения. Мы могли бы приспособить какую-нибудь защелку для сцепления тележек в этот момент, измерить скорость сцепленных тележек и проверить наш расчет. Это может служить проверкой закона сохранения количества движения. Именно это мы и делали в демонстрационном опыте со сталкивающимися тележками, о котором говорилось в начале этой главы (стр. 310). Сделаем теперь «столкновение» еще более мягким — поместим на каждой тележке по большому магниту так, чтобы они отталкивали друг друга. Тогда при сближении тележек магниты, подобно пружине, будут отталкивать друг друга все сильнее и сильнее. Тележки разъедутся в противоположные стороны, не соприкоснувшись, а количество движения при этом опять-таки сохранится. На первый взгляд кажется, что здесь не было настоящего столкновения. Тем не менее в действительности — это типичное столкновение, модель жесткого столкновения, при котором оба тела приходят в контакт, только эта модель выполнена в большом масштабе, с замедленным движением сталкивающихся тел. При столкновении любого типа (магниты, пружины, соприкосновение при ударе) на определенной стадии сближения сталкивающихся тел развиваются равные и противоположно направленные силы, которые «расталкивают» оба тела в противоположные стороны и действуют до тех пор, пока тела снова не удалятся одно от другого.

Магнитное отталкивание начинает ощущаться на довольно больших расстояниях и сильно возрастает на малых расстояниях между телами. Насколько тележки должны приблизиться друг к другу, чтобы направление их движения изменилось под действием взаимного отталкивания магнитов, зависит от начальных скоростей. В широком интервале скоростей взаимного отталкивания магнитов оказывается вполне достаточно.

Когда тела при столкновении приходят в соприкосновение, сопровождающееся ударом, возникают такие же силы, но на значительно меньших расстояниях. Это «близкодействующие» атомные силы, которые практически равны нулю, пока атомы на поверхности одного тела не приблизятся к атомам на поверхности другого тела на очень малое расстояние, значительно меньшее диаметра молекул. Тогда-то и появляются большие силы отталкивания, которые становятся еще значительнее при более тесном сбли-

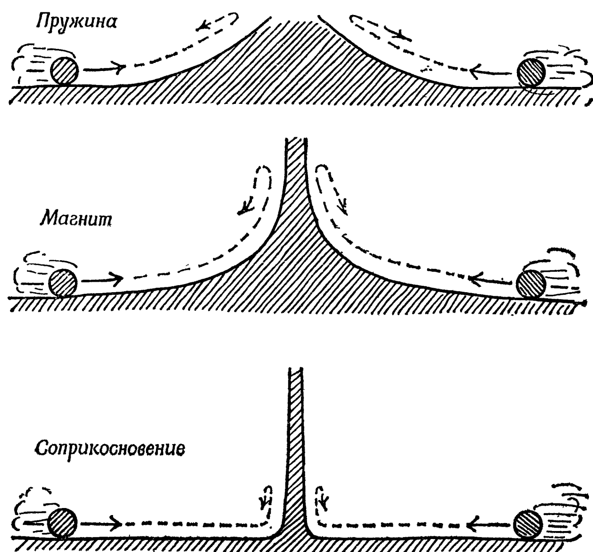
жении [1]. Это и есть соприкосновение тел, внезапное появление сил отталкивания на очень малом расстоянии между телами. «Прикосновения» одного атома к другому не происходит. В масштабе атомов существуют лишь силовые поля, которые отталкивают и притягивают атомы или части атомов, причем интенсивность этих полей резко меняется с расстоянием. Нажмите пальцем на стол, и вы почувствуете, как атомы стола начнут отталкивать атомы вашего пальца, когда палец окажется на очень близком расстоянии от поверхности стола. Как бы сильно или слабо вы ни прижимали палец к столу, вы испытываете лишь небольшое отталкивание, которое передается мышечной ткани пальца и воздействует на нервные окончания [2].

---

[1] При очень тесном сближении тел атомные силы отталкивания начинают преобладать над «дальнодействующими» силами притяжения, которые удерживают вместе частицы в твердых телах, создают «поверхностное натяжение» и обусловливают некоторые химические связи. Притяжение простирается на несколько диаметров молекул и возрастает по мере сближения частиц, но не так быстро, как силы отталкивания. Силы отталкивания нарастают быстро, и в равновесном положении атомов на поверхности твердых тел и т. п. в точности уравновешивают силы притяжения. Когда мы пытаемся еще больше сблизить атомы (при любых столкновениях), силы отталкивания начинают превышать силы притяжения и противодействуют производимому нажиму. Силы отталкивания должны существовать, иначе вещество потеряет устойчивость — частицы «слепятся» (это состояние называют *коллапсом*). Мы считаем, что оба рода сил имеют электрическую природу. Близкодействующие силы отталкивания возникают, когда один атом пытается проникнуть внутрь другого. В этом случае электроны сопротивляются проникновению других электронов внутрь своих орбит, а ядра, не полностью экранированные электронами, также отталкивают друг друга. Механизм этих явлений не так просто иллюстрировать или объяснить. Некоторые дополнительные значения приведены в гл. 44 («Современная физика», входит в т. 3 настоящего издания).

[2] Проводя пальцем по шероховатой поверхности стола, вы ощущаете действие сил трения. Опять-таки речь идет лишь о больших по величине силах, никакого «соприкосновения» между атомами твердых тел нет. Это силы отталкивания между пальцем и неровностями стола. Когда вы ощущаете наличие трения между очень гладкими поверхностями, например при скольжении металла по металлу, это значит, что действуют атомные силы *притяжения*, т. е. крошечные частицы металла стираются с одной поверхности и переходят на другую. Как показывает химический анализ, при трении железа о медь происходит перенос небольшого количества меди на железо, иногда в микроскоп видны ветвеобразные следы меди. Известно, что при трении меди по меди также происходит обмен микроколичествами металла между трущимися поверхностями, даже если не видно никаких следов. Возникает вопрос: каким образом можно узнать об этом и измерить участвующие в обмене количества металла, если нет такого химического анализа, который бы позволил отличить одну медь от другой? В последующих главах вы узнаете о замечательном методе, которым для этого пользуются.

Помимо больших сил, которые, как об этом говорилось выше, развиваются на очень малых расстояниях, между пальцем и столом нет никакого «соприкосновения», или «контакта»,— эти термины вызывают отчетливое и в то же время ошибочное представление. Ваш палец, наделенный чувством осязания, напоминает своего рода щуп, который инженеры, занимающиеся исследованиями конструкций, называют «тензодатчиком».

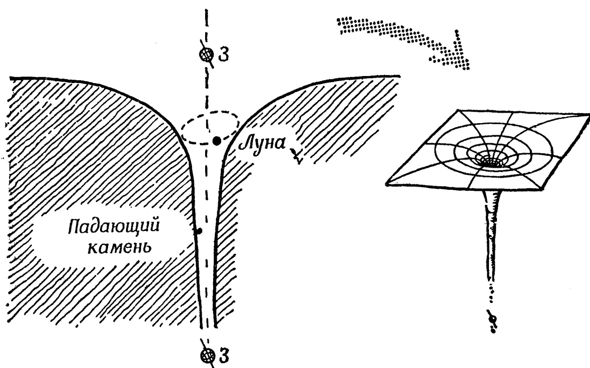


Фиг. 205. Потенциальный барьер.

Симметричный потенциальный барьер соответствует случаю двух одинаковых шариков, сближающихся с одинаковыми скоростями. Один шар можно поместить на оси симметрии, а другой изобразить катящимся по направлению к первому.

Для иллюстрации столкновений можно предложить другой способ. Заменим тележки катящимися шарами и не будем создавать силы отталкивания, а заставим шары вкатываться вверх по склону соответствующего профиля. На фиг. 205 показаны такие склоны для трех случаев, которые мы только что рассмотрели. Обратите внимание, что в случае жесткого удара склон оказывается очень крутым, но это не вертикальная стена. (Кривые, описывающие профили этих склонов, называются *потенциальными диаграммами*, потому что высота склона в каждой точке характеризует потенциальную энергию, запасаемую пружиной, магнитным полем

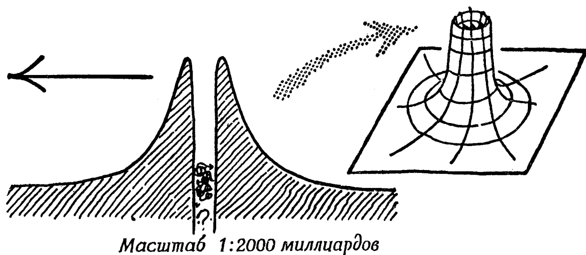
или полем атомных сил во время столкновения, см. гл. 26[1]. Такие потенциальные диаграммы, или потенциальные барьеры, очень полезны при рассмотрении столкновений в ядерной физике. В случае сил *притяжения* потенциальный барьер превращается в *потен-*



Фиг. 206. Потенциальная яма для случая поля тяготения Земли.

Орбита Луны показана в масштабе $^{1}/_{100}$ миллиардов.

циальную яму. На фиг. 206 показана потенциальная яма, создаваемая полем тяготения Земли, а на фиг. 207 — потенциальная яма для случая атомного ядра с потенциальным барьером снаружи.)



Фиг. 207. Потенциальная яма и потенциальный барьер для случая атомного ядра.

Таким образом, все столкновения по существу одинаковы Различие заключается в форме силового поля и не нарушает общего подхода, основанного на законе сохранения количества

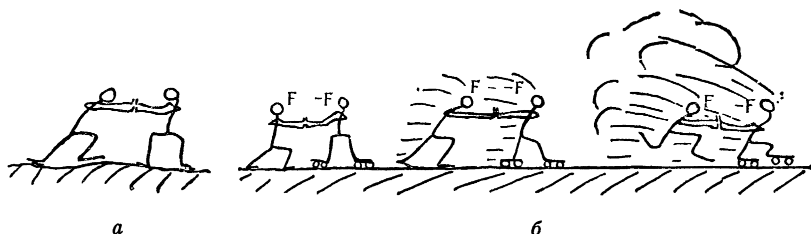
[1] Гл. 26 («Энергия») входит в т. 2 настоящего издания.

движения. Все силовые поля, с которыми мы имеем дело в физике, по-видимому, действуют с одинаковыми и противоположно направленными силами: таковы гравитационные силы притяжения, электрические силы отталкивания и притяжения, магнитные силы (которые, как мы считаем, возникают при движении электрических зарядов), а также молекулярные и атомные силы, которые, согласно нашим представлениям, имеют электрическую природу. Пока нам известно очень немногое о ядерных силах.

Поскольку в основе всего нашего подхода к изучению сил и движения лежит принцип «действие равно противодействию», очень важно понять его смысл.

Смысл принципа «действие равно противодействию»

Вы не можете толкнуть меня, не почувствовав сами ответного толчка. Предположим, что мы взялись за руки и вы толкаете меня с силой 100 *ньютон* в направлении на восток (фиг. 208,*а*). Автоматически я должен толкнуть вас с силой 100 *ньютон* в направлении на запад (фиг. 208,*б*). Не может быть одной силы без наличия второй. Попытка произвести толчок приводит либо к появлению обеих сил, либо обе отсутствуют.



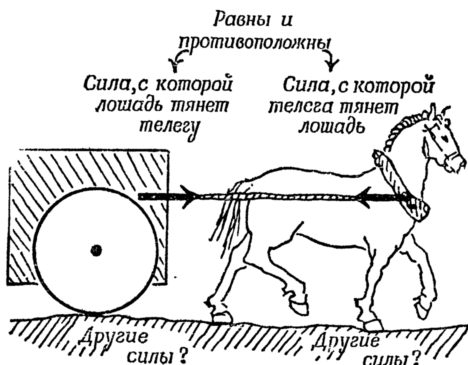
Фиг. 208.

Если мы совершаем равномерное или ускоренное движение, то силы по-прежнему будут равны и противоположно направлены. Если вы стоите на роликовых коньках, а я, не отрывая рук, вас все время толкаю, то вы приобретете ускорение. Чтобы не отстать мне, толкая вас, придется бежать все быстрее и быстрее. Но при этом вы по-прежнему будете действовать на меня с такой же силой, с какой я действую на вас, независимо от нашего движения. Обе эти силы равны и противоположно направлены, но это не значит, что вообще нет результирующей силы. *Мое усилие* — это сила, приложенная к *вам*, и вы чувствуете ее. *Сам факт, что при этом*

вы тоже толкаете меня, не есть действие силы, приложенной к вам. Из двух сил на вас действует только мое усилие. Если это усилие не уравновешивается другими внешними силами, которые также действуют на вас, то вы будете двигаться с ускорением [1].

Парадокс с телегой и лошадью

Предположим, что лошадь везет телегу. Тогда телега тянет назад лошадь с такой же точно силой, с какой лошадь тянет телегу вперед (фиг. 209). Но как же они вообще движутся? Если вас



Фиг 209. Задача о лошади и телеге.

мучает этот вопрос, прочтите приведенные ниже рассуждения; в противном случае их можно без большого ущерба опустить.

Недоумение возникает в связи с тем, что не всегда дают себе труд внимательно разобраться в том, какая сила на что действует. Предположим, что лошадь тянет телегу вперед с силой 100 *ньютон.* Эта сила действует *только на телегу,* стремясь придать ей ускорение. Сам факт, что лошадь прилагает силу к телеге, не означает, что сила приложена к лошади. К лошади приложена сила 100 *ньютон,* с которой телега тянет лошадь назад; эта сила приложена только к лошади. Каждая из этих двух сил действует только на одно тело — на то, которое эта сила тянет, стремясь придать ему ускорение, но силу развивает другое тело.

Лошадь *развивает силу* 100 *ньютон* в одном направлении, эта сила *действует на телегу.*

Телега *развивает силу* 100 *ньютон* в противоположном направлении, эта сила *действует на лошадь.*

---

[1] Предположим, вы стоите на роликовых коньках и я толкаю вас кулаком в живот с силой 100 *ньютон.* Пока вы движетесь с ускорением, это будет причинять вам боль. В то же время ваше противодействие или ответный толчок действует *на меня, а не на вас,* и мой кулак почувствует приложенное к нему ответное толкающее усилие 100 *ньютон.* Если я стою на роликовых коньках, то я тоже буду двигаться с ускорением, направленным в противоположную сторону.

Т е л е г а. На телегу действуют и другие силы: трение о землю и сопротивление воздуха. Если обе эти силы трения, приложенные к телеге, как раз уравновешивают силу тяги лошади, то результирующая сила, приложенная к телеге, равна нулю и телега будет оставаться в состоянии покоя или двигаться с постоянной скоростью. В этом случае

Сила тяги лошади — Сопротивление трения = Нуль.

Следовательно, ускорение отсутствует. Если сила тяги лошади превышает сопротивление трения, то

Бо́льшая сила тяги лошади — Трение = Результирующая сила, направленная вперед (которая сообщает телеге *ускорение*).

Л о ш а д ь. В то же самое время телега тянет лошадь назад, и, чтобы двигаться вперед, лошадь должна отталкивать дорогу назад, заставляя тем самым дорогу толкать ее вперед (еще одна пара равных и противоположно направленных сил). Отталкиваясь от дороги, лошадь испытывает со стороны дороги действие силы, толкающей ее вперед. Если

Сила, с которой дорога толкает лошадь вперед — Сила тяги со стороны телеги — Сопротивление воздуха, испытываемое лошадью = Нуль,

то лошадь движется с постоянной скоростью. Если же лошадь отталкивается от дороги сильнее, так что

Бо́льшая сила, с которой дорога толкает лошадь вперед — Сила тяги со стороны телеги — Сопротивление воздуха =

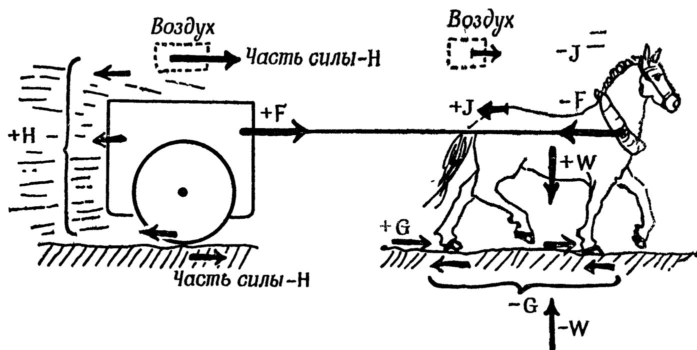
= Результирующая сила, направленная вперед (которая действует на лошадь),

то лошадь будет двигаться с ускорением.

«Хорошо,— можете возразить вы,— но если рассматривать лошадь и телегу вместе, то почему обе силы (+100 *ньютон* и —100 *ньютон*) не уничтожают взаимно друг друга?» Разумеется, так оно и есть. Обе силы взаимно уничтожаются и способствуют движению вперед лошади и телеги не больше, чем усилия человека, тянущего себя одной рукой за другую, помогают ему бежать. Система (*лошадь + телега*) испытывает направленное вперед усилие со стороны дороги, действующей на лошадь, и сопротивление сил трения. Движение системы зависит от того, что больше.

На каждое тело (*лошадь*), (*телега*), (*лошадь + телега*) действует несколько сил. Третий закон Ньютона не говорит о том, являются ли две основные силы, действующие на любой из этих объектов, равными и противоположно направленными. Он требует, чтобы силы взаимодействия для каждой пары тел на фиг. 210 были равны и противоположно направлены. Для каждой пары тел мы имеем равные и противоположно направленные силы.

Сила, с которой *лошадь тянет телегу*, $+F$ }
Сила, с которой *телега тянет лошадь*, $-F$ } Равны и противоположны.



Фиг. 210. Расположение сил в задаче о лошади и телеге.

Другие силы,

действующие в горизонтальной плоскости:

Сила, с которой *дорога толкает лошадь*, $+G$ }
Сила, с которой *лошадь толкает дорогу*, $-G$ } Равны и противоположны;

Сумма сил трения, приложенных к *телеге*, $+H$ }
Сумма сил, действующих на *дорогу* и *воздух* со стороны телеги, $-H$ } Равны и противоположны;

Сила сопротивления воздуха, приложенная к *лошади*, $+J$ }
Сила, действующая на *воздух* со стороны *лошади*, $-J$ } Равны и противоположны;

действующие в вертикальной плоскости:

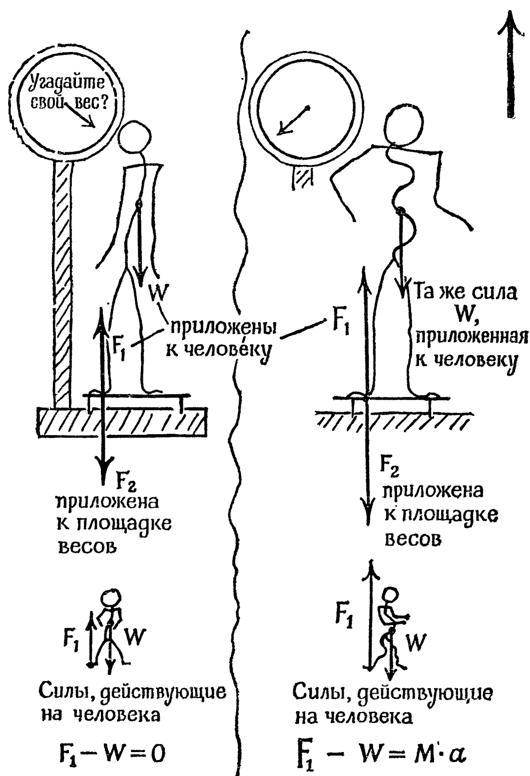
Сила притяжения лошади Землей, $+W$ }
Сила притяжения Земли лошадью, $-W$ } Равны и противоположны.

Такая же пара сил определяет взаимодействие *телега — Земля*. Но каково соотношение между силами F и G или F и H, это совсем другой вопрос, который не имеет ничего общего с третьим законом Ньютона. (В то же время, складывая все силы, действующие на одно тело, например силы F и H, которые действуют на телегу, можно с помощью второго закона Ньютона предсказать ускорение тела.)

«Действие равно противодействию» — почти аксиома

При построении небесной и земной механики Ньютону пришлось иметь дело с притяжением Земли, приложенным к Луне, и с притяжением Луны, действующим на Земле. Если бы мы не могли утверждать, что подобные силы равны и противоположно на-

правлены, то развитие механики сильно осложнилось бы, а то и вовсе стало бы невозможным, даже, пожалуй, лишенным смысла. Дело в том, что это свойство сил лежит в основе нашего способа



Фиг. 211. Опыт со взвешиванием в ускоренно движущемся лифте.

слева — лифт неподвижен; *справа* — лифт движется с ускорением.

рассмотрения сил в механике. Взвешиваясь, вы фактически измеряете *силу давления ваших ступней на площадку весов*. Но вы стремитесь измерить *силу притяжения вашего тела Землей*, и если вы находитесь в состоянии равновесия, то сила земного притяжения уравновешивается *реакцией площадки весов*. Итак, мы хотим измерить силу земного притяжения W (фиг. 211). Мы предполагаем

(первый закон Ньютона), что в состоянии *равновесия* $W = -F_1$, где F_1 — реакция площадки весов. Далее (третий закон Ньютона), сила F_1 равна и противоположна силе F_2 давления тела на площадку весов, и весы измеряют силу F_2. Третий закон Ньютона ничего не говорит о соотношении между силой W и любой из сил F_1 и F_2. Он говорит только о том, что F_1 и F_2 равны и противоположны друг другу. (Разумеется, самой силе W отвечает равная и противоположная сила реакции, направленная вверх,— притяжение, которое испытывает огромная Земля со стороны вашего тела.) Если вся эта система тел движется ускоренно вверх (как в лифте в начале подъема), то сила F_1 должна быть больше силы W, так что результирующая сила $[F_1 - W]$ будет придавать ускорение вверх и вашему телу в соответствии с соотношением $F = M \cdot a$; но сила F_2 по-прежнему будет равна силе F_1 и противоположна ей по направлению. В этом случае весы измерят F_2 (или F_1), но не W.

Демонстрация действия и противодействия

Если равенство действия и противодействия кажется очевидным [1] проявлением симметрии, вы можете рассматривать его как тривиальный факт, своего рода 2+2=4, и вывести отсюда закон сохранения количества движения. Но большинство ученых считает такой подход чрезмерно наивным и полагает, что равенство дей-

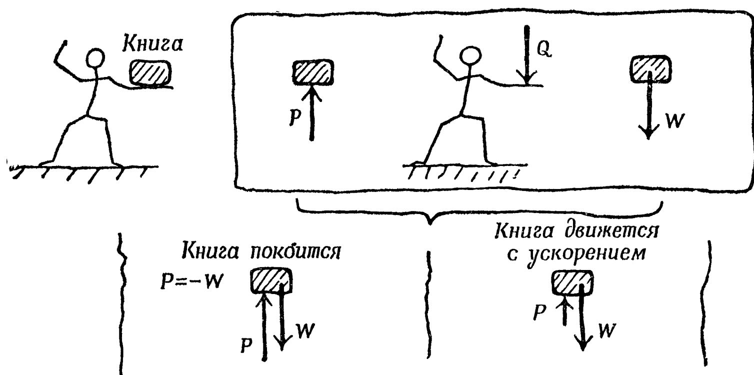
---

[1] **«Ложные доказательства».** Иногда можно встретиться с таким доказательством (фиг. 212). «У меня на ладони лежит книга. Поскольку *книга находится в состоянии покоя*, я действую на нее с силой, направленной вверх и в точности равной силе, с которой книга давит на мою руку вниз». Последняя фраза утверждает, что *действие равно противодействию*; но предыдущая фраза, выделенная курсивом, вообще не содержит никакого утверждения. Тут две ошибки:

А) На книгу действует только одна из двух сил, о которых говорилось выше, а именно сила реакции моей руки P, направленная вверх. На книгу действует еще одна совершенно независимая от других сила — притяжение Земли W. Если книга находится в состоянии покоя, то мы считаем, что $P = -W$ (первый закон Ньютона). Но это не убеждает нас в том, что $P = -Q$, где Q — направленная вниз сила давления книги на мою руку (третий закон Ньютона).

Б) Книга вовсе не *обязательно* должна покоиться. Она может двигаться с ускорением. Если я опускаю руку с ускорением, направленным вниз, то при этом я уменьшаю силу P. Значит, силы P и W, приложенные к книге, уже не уравновешиваются. Тем не менее мы считаем, что действие и противодействие сил рука — книга, т. е. силы P и Q, по-прежнему равны и противоположны друг другу, хотя наше убеждение не основано на приведенном ошибочном доказательстве.

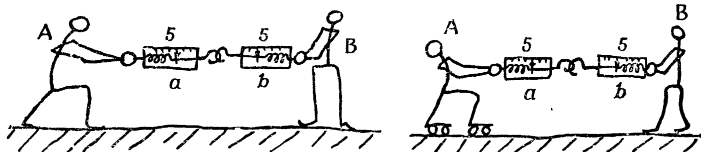
ствия и противодействия нельзя доказать, не измеряя количества движения.



Фиг. 212.

ОБОДРЯЮЩИЕ ОПЫТЫ

Можно предложить несколько опытов, которые если и не доказывают равенства действия и противодействия, то во всяком случае иллюстрируют этот принцип. Опыты, изображенные схематически на фиг. 213 и 214, кажутся на первый взгляд удачными, но их можно истолковать как проверку самих пружин, проверку, которая ничего не доказывает, если только мы не примем в качестве допущения то, что стремимся доказать.

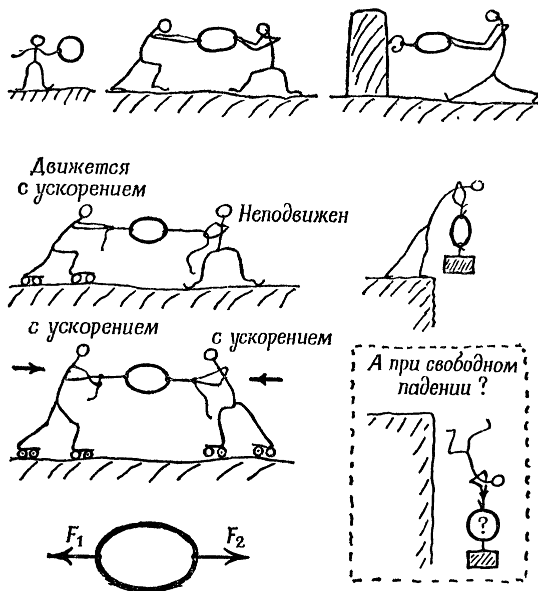


Фиг. 213. Попытки продемонстрировать принцип «действие равно противодействию».

Показания пружинных динамометров a и b одинаковы, даже если A и B (либо один из них) стоят на роликовых коньках и движутся с ускорением. Динамометр a показывает силу человека A, а динамометр b — силу человека B. Но откуда динамометры знают, чью силу они измеряют?

Опыт 6. Пожалуй, лучшим из этих опытов следует считать тот, где меньше всего деталей, запутывающих рассмотрение. На фиг. 214 показан опыт с кольцом из пружинной стали, который демонстрирует силы, возникающие при деформации кольца.

Соображения симметрии не позволяют нам приписать деформацию кольца действию усилия, приложенного именно с одного конца, а не с другого, и заставляют поверить в то, что тянущие силы равны и противоположно направлены. Кольцо деформируется в один и тот же симметричный овал независимо от того, действует ли на него стена или люди, покоятся ли они или движутся любым образом. (В лучшем случае эти опыты приносят нам успокоение. В худшем случае — это надувательство, цель которого заставить нас думать.) Мысль о том, что этот опыт может дать какое-то подтверждение третьего закона Ньютона, все же соблазнительна. Представим себе, что кольцо из пружины становится все тоньше и тоньше, пока его масса не окажется практически равной нулю. В таком случае даже при движении с ускорением на кольцо не должна действовать результирующая сила (первый закон Ньютона). Поэтому обе действующие на кольцо силы должны быть равны и противоположно направлены. Означает ли это, что третий закон Ньютона доказан? Отнюдь нет. Это совсем не те силы, равенство которых мы хотим доказать, а силы, приложенные со стороны разных тел к одному и тому же телу! Мы же хотим узнать, равно ли противодей-



Фиг. 214. Действие и противодействие?

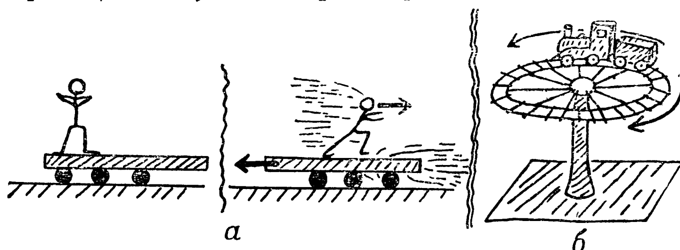
Симметрия кольца дает основание считать, что силы F_1 и F_2 равны и противоположны друг другу. Это верно, но это на самом деле не те силы, о которых говорится в третьем законе Ньютона.

ствие кольца, приложенное к одному из тел, силе, приложенной к кольцу со стороны этого тела, и направлено ли оно противоположно тянущей силе.

Ситуация, описываемая третьим законом Ньютона, характерна *для каждого конца нашего кольца.* Другими словами, дело обстоит еще хуже! Этот результат предостерегает от той опасности, которую таит в себе чересчур смелый подход к доказательствам.

Всеобщий закон сохранения количества движения

Отныне мы будем рассматривать принцип *действие равно противодействию* как рабочее правило и, следовательно, будем предполагать, что количество движения всегда сохраняется (если только новые экспериментальные данные не заставят нас изменить свою точку зрения). Кажущиеся противоречия, вроде таинственного



Фиг. 215. Сохранение количества движения.

а — человек начинает бежать по подвижной «дороге», платформе на роликах; *б* — игрушечный поезд движется по ободу колеса, когда поезд трогается по рельсам, колесо испытывает отдачу в обратном направлении.

«возникновения» количества движения, когда стоящий неподвижно человек вдруг переходит на быструю ходьбу, нас не смущают, мы считаем, что ступни человека придают огромной Земле такое же количество движения, направленное в противоположную сторону, назад. Опыт с подвижной «дорогой» (небольшой платформой на роликах) убеждает нас в правильности этого вывода. Когда человек, стоящий на платформе, делает шаг вперед, платформа начинает двигаться назад (фиг. 215). Такой же результат дает опыт с игрушечным электрическим поездом, движущимся по кольцевому рельсовому пути. Путь уложен на велосипедном колесе с вертикальной осью и свободно вращается. Как только поезд трогается, рельсы начинают двигаться в обратном направлении.

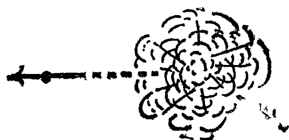
Мы придерживаемся той точки зрения, что закон сохранения количества движения справедлив для молекул, атомов и даже для составных частей атомов. Мы считаем, что этот закон применим ко всем соударениям молекул, в том числе к неупругим столкнове-

ниям, когда один атом налетает на другой и выбивает из него какие-нибудь частицы. Этот принцип оказывается настолько плодотворным, что если бы мы натолкнулись на случай, когда количество движения «исчезает», обращается в «ничто» (скажем, при атомном превращении), то могли поддаться искушению придумать какую-то крошечную невидимую частицу, которая уносит недостающее количество движения. Нам пришлось бы выдумать особого рода «демона», встав, вообще говоря, на опасный путь. Антинаучный подход? Да, если вы не найдете иных обоснований для введения демона или применений его!

Мы действительно сталкиваемся с необъяснимым исчезновением количества движения, когда радиоактивный атом выбрасывает электрон — бета-частицу.

В ядерной физике нам пришлось прибегнуть к помощи такого демона — крошечного «нейтрино», частицы, не обладающей ни массой, ни электрическим зарядом, по которым можно было бы обнаружить ее присутствие. В течение многих лет нейтрино оставалось невидимым, и многие действительно считали, что его невозможно обнаружить. Но тогда честно ли было утверждать, что нейтрино существует? Возможно, мы поступали неразумно, рассматривая нейтрино как реально существующую частицу, но как способ устранения незначительных и в то же время существенных нарушений закона сохранения количества движения гипотеза нейтрино была, по-видимому, ничуть не хуже любого другого способа выражения опытной истины. Гипотеза содействовала ясности мышления, и мы поручили нейтрино сразу несколько дел: помимо количества движения, нейтрино уносило некоторую порцию энергии и момент количества движения, восстанавливая баланс и этих величин. Это сделало его более приемлемым: право же, однорукому демону не место в науке! Недавно замечательные поиски физиков-экспериментаторов увенчались успехом: нейтрино было обнаружено. Наш демон занял подобающее место в принятой нами системе классификации научных фактов.





Проработайте предлагаемые задачи, заполняя пропуски, оставленные для ответов.

Задачи на сохранение количества движения

Вычислите полное количество движения в заданном направлении до столкновения, затем вычислите полное количество движения после столкновения. Обозначьте неизвестную вам скорость или силу через X, затем приравняйте суммарное количество движения до столкновения и после столкновения (т. е. предположите, что количество движения сохраняется) и решите уравнение относительно X.

Задача 5

Автомобиль массой 1500 кг, движущийся со скоростью 6 м/сек, догоняет грузовик массой 2000 кг, движущийся со скоростью 3 м/сек в том же *направлении, и врезается в грузовик.*
Найдите скорость, с которой будут двигаться обе машины вместе. Количество движения всегда сохраняется *(т. е. суммарное количество движения не меняется при* любом *столкновении).*
Начальное количество движения легкового автомобиля =
=(______) . (______) . ______.
(единицы)
Начальное количество движения грузовика=
=(______) . (______) . ______.
(единицы)
После столкновения суммарная масса *равна* ____ *кг.*
Обозначим скорость обеих машин, движущихся вместе после столкновения, через X м/сек.
Следовательно, количество движения обеих соединившихся машин, выраженное через X, равно ______ · ______.
(единицы)
Поскольку суммарное количество движения в направлении вперед одинаково до и после столкновения, то ____ + ____ = ____ *м/сек.*
Следовательно, решая уравнение относительно X, получаем:
Конечная скорость X= ____ *м/сек.*

Задача 6

Автомобиль массой 1500 кг, движущийся со скоростью 6 м/сек, сталкивается «в лоб» с автомобилем массой 2000 кг, движущимся со скоростью 3 м/сек. Найдите скорость обоих автомобилей после столкновения.
Суммарное количество движения до столкновения=количеству движения автомобиля 1+количество движения автомобиля 2=
= ______ + ______ · ______.
(единицы)
(Количество движения — вектор, *обращайте внимание на знаки плюс и минус.)*
Обозначив конечную скорость через X, получим:
Количество движения обоих автомобилей= ______ · ______.
(единицы)

Исходя из предположения, что количество движения сохраняется, получим уравнение ___________ = ___________.
Следовательно, конечная скорость X равна ______ м/сек.

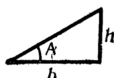
Задача 7

На грузовик массой 2000 кг, движущийся в северном направлении со скоростью 30 км/час по обледенелой дороге, налетает легковой автомобиль массой 1000 кг, движущийся по боковой улице в восточном направлении со скоростью 45 км/час. Вычислите скорость обеих машин, указав ее величину и направление.
Примечание. Не переводите *километры в метры. Для закона* сохранения количества движения *это не имеет значения, поскольку*

____

____

Количество движения грузовика = __________ · __________ к __________.
(единицы) (направление)
Количество движения легкового автомобиля =
· __________ · __________ · = __________ к __________.
(единицы) (направление)
Сумма[1] *обоих количеств движения представляет собой количество движения, величина которого* ______ · ______, *а направление определяется* $\text{tg}A =$ ______, *где угол A — это угол между суммой и* северным *направлением*[2]. *На рисунке* $\text{tg}A$ *равен* h/b.
(единицы)



Если конечная скорость равна V км/час, то
Конечное количество движения = __________ · __________.
(единицы)
Если количество движения (вектор) *сохраняется, то V должно быть равно* __________ *км/час.*

Задача 8

Орудие массой 100 кг, стоящее неподвижно на абсолютно гладкой поверхности, выпускает горизонтально снаряд массой 1 кг со скоростью 300 м/сек. Найдите скорость отдачи орудия.

---

[1] Количество движения — это вектор, обладающий величиной и направлением. Поскольку произведение (*сила*)·(*время*) дает *изменение количества движения*, то количество движения должно подчиняться правилу сложения векторов точно так же, как и сила. Начертите оба вектора количества движения (они перпендикулярны друг другу) и, воспользовавшись этим построением, найдите сумму.

[2] Треугольники со сторонами, пропорциональными числам 3, 4, 5,— это прямоугольные треугольники.

Снаряд при вылете из орудия обладает количеством движения

———— · ————.
(единицы)

Количество движения орудия должно быть

————————————————————.

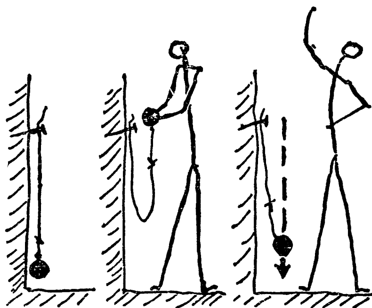
(такое же? равное и противоположно направленное? большее? меньшее?)

Следовательно, скорость орудия должна быть равна ——— *м/сек.*

Задачи на изменение количества движения

Задача 9

Человек хочет оторвать от прочной веревки длиной 1 м 20 см кусок длиной 30 см. Он повреждает веревку в том месте, где намерен ее разорвать, затем подвешивает к нижнему концу кусок железа массой 1 кг и привязывает верхний конец веревки к гвоздю, вбитому в стену (фиг. 216). Потом человек



Фиг 216. К задаче 9.

поднимает кусок железа на высоту гвоздя (при этом веревка свободно свешивается, образуя петлю) и отпускает его. Груз свободно падает, пролетая 1 м 20 см, и туго натягивает веревку резким рывком. Судя по раздавшемуся при этом звуку, рывок длится примерно $^1/_{100}$ сек. Веревка разрывается. Оцените величину разрывающей силы.

Задача 10

а) Молоток массой 1 кг, движущийся со скоростью 3 м/сек, ударяет по гвоздю. Гвоздь вошел в твердое дерево и продвигается на очень небольшое расстояние. Молоток отскакивает с малой скоростью. Электронный прибор для измерения промежутков времени показывает, что соприкосновение молотка с гвоздем длится примерно $^2/_{100}$ сек. Оцените среднее значение силы, действующей на гвоздь во время соприкосновения с молотком.

б) Представьте себе, что молоток ударяет по пружинящему гвоздю и соприкосновение также длится $^2/_{100}$ сек, но молоток отскакивает от гвоздя почти с той же скоростью, с какой он двигался по направлению к гвоздю, близкой к 3 м/сек. Оцените среднее значение силы, действующей на гвоздь во время соприкосновения с молотком. (П р и м е ч а н и е. Если вы получите в ответе нуль, то, очевидно, сделали что-нибудь неправильно. Попробуйте для контроля вставить палец между молотком и гвоздем.)

Задача 11

Реактивный двигатель установлен неподвижно в аэродинамической трубе, в которой воздух движется со скоростью 100 м/сек. Двигатель забирает 18 кг воздуха в секунду; воздух входит в деигатель со скоростью 100 м/сек. После сжатия и нагрева воздух выбрасывается со скоростью 500 м/сек.

а) Чему равна сила тяги двигателя в ньютонах?

б) Чему равна сила тяги двигателя в кГ?

в) Предположим, что двигатель, о котором идет речь, установлен на самолете, летящем со скоростью 100 м/сек (≈360 км/час), и забирает воздух с такой же скоростью. Сила тяги будет примерно такая же, и теперь она толкает самолет вперед со скоростью 100 м/сек (с учетом действия остальных двигателей).

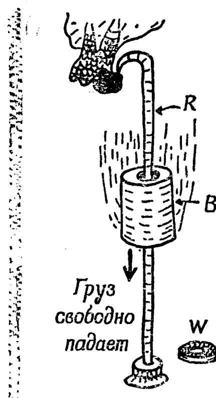
Из следующей главы вы узнаете, что мощность такого двигателя можно рассчитать, помножив силу тяги на скорость.

1) Оцените мощность этого двигателя в «плохих» единицах, кГ·м/сек.

2) Оцените мощность двигателя в «лошадиных» силах, принимая во внимание, что 1 л. с.=90 кГ·м/сек.

Задача 12

Современные зубные врачи пользуются для удаления трудноизвлекаемой пломбы устройством, показанным на фиг. 217. Металлический груз B свободно скользит по гладкому металлическому стержню R. В верхней части стержня имеется крючок, которым зацепляют за пломбу. В нижней части стержня сделан металлический упор, чтобы груз не слетал со стержня. Врач зацепляет крючком за пломбу, поднимает груз кверху и затем отпускает его.



Фиг. 217. К задаче 12.

Предположим, что груз в таком приспособлении представляет собой кусок металла массой 1 кг и что максимальная скорость этого груза в конце его падения равна 0,5 м/сек.

а) Предположим, что челюсти пациента плотно сжаты и груз останавливается в течение $^1/_{1000}$ сек. Оцените силу рывка.

б) Предположим, что пациент слегка наклоняет голову, удлиняя время торможения вруза до $^1/_{100}$ сек. Оцените силу рывка в этом случае.

в) Предположим, что приспособление снабжено резиновой прокладкой W, которую можно насадить на стержень так, чтобы она легла на упор. К чему приведет наличие такой прокладки?

Задача 13

Пловец, масса которого 100 кг, способен оттолкнуться от края бассейна с силой 250 кГ.

а) Какую скорость можно приобрести при таком толчке за $^1/_{10}$ сек?

б) Почему бы не порекомендовать пловцу отталкиваться подобным образом в течение $^3/_{10}$ сек?

Задача 14

Вор, масса которого (вместе с добычей) равна 125 кг, убегая, налетает на спящую собаку. Столкновение длится примерно 0,1 сек, в результате чего скорость бегущего сократилась на 1,5 м/сек. Какую силу испытывает нога человека?

Задача 15

Отряд завоевателей, штурмующих средневековую крепость, атакует главные ворота с помощью тарана — бревна, масса которого равна 400 кг. Бревно держат на плечах двенадцать человек, которые устремляются в сторону ворот со скоростью 3 м/сек, направив бревно торцом к воротам. Как только таран достигает ворот, нападающие, остановившись, отпускают таран, и он скользит по нашитой на их плечах гладкой кожаной накладке. Таран ломает ворота, отталкивая их на 15 см, прежде чем останавливается.

а) Подсчитайте силу, с которой таран действует на ворота во время столкновения.

б) Один из защитников крепости заявляет: «Если бы моим людям позволили надавить на ворота изнутри, они смогли бы сохранить их. Каждый из них может приложить силу 50 кГ». Сколько потребуется защитников крепости, чтобы спасти ворота?

в) Один из нападающих забыл отпустить таран и зацепился за него. Что произойдет с ним? Проделайте приблизительный расчет.

Задачи на сохранение количества движения

Задача 16

Человек массой 100 кг, движущийся на коньках по гладкому льду со скоростью 10 м/сек, сталкивается лицом к лицу с другим человеком массой 100 кг, стоящим неподвижно. Оба человека, сцепившись, движутся вместе.

а) С какой скоростью они будут двигаться?

б) Предположим, у обоих имеются крупные магниты, которые с большой силой притягивают их друг к другу, когда конькобежец приближается к человеку, стоящему неподвижно. Как это повлияет на скорости обоих людей непосредственно перед столкновением?

в) Предположим, что магниты создают такое же отталкивание. Как оно повлияет на конечную скорость обоих людей? Почему?

Задача 17

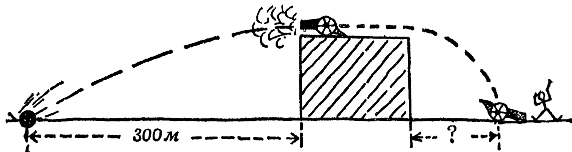
Человек массой 100 кг стоит на одном конце длинной плоскодонной лодки, покоящейся на озере. Внезапно он начинает бежать по дну лодки к противоположному концу. Масса лодки (+количество воды, которая движется вместе с ней) равна 50 кг. Наблюдатель на берегу отмечает, что человек бежит мимо него со скоростью 3 м/сек.

а) Какую скорость лодки зафиксирует этот наблюдатель?

б) С какой скоростью бежит человек по лодке, по его собственному мнению?

Задача 18

Средневековая пушка массой 200 кг устанавливается у края плоской крыши высокой башни. Пушка выпускает ядро массой 5 кг горизонтально. Ядро опускается на расстоянии 300 м от основания башни. Пушка, колеса которой вращаются без трения, *тоже движется и падает на землю (фиг. 218).*



Фиг. 218. К задаче 18.

а) На каком расстоянии по горизонтали упадет пушка на землю от того места, где она отделилась от крыши? (Примечание. Никаких других данных нет.)

б) Почему размеры крыши башни не входят в расчет?

Задача 19

(Примечание. Приведенная ниже задача кажется довольно глупой, но ее полезно разобрать, имея в виду изучение столкновений молекул.)

Белка массой $^1/_2$ кг сидит на абсолютно гладкой, обледенелой, горизонтальной, плоской крыше. Человек бросает в белку камень массой $^1/_{10}$ кг, камень летит горизонтально со скоростью 6 м/сек.

1) Белка хватает камень и удерживает его. Вычислите:
   а) движущуюся массу до и после захвата камня;
   б) количество движения до захвата камня;
   в) скорость отдачи белки (вместе с ее грузом); при этом следует исходить из предположения о сохранении количества движения.

2) Белка хватает камень, моментально замечает, что это не орех, и с отвращением бросает его обратно в человека с горизонтальной скоростью 2 м/сек по отношению к земле. Вычислите скорость отдачи, которую испытывает белка.

3) Объясните, почему в вопросе 2 ответ не изменится, если белка задержит на несколько секунд камень, прежде чем бросить его обратно.

Задача 20

Человек массой 100 кг прыгает с пристани с горизонтальной скоростью 4 м/сек в шлюпку массой 50 кг (в эти 50 кг входит то количество воды, которое

движется вместе с лодкой). До прыжка человека лодка покоится (фиг. 219).

а) Вычислите скорость, с которой лодка вместе с человеком отходит от пристани.



Фиг. 219. К задаче 20.

б) Какое расстояние пройдет лодка за 3 сек от того момента, когда в нее прыгнул человек, если пренебречь сопротивлением воды и воздуха?

Задача 21.

а) Мальчик массой 50 кг стоит на плоту массой 500 кг. Плот неподвижен. Он может плыть по поверхности озера с очень малым трением. Мальчик сначала стоит неподвижно, а потом идет с постоянной скоростью 1 м/сек (по отношению к берегу) и продолжает идти в течение 20 сек. На какое расстояние переместится за это время плот?

б) Предположим, что мальчик идет вдвое быстрее в течение вдвое меньшего промежутка времени. На какое расстояние переместится плот?

в) Предположим, что мальчик идет со скоростью v м/сек в течение t сек. Масса мальчика m кг, а плота M кг. Найдите расстояние, на которое перемещается плот, выразив его через v, t, m, M.

г) Рассмотрите ответы на первые два вопроса, проанализировав третий.

Задача 22.

В настоящей главе описан метод измерения скорости полета ружейной пули (стр. 321). Вы можете сами проделать аналогичное измерение в лаборатории. Для этого потребуется движущаяся по рельсам без трения тележка, на которую положен большой деревянный брусок. Вместо фотоэлемента воспользуйтесь секундомером. Опишите измерения, которые вы стали бы проводить; покажите, как вы будете вычислять скорость пули по результатам измерений.

Задачи на количество движения и силу

Задача 23

Что такое базука? Объясните, почему держащий ее человек не испытывает отдачи при стрельбе.

Задача 24

Два велосипедиста, Альберт и Бертрам, едут рядом по горизонтальному участку дороги со скоростью 3 м/сек, не работая педалями. Альберт — взрослый человек, его масса 80 кг, а Бертрам — мальчик, и его масса 50 кг. В последующих вычислениях трением можно пренебречь. Альберт дает Бертраму толчок в направлении вперед, после чего скорость Бертрама оказывается 6 м/сек.

а) Какова будет после этого скорость Альберта?
б) Бертрам замечает, что толчок длится 2 сек. Каково среднее значение силы, с которой Альберт его толкнул?

Задача 25.

Массивная металлическая болванка покоится на абсолютно гладкой поверхности стола.

1) Шар из слоновой кости массой 1 кг бросают горизонтально в болванку. Происходит лобовое столкновение, и шар отскакивает.

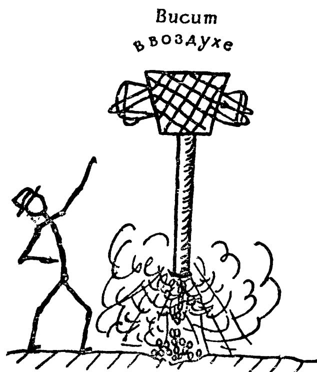
2) Опыт повторяют с куском глины массой 1 кг, его бросают с той же скоростью. После лобового столкновения кусок глины падает и остается неподвижным.

3) С той же скоростью бросают кусок липкой глины массой 1 кг. При лобовом столкновении глина прилипает к металлической болванке и движется вместе с ней.

а) В каком случае (случаях) металлическая болванка приобретает наибольшую скорость: в 1, 2 или 3?
б) В каком случае (случаях) металлическая болванка приобретает наименьшую скорость?
в) Объясните, как вы станете доказывать правильность ваших ответов на вопросы (а) и (б).

Задача 26

Фирма, изготовляющая пулеметы, пишет в своей рекламе: «Наш пулемет настолько эффективен, что способен держаться в воздухе под действием направленного вниз непрерывного потока выпускаемых пуль» (фиг. 220).



Фиг. 220. К задаче 26.

Воспользовавшись приведенными ниже данными и указаниями, выясните, с какой скоростью должен стрелять пулемет.

Масса пулемета 25 кг. Масса каждой стальной пули составляет $^1/_{10}$ кг, скорость пули при вылете 1300 м/сек.

При взрыве пуля выталкивается вниз по стволу, и одновременно развивается равная и противоположно направленная сила отдачи, приложенная к пулемету. (Сила эта не постоянная, а прерывистая, толчок возникает каждый раз при вылете пули. Однако, если такие толчки следуют один за другим

с очень большой частотой, мы можем мысленно сгладить их и получить непрерывно действующую силу. Именно этой «сглаженной» силой здесь и пользуются.)

Предположим, скорость стрельбы составляет X пуль в секунду.

а) Вычислите количество движения, уносимое пулями за промежуток времени 10 сек.

б) Вычислите силу отдачи.

в) Предполагая, что этой силы отдачи как раз достаточно, чтобы поддерживать пулемет висящим в воздухе, вычислите скорость стрельбы.

Задача 27. Второй закон Ньютона в случае переменной массы

По горизонтальному участку пути движется товарный поезд.

Случай I. Поезд движется равномерно с постоянной скоростью.

Случай II. Поезд движется равноускоренно по прямому горизонтальному участку пути.

Случай III. Поезд, который первоначально покоился, внезапно трогается.

Случай IV. Поезд проходит с постоянной скоростью под неподвижным желобом; по желобу в открытые вагоны ссыпают уголь (падающий вертикально), который увеличивает массу поезда, при этом машинист принимает все меры, чтобы при загрузке скорость поезда поддерживалась постоянной.

Для каждого из четырех перечисленных случаев ответьте на следующие вопросы:

а) Изменяется ли количество движения поезда? (Дайте четкое обоснование вашему ответу.)

б) Если да, то какое внешнее тело или источник обусловливает появление силы, необходимой для этого изменения?

в) Какие силы действуют на уголь в случае IV, когда он достигает вагона, попадает в вагон и опускается на дно?

В свете рассмотренной только что задачи соотношение $F=\Delta(Mv)/\Delta t$ *представляется более удачным вариантом формулировки второго закона Ньютона, чем соотношение* $F=M\cdot a$. *Почему?*

Задача 28.

На плоту, покоящемся на поверхности озера, стоит мальчик. Мальчик начинает шагать по плоту, описывая большой круг, и продолжает двигаться по кругу с постоянной скоростью. (Сопротивлением воды можно пренебречь.) Как будет вести себя плот? (Попытайтесь сообразить, что произойдет. Ответ будет подсказан в гл. 22[1]*.)*

---

[1] Гл. 22 («Исаак Ньютон») входит в т. 2 настоящего издания.

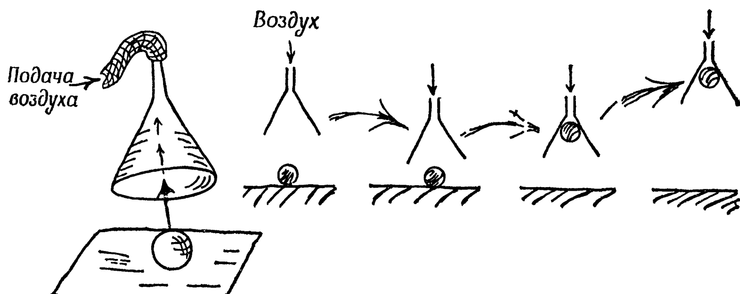
ГЛАВА 9 • ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

«Причудлив парадокса путь —
С ним здравый смысл ты позабудь.»

У. С. Гильберт

Как может летящий мяч «завернуть» в сторону? Почему поток воздуха в пульверизаторе засасывает жидкость вверх, а не гонит ее вниз? Эти и множество других причуд в поведении ветра и текущей воды при ближайшем рассмотрении оказываются примерами ускоренного движения, подчиняющегося второму закону Ньютона. Когда подталкивают автомобиль и он начинает двигаться быстрее, это никого не удивляет. Можно было бы ожидать, что ускоренное движение жидкости будет приводить к столь же привычным результатам. Однако же на самом деле мы сталкиваемся тут с рядом неожиданных эффектов. Эти эффекты были исследованы математиком Бернулли и потому получили его имя. Некоторые из них используются в различных областях физики, другие помогают понять сущность важных явлений. Мы рассмотрим несколько таких эффектов и покажем, что они возникают как следствие обычных законов механики.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ



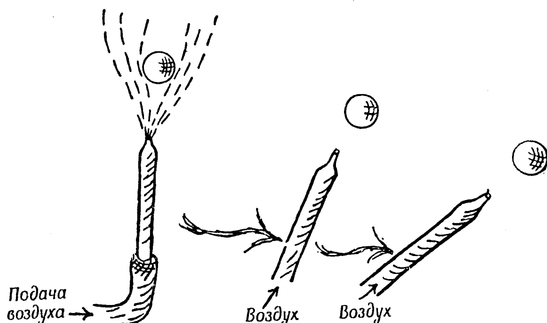
Фиг. 221. Струя воздуха поднимает шарик и удерживает его в воронке.

Опыты 1 и 2 демонстрируют два «парадокса Бернулли».

Опыт 1. *Поток воздуха в стеклянной воронке притягивает легкий*

шарик (фиг. 221). Поток воздуха, направленный вниз, втягивает, несмотря на силу тяжести, шарик в воронку и удерживает его там. За счет чего происходит этот подъем, как будто противоречащий здравому смыслу? В горловине поток воздуха, сжатый в узком промежутке, должен двигаться быстрее, и, казалось, можно было ожидать, что он вытолкнет шарик, а между тем шарик втягивается в воронку.

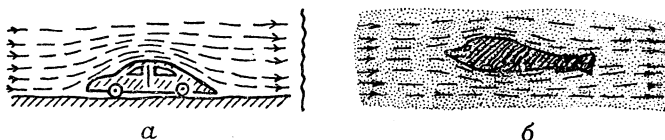
Опыт 2. *Струя воздуха может поддерживать легкий шарик* (фиг. 222). Если струю повернуть, шарик удерживается около нее и не падает. Струя воздуха ударяет в шарик, и мы снова ждем, что поток должен оттолкнуть шарик, однако этого не происходит.



Фиг. 222. Струя воздуха поддерживает шарик.

Ламинарное и турбулентное течения

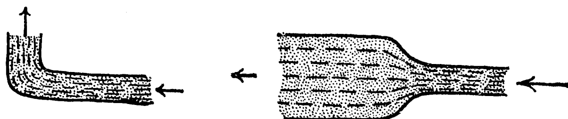
Для объяснения этих парадоксов надо изучить свойства ламинарного спокойного течения. Когда по трубке течет установившийся поток жидкости или газа, отдельные части потока движутся вдоль плавных линий тока, форма которых определяется стенками трубки (фиг. 223 и 224). При более быстром потоке линии тока около препятствия в трубке могут закручиваться в виде вихрей или водоворотов, а при еще большей скорости даже



Фиг. 223. Линии тока около препятствия.

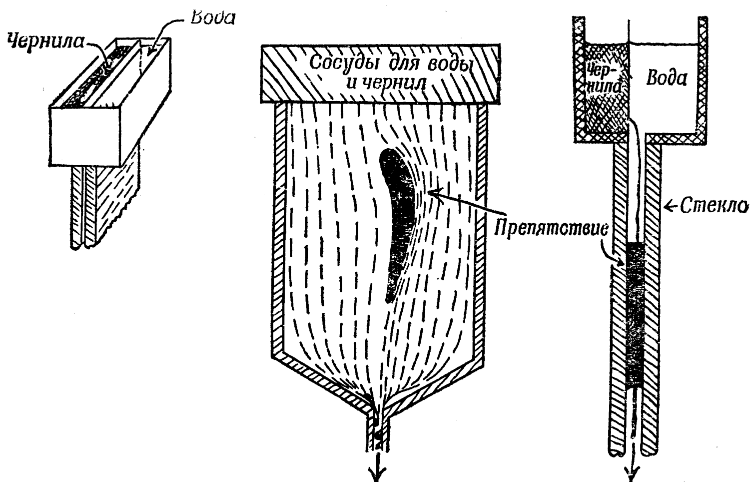
а — ветер дует над неподвижным автомобилем; *б* — река течет мимо неподвижной рыбы.

в прямой трубке линии тока исчезают в беспорядке бурного турбулентного движения.



Фиг. 224. Линии тока жидкости в трубке.

Опыт 3. Линии тока в медленно текущей воде можно продемонстрировать с помощью чернил (фиг. 225) или с помощью кристаллов красителя (перманганата калия), которые окрашивают проходящий мимо них поток воды (фиг. 226) [1].

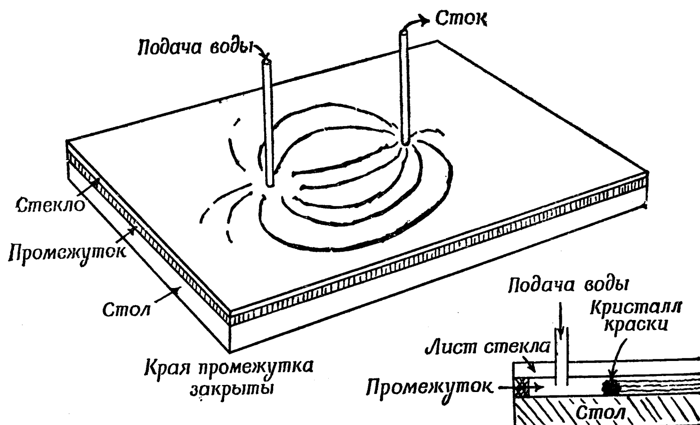


Фиг. 225. Демонстрация линий тока.

Из узкой щели в бачке вода стекает между двумя стеклянными пластинками. Линии тока обозначаются чернилами, вытекающими из точечных отверстий вдоль щели. На среднем рисунке линии тока искажены препятствием, имеющим форму поперечного сечения крыла самолета.

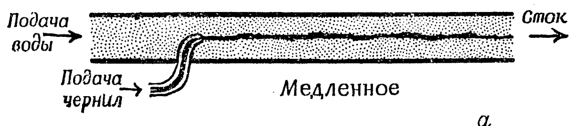
Опыт 4. Если двигать ложку в тарелке с супом или палец в тазу с водой, на поверхность которой по-

[1] В «модельных» опытах, показанных на фиг. 225 и 226, мы наблюдаем линии тока в случае очень медленного течения, при котором определяющую роль играет внутреннее трение жидкости (вязкость). Более быстрое течение, при котором распределение давления определяется изменением количества движения, а не внутренним трением, дает точно такую же картину линий тока. При значительно более быстром течении линии тока превращаются в вихри.

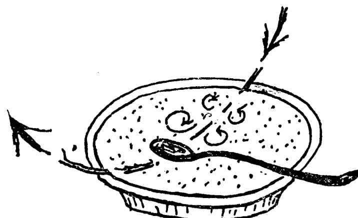


Фиг. 226. «Родник и сток» в озере.

Вода течет в узком пространстве, ограниченном крышкой стола и стеклянным листом. Небольшой постоянный поток подается через одну трубку и отводится через другую. Кристаллы красителя, рассыпанные на столе, окрашивают линии тока.





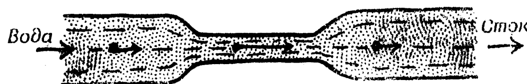


Фиг. 227. Ламинарное и турбулентное течения.

а — при медленном течении струйка чернил движется вдоль линий тока; *б* — при быстром течении появляется турбулентность; *в*— ложка, быстро движущаяся в тарелке с супом, оставляет за собой «водовороты».

сыпан порошок, то за ними остаются «вихри» (водовороты). Струйка красителя, вводимая в текущую по трубе воду, при медленном течении следует вдоль линии тока, но если скорость потока превысит критическую, она начинает колебаться, разбиваться на вихри и растворяться в общем бурном потоке, так что окраска распространяется по всей воде (фиг. 227).

Теперь рассмотрим движение твердого предмета, например рыбы или самолета, в покоящейся жидкой или газообразной среде. На пути движущегося предмета среда должна расступаться. Такие перемещения трудно представить себе, поэтому мы заставим двигаться среду в виде постоянного потока, а предмет неподвижно закрепим, подобно модели в аэродинамической трубе. Тогда среда будет двигаться вдоль линий тока, отклоняющихся вблизи предмета. Поток, заключенный между двумя выделенными линиями тока, должен все время оставаться между ними. Когда линии



Фиг. 228. Сгущение линий тока указывает на повышение скорости.

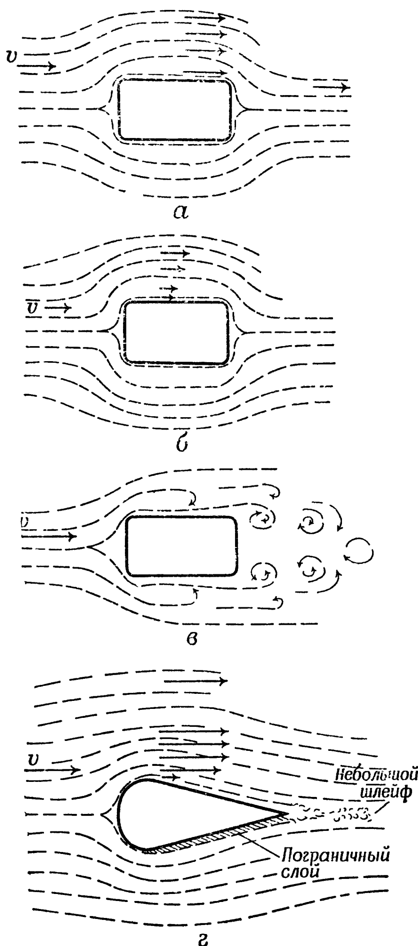
В том месте, где трубка сужается, сгущая линии тока, должно происходить увеличение скорости. Стрелки показывают величину скорости вдоль линии тока.

тока изгибаются и поворачиваются, сближаются или расходятся, поток должен течь между ними, как река между берегами. (Поскольку движение происходит именно вдоль этих линий тока, то поток не может проходить поперек них.) Там, где трубка сужается и линии тока приближаются друг к другу, поток должен двигаться быстрее, потому что одной и той же массе вещества приходится каждую секунду проскакивать через более узкое пространство (фиг. 228). И вообще там, где линии тока сближаются, скорость течения возрастает.

Типы течения

Когда жидкость обтекает неподвижный предмет, картина линий тока и характер сил, действующих на предмет, зависят от скорости потока. Обсудим некоторые типы течения жидкости вокруг неподвижного предмета.

1. *Течение идеальной жидкости без внутреннего трения.* Если бы жидкость была лишена трения (этот воображаемый случай был бы крайне неблагоприятен с практической точки зрения), линии тока огибали бы предмет максимально симметрично и плавно продолжались бы позади него (фиг. 229, *а*). Все слои жидкости двигались бы с одинаковой скоростью, равной общей скорости, если не считать некоторое повышение скорости около предмета, компенсирующее изменение сечения потока. *Равнодействующая сил* давления на поверхность предмета была бы *равна нулю*, жидкость, лишенная вязкости, не поднимала бы и не увлекала бы за собой предмет! Хотя такое поведение, по-видимому, противоречит опыту, все же идеальная лишенная вязкости жидкость иногда является полезной абстракцией для изучения распределения линий тока. Однако *во всех реальных жидкостях существует внутреннее трение.* Жидкость не может скользить вдоль поверхности твердого предмета, она неподвижна на его поверхности (или движется вместе с ним, если предмет движется). Полированная поверхность твердого тела *в молекулярном масштабе* оказывается слишком грубой и захватывает даже быстро текущую жидкость, которая образует у поверхности неподвижный слой. Поэтому предсказываемое теорией необычное поведение идеальной жидкости (не поднимает и не увлекает за собой предметы) никогда не наблюдается в действительности[1].



Фиг. 229. Ламинарное течение.

а — идеальная жидкость без вязкости, $F=0$; *б* — ламинарное течение в вязкой жидкости, $F \sim v$; *в* — турбулентное течение, $F \sim v^2$; *г* — течение с пограничным слоем.

Наличие у жидкости внутреннего трения изменяет картину линий тока и распределение скоростей в потоке. В очень медленно движущемся потоке линии тока плавно изгибаются вокруг предмета; в очень быстром потоке позади предмета они образуют сложный шлейф из вихрей. Теперь опишем эти крайние формы и промежуточные между ними стадии для реальной жидкости, обтекающей твердый предмет.

[1] Исключение составляет квантовая жидкость HeII.— *Прим. ред.*

2. *Очень медленное ламинарное течение.* В этом случае характер течения полностью определяется наличием вязкости жидкости. Линии тока имеют точно такой же вид, как и в идеальной жидкости, но скорости распределяются совершенно по-другому. Далеко от предмета, где течение не нарушено, жидкость течет с полной скоростью. На поверхности предмета жидкость неподвижна. По мере удаления от предмета происходит постепенное возрастание скорости от одной линии тока к другой (фиг. 229, *б*). Распределение линий тока и скоростей определяется внутренним трением жидкости («вязкостью»), которое создает действующую на предмет силу; эта сила изменяется прямо пропорционально скорости течения ($F \sim v$).

3. *Предмет необтекаемой формы в быстром потоке*; *турбулентное течение.* Когда скорость течения увеличивается, трение в жидкости уже не определяет полностью характер процесса, а все более важную роль начинают играть изменения количества движения в большом масштабе. Линии тока, как и раньше, при встрече с предметом расходятся, но за ним они уже полностью не смыкаются (фиг. 229,*в*).

Позади предмета линии закручиваются и образуют бурлящий ряд вихрей (водоворотов). Образование вихрей создает силу сопротивления, которая намного превосходит небольшое сопротивление, обусловленное внутренним трением жидкости.

Эта сила пропорциональна квадрату скорости течения ($F \sim v^2$). Таким образом, предмет необтекаемой формы, быстро движущийся в воздухе, испытывает сопротивление, величина которого в широком интервале скоростей пропорциональна квадрату скорости. (Следовательно, *сила*, требуемая для поддержания движения, пропорциональна кубу скорости, поэтому удвоение скорости требует увеличения силы в 8 раз — это очень важно учитывать при проектировании кораблей.)

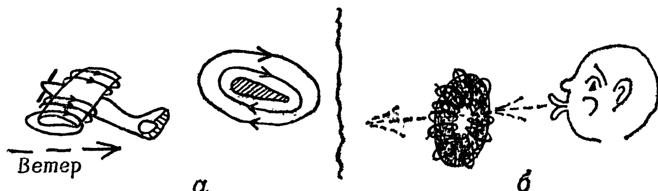
Ширина и интенсивность вихревого шлейфа за предметом зависит от формы предмета. Прямоугольный предмет, даже круглый мяч (предмет любой «необтекаемой» формы) создает в потоке большую вихреобразующую поверхность и испытывает большое сопротивление. Закругленный или заостренный нос несколько улучшает дело, но для хорошего обтекания предмет должен иметь длинный конусообразный хвост (см. фиг. 253, стр. 377). Превосходной обтекаемой формой обладают рыбы.

4. *Обтекаемый предмет в быстром потоке*; *пограничный слой.* В этом случае линии тока сохраняют примерно такую же форму, как и при медленном течении, хотя распределение линий может стать несимметричным; однако при быстром течении скорости распределяются совершенно по-другому и образуется небольшой вихревой шлейф. Если предмет имеет хорошо обтекаемую форму, то шлейф мал и картина будет в основном ламинарной. Этот случай обычно осуществляется при движении самолетов и кораблей. При этом распределение скоростей вблизи предмета такое же, как и в медленном потоке в вязкой жидкости, но при быстром течении возмущающее действие препятствия не успевает распространиться на большое расстояние. (В некотором смысле жидкость проскакивает мимо препятствия быстрее, чем до нее доходит тормозящая сила.) Поэтому область изменения скорости сжимается в тонкий «пограничный слой», лежащий в непосредственной близости от предмета, а более удаленные части потока движутся почти с той же скоростью, что и в идеальном случае. Внутри пограничного слоя скорость тока в очень узком пространстве изменяется от нуля до полной величины, и силы внутреннего трения в жидкости создают действующую на предмет силу сопротивления (фиг. 229, *г*). Чем

быстрее течение, тем теснее сжимается область переменной скорости, тем тоньше пограничный слой. Вследствие этого сила сопротивления возрастает быстрее скорости. (Детальный анализ дает $F \sim v^{3/2}$, или $F \sim \sqrt{v^3}$.)

При больших скоростях трение часто создает еще один эффект. Оно может вызвать круговое движение, например циркуляцию воздуха вокруг крыла самолета; вследствие такого кругового движения линии тока распределяются несимметрично и возникает подъемная сила (фиг. 230).

Пограничный слой по направлению к тыльной стороне предмета становится толще, и там, где он кажется прилегающим менее плотно, может происходить образование вихрей. Конструкторы самолетов направляют основные усилия на то, чтобы предотвратить слишком ранний отрыв пограничного слоя с несущих крыльев, потому что из-за этого умень-



Фиг. 230. Внутреннее трение создает циркуляцию.

а — внутреннее трение создает циркуляцию воздуха вокруг крыла самолета при встрече крыла с ветром; *б* — внутреннее трение приводит к круговому движению в виде колечка дыма.

шается подъемная сила крыла, а сопротивление увеличивается, и самолет теряет способность летать.

Даже при хорошей конструкции не удается избавиться от некоторого вихревого потока, создающего заметное сопротивление ($F \sim v^2$), которое надо учитывать наряду с трением в пограничном слое [1]. Однако для расчета суммарного сопротивления нельзя применять простую формулу типа

$$F = kv + k'v^{3/2} + k''v^2$$

(или соответствующую формулу для подъемной силы), в которой k, k' и k'' постоянны для данного тела, потому что при переходе от одного интервала скоростей к другому картина потока меняется, а следовательно, изменяются и величины k. Поэтому применяются более сложные математические методы. При осуществлении полета на практике появляется дальнейшее усложнение, связанное с наличием управляемых подвижных

---

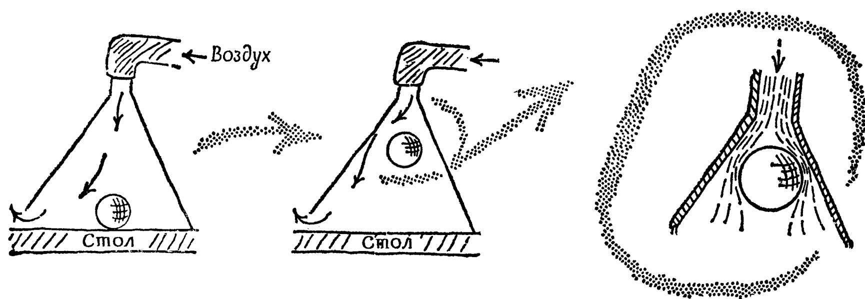
[1] Силы, обусловленные внутренним трением, пропорциональны v при ламинарном течении и $v^{3/2}$ при течении с пограничным слоем, в то время как силы, обусловленные изменениями количества движения вследствие изменения скорости потока, пропорциональны v^2. Поэтому силы такого типа играют более важную роль при больших скоростях, до того как происходит и начинает играть большую роль образование вихрей.

В уравнении *сила*=(*изменение* Mv)/(*время*) Mv содержит множитель v, но время прохождения массы M пропорционально $1/v$. Поэтому сила пропорциональна v^2.

щитков, которые меняют форму движущегося тела. При расчетах полетов или течения жидкости нельзя доверять простым формулам с «постоянными величинами», встречающимся как в этой главе, так и в других книгах. (При чтении книг по этим вопросам прежде всего смотрите на дату их выхода, избегайте книг, изданных более десятка лет назад.)

Парадоксы

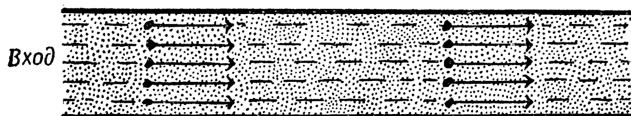
Описанные ниже парадоксы Бернулли возникают при промежуточных скоростях потока, когда течение еще ламинарное, но уже настолько быстрое, что силы трения малы по сравнению с теми перепадами давления, которые возникают при изменениях количества движения, связанных с изменением направления или скорости потока, заключенного между линиями тока. В первом парадоксе с воронкой, которая всасывает шарик, мы имеем дело с быстрым



Фиг. 231. Парадокс воронки и шарика.
Справа — увеличенный разрез, показывающий линии тока в воздухе.

потоком, в котором линии тока сгущаются над шариком, когда он близко подходит к воронке. Можно было бы ожидать, что такой поток будет отталкивать шарик и заставит его упасть. Однако шарик, по-видимому, притягивается к воронке (фиг. 231). Из этого можно сделать вывод, что область быстрого течения, по-видимому, обладает необычными свойствами. Поэтому исследуем связь между давлением и скоростью потока.

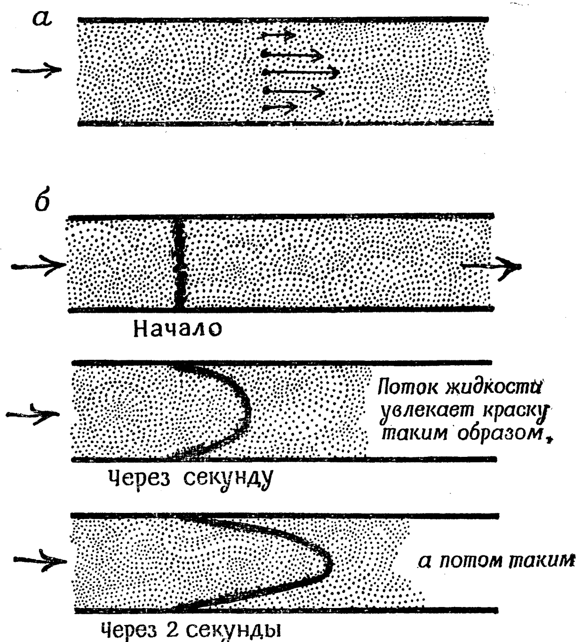
Начнем с течения жидкости в трубке. В однородной трубке все линии тока параллельны. В идеальной жидкости все линии имеют одну и ту же скорость (фиг. 232); стенки трубки не оказывают никакого сопротивления, и для поддержания раз начавшегося течения не потребуется никакой разности давлений на концах трубки (первый закон Ньютона). В реальной жидкости течение



Фиг. 232. Идеальная (не имеющая вязкости) жидкость течет вдоль линий тока.

Скорость всех частей жидкости одинакова.

быстрее всего в центре, на оси трубки, в соседних слоях оно медленнее, а по мере удаления от центра еще более замедляется; на стенках трубки жидкость остается в покое. Распределение скоростей при ламинарном течении показано на фиг. 233. (При более быстром



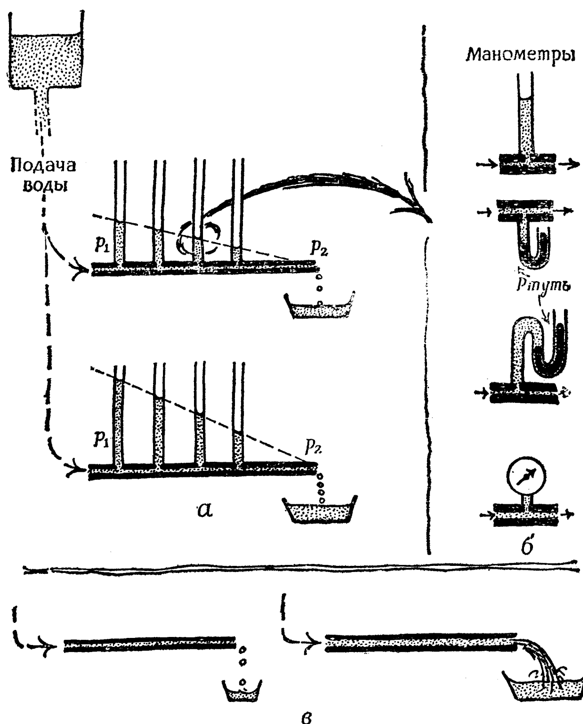
Фиг. 233. Ламинарное течение.

а — ламинарное течение реальной жидкости в трубке. Стрелки показывают скорость течения в различных участках; *б* — жидкость, медленно текущую в трубке, «метят» с помощью мгновенно нанесенной поперек потока полоски красителя. Передвижение краски показывает скорости на различных участках.

течении с пограничным слоем на стенках поток также имеет наибольшую скорость в центре, но скорость по сечению трубки почти одинакова и резко падает только в пограничном слое.) Исследуйте зависимость между давлением и скоростью в трубке с водой.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

Опыт 5. *Течение воды по узким трубкам* (фиг. 234). Вода, текущая по трубкам, всегда испытывает некоторое сопротивление, обусловленное внутренним трением жидкости. Чтобы вязкость не помешала нашему исследованию парадоксов, рассмотрим сначала ее влияние. Мы используем это рассмотрение впоследствии для иллюстрации движения



Фиг. 234. Медленное течение воды через узкую однородную трубку.

а — при удвоении давления скорость течения удваивается. Измерительные трубки, присоединенные к боковым отверстиям, показывают давление текущей воды на стенки трубки; *б* — для измерения давления годится любое устройство (сверху вниз): вертикальная трубка; U-образные трубки со ртутью; внизу показан манометр, содержащий упругую металлическую трубку, соединенную со стрелкой (манометр Бурдона); *в* — если такое же давление приложить к трубке удвоенного диаметра, скорость течения увеличится в 16 раз.

электрического тока (гл. 32[1]), а перед этим дадим молекулярное объяснение внутреннего трения газов (гл. 30 [2]).

В опыте, показанном на фиг. 234, применена очень узкая трубка, капилляр, по которой под действием разности давлений на концах трубки медленно (ламинарно) течет жидкость. Устройства для измерения давления обнаруживают постепенный спад давления вдоль трубки. Хотя жидкость движется под действием перепада давлений, она не ускоряется (скорость потока вдоль трубки одинакова), поэтому должны существовать иные силы, чтобы суммарная сила, действующая на любую часть жидкости, была равна нулю. Эти силы создаются внутренним трением жидкости. Стенки трубки вследствие внутреннего трения тормозят движение ближайшего к ним слоя жидкости, и это торможение передается от одного слоя к другому по всему потоку жидкости от стенок трубки до ее оси, где течение происходит быстрее всего.

Чтобы увеличить скорость установившегося потока в трубке, надо изменить давление. Для поддержания более быстрого течения потребуется большее давление. Действительно, опыт показывает, что для данной трубки *скорость течения* прямо пропорциональна *разности давлений* между концами трубки (до тех пор, пока при быстром течении не появится турбулентность). Это общий закон, обусловленный влиянием внутреннего трения на ламинарный поток жидкости:

$$v \sim (p_1 - p_2).$$

При переходе к более широкой трубке распределение линий тока и внутреннее трение в жидкости сохраняются, но роль трения становится менее заметна. В этом случае медленный слой жидкости около стенок трубки составляет меньшую долю от общей массы движущейся жидкости. Поэтому для получения той же скорости на осевой линии тока требуется значительно меньшая разность давлений. А при той же разности давлений в более широкой трубке возникает более быстрое течение. Опыт дает следующие соотношения *для медленного ламинарного потока*, движущегося по различным длинным трубкам под действием разности давлений на их концах:

$$\text{СКОРОСТЬ, усредненная по всем линиям тока} \sim \frac{\text{РАЗНОСТЬ ДАВЛЕНИЙ МЕЖДУ КОНЦАМИ ТРУБКИ}}{\text{ДЛИНА ТРУБКИ}},$$

$$\text{СКОРОСТЬ, усредненная по всем линиям тока в трубке} \sim (\text{ДИАМЕТР ТРУБКИ})^2$$

Умножение *средней* скорости на площадь поперечного сечения трубки дает объем жидкости, протекающий через любое сечение

[1] Гл. 32 («Электрические цепи») входит в т. 3 настоящего издания.

[2] Гл. 30 («Плодотворное развитие кинетической теории газов») входит в т. 2 настоящего издания.

в единицу времени, потому что

$$\text{СКОРОСТЬ} = \text{ДЛИНА, ПРОЙДЕННАЯ В ЕДИНИЦУ ВРЕМЕНИ}$$

и

$$\text{СКОРОСТЬ} \cdot \text{ПЛОЩАДЬ} = \frac{(\text{ДЛИНА} \cdot \text{ПЛОЩАДЬ})}{\text{ВРЕМЯ}} = \frac{\text{ОБЪЕМ}}{\text{ВРЕМЯ}}.$$

Таким образом, для медленного ламинарного потока в трубках

$$\text{ОБЪЕМ, протекающий в секунду} \sim \frac{\text{РАЗНОСТЬ ДАВЛЕНИЙ МЕЖДУ КОНЦАМИ ТРУБКИ}}{\text{ДЛИНА ТРУБКИ}},$$

и

$$\text{ОБЪЕМ, протекающий в секунду} \sim (\text{ДИАМЕТР ТРУБКИ})^4.$$

Обратите внимание на сильное влияние диаметра трубки. Подумайте о различии между течением крови в тонких сосудах и в артериях. В очень тонких капиллярах кровяные тельца могут фактически закупорить проток, уменьшая течение даже еще больше, чем предсказывает написанная выше простая формула.

Задача 1

С помощью диаграммы фиг. 234 можно дать простое графическое изображение отношения (разность давлений) : (длина). *Можете ли вы предложить термин для обозначения этого отношения?*

Задача 2

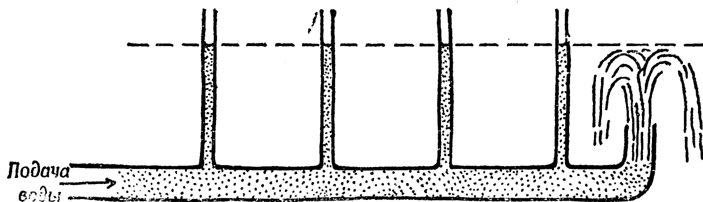
Примем течение нефти в трубопроводе за ламинарный поток и предположим, что к нему применимы приведенные выше соотношения. Как должно влиять удвоение диаметра трубы:

а) на объем нефти, протекающий за день через любое сечение трубы при одном и том же давлении в насосной системе?

б) на стоимость металла для труб, если толщина стенок трубы остается одной и той же и общая длина остается неизменной?

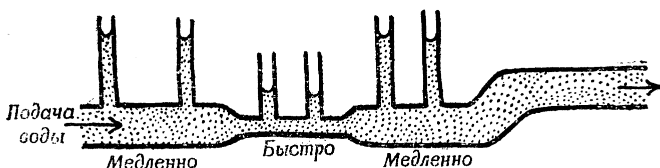
ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

Опыт 6. *Изменение скорости и давления потока: эффект Бернулли* (фиг. 235). Заставим движущуюся воду изменять свою скорость вдоль трубки. Для этого можно вставить в трубку более тонкий участок. Сделайте весь прибор из очень широких трубок, чтобы влиянием внутреннего трения жидкости можно было пренебречь. Тогда, кроме незначительного падения давления из-за трения, мы увидим резкое падение давления в том месте, где вода попадает в более узкую трубку (фиг. 236). Если приложенное давление повышают, чтобы увеличить скорость потока, трение возрастает, но новый эффект возрастает еще больше. Поэтому при наличии более широких трубок и быстрого течения трением можно пренебречь и наблюдать новый эффект: изменение давления при изменении скорости течения в результате сужения или расширения трубки. Влияние трения можно также исключить (не совсем честным



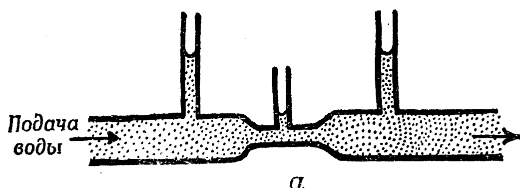
Фиг. 235. Ламинарное течение в широкой трубке.

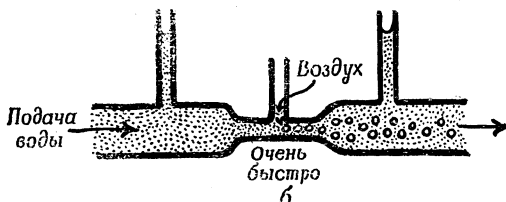
Внутреннее трение жидкости играет значительно меньшую роль, поэтому давление вдоль всей однородной трубки почти одинаково.



Фиг. 236. При наличии в трубке узкого участка наблюдается изменение давления.

Обратите внимание на изгиб выходной трубы для подъема воды в измерительных трубках на заметную высоту.





Фиг. 237. Чем быстрее течение, тем больше изменение давления.

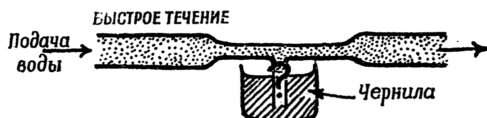
путем), если на каждом участке поставить только один измеритель давления (фиг. 237). При еще более быстром течении в узких участках давление падает ниже атмосферного и в трубку засасываются пузырьки воздуха (фиг. 237, *б*).

Задача 3

Используя обнаруженный эффект, сконструируйте простое распылительное устройство.

Задача 4

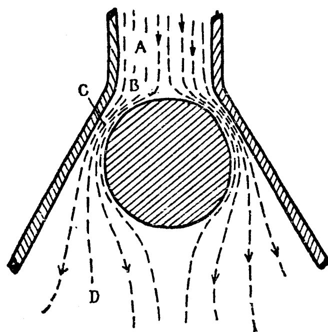
На фиг. 238 показан прибор, который был изображен на фиг. 237, б, но в перевернутом виде, с боковой трубкой, погруженной в чернила. Что произойдет? Объясните.



Фиг. 238. К задаче 4.

Принцип Бернулли — ключ к парадоксам

Как показал опыт, изображенный на фиг. 235—237, давление меньше там, где быстрее течение. Это положение называется *принципом Бернулли.*



Фиг. 239. Линии тока воздуха, обтекающего шарик в воронке.
В точке *C*, где течение быстрее, давление меньше.

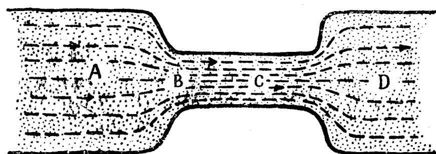
От экспериментального наблюдения без дополнительных пояснений можно перейти к парадоксу «шарик в воронке». Посмотрим на линии тока, которые схематически изображены на фиг. 239. В области *D*, где поток воздуха выходит наружу, давление равно атмосферному. В узком зазоре *C* скорость потока выше, потому

что то же количество воздуха должно пройти через более узкое пространство. Какое будет здесь давление — больше или меньше? Теперь вам понятно, что удерживает шарик?

Принцип Бернулли и его объяснение

Принцип «где быстрее течение, там меньше давление» справедлив для ламинарного течения газа или жидкости. Он специфичен, но не столь непонятен, как это кажется. На самом деле его можно предсказать на основании известного уже вам второго закона Ньютона с помощью следующего рассуждения.

Выделим небольшой цилиндрический элемент жидкости, движущийся вдоль линий тока в области *A* (фиг. 240). В области *B*



Фиг. 240. Линии тока жидкости, текущей по трубе.

этот элемент движется быстрее, и, следовательно, его количество движения возрастает.

Движение ускоряется где-то между *A* и *C*, очевидно, в сужающейся шейке *B*. Но ускорение требует наличия силы, а в движущейся жидкости эта сила может быть создана только давлением окружающей жидкости. Это заставляет предположить, что давление в *A* должно быть выше, чем в *B*. Если бы во всех областях *A*, *B* и *C* давление было одинаковым, откуда могла бы в жидкости возникать ускоряющая сила? Элемент жидкости ничего не «знает» о внешнем мире и о существующих в нем силах, кроме давления окружающей жидкости. Итак, парадоксальный эффект Бернулли превращается в иллюстрацию второго закона Ньютона: *для создания ускорения должна существовать разность давлений.*

Чтобы представить себе это более ясно, вообразите крошечную подводную лодку в форме куба; увлекаемая жидкостью, она плывет в ламинарном потоке. Где течение быстрее, там лодка движется быстрее; ее движение, как и движение жидкости, должно ускоряться при переходе из широкой трубки *A* в более узкую *C* и замедляться при переходе из *C* в *D* (фиг. 241). Ускорение должно быть вызвано разностью давлений. Давление на боковые стенки лодки не влияет на ее движение вперед, поэтому его можно не учитывать. Но давление на переднюю и заднюю стенки должно

создавать равнодействующую при ускорении или замедлении движения. Поэтому, когда лодка ускоряется в B при переходе из A в C, сила, подталкивающая ее в корму, должна быть больше силы, оказывающей сопротивление носу. Давление на корму должно быть больше давления на нос. Корма лодки находится в области медленного течения A, а нос — в области быстрого течения C. Давление должно быть меньше там, где течение быстрее. Когда лодка переходит из C в D, давление на корму оказывается меньше давления на нос и движение замедлится.



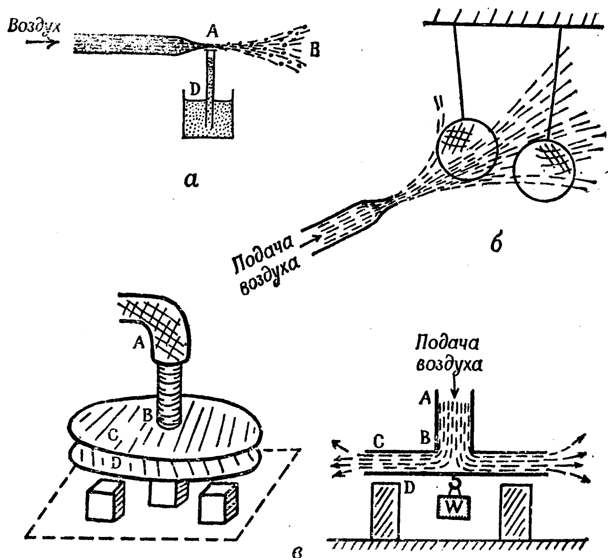
Фиг. 241. Объяснение принципа Бернулли.

Это несколько туманное рассуждение справедливо в рамках обсуждаемого вопроса — разность давлений вызывает ускоренное движение жидкости. Чтобы развить его дальше, следовало бы подробно обсудить вопрос об энергии. Пока мы будем применять принцип Бернулли в приведенной выше расплывчатой формулировке — *при ламинарном течении давление меньше там, где быстрее течение*. Он неприменим к вихревому или турбулентному течению. Даже при ламинарном течении этот принцип неприменим при перемещении от одной линии тока к другой, потому что ни один элемент не может двигаться поперек линий тока; однако, поскольку поперечных течений нет, большой разности давлений, вообще говоря, не возникает при переходе от одной линии тока к соседней. Принцип Бернулли важен, но он не является тем фундаментальным законом физики, который всем необходимо знать. Он приведен здесь как пример необычного поведения, которое может быть «объяснено» на основе общих знаний без особых законов, придуманных специально для этой цели [1].

[1] Такие законы следовало бы называть «предположениями ad hoc», а основанные на них построения — «теорией ad hoc»; ad hoc означает «для этой (цели)». Объяснения первобытных чародеев полны сделанными ad hoc предположениями об особых духах или воздействиях. Современная наука иногда тоже прибегает к ним, например, когда биологи для «объяснения» роста растений в направлении к свету говорят, что растения «стремятся быть лицом к солнцу». Мы считаем подобные объяснения неудачными, если не откровенным мошенничеством, за исключением тех случаев, когда они помогают связать вместе несколько различных фактов.

Примеры эффекта Бернулли

На фиг. 242, *а* струя воздуха обдувает открытый конец трубки, погруженной в жидкость. Воздух в области A движется быстрее, чем в области B, где он смешивается с атмосферным воздухом. Поэтому давление в A ниже атмосферного, и атмосферное давление в D может поднять жидкость по трубке, где она распыляется. На фиг. 242, *б* показаны два шарика для пинг-понга, подвешенные



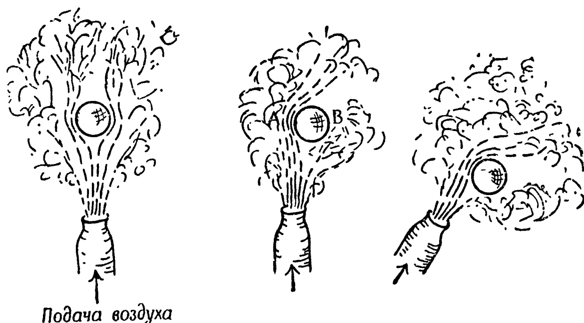
Фиг. 242. Демонстрационные опыты.

а — распылитель; *б* — струя воздуха между двумя близко подвешенными легкими шариками; *в* — при подаче воздуха подвижная пластина D притягивается к пластине C.

на гибких проволочках недалеко один от другого. Струя воздуха между ними заставляет их сблизиться. На фиг. 242, *в* воздух по трубке AB подается в отверстие в центре закрепленного диска C. Подвижный диск D расположен на небольшом расстоянии под диском C. Воздух, проходящий через AB, прежде чем выйти в атмосферу, изменяет направление и течет горизонтально в узком пространстве между C и D. Подвижный диск D притягивается к C, даже если к нему подвесить груз W. Если диск D очень легок

и закреплен подвижно, так что не может соскользнуть вбок, он будет вибрировать около C, издавая пронзительный визг. По этому принципу действует известная всем в детстве пищалка из натянутой травинки. Нечто общее с этим имеет и действие наших голосовых связок.

На фиг. 243 шарик удерживается струей воздуха или воды. Здесь удивителен не тот факт, что струя может подбрасывать шарик (для этого надо лишь, чтобы шарик попал в восходящий поток), а то, что шарик не сваливается вбок. Равновесие кажется неустойчивым, но это не так. Когда шарик отклоняется в одну сторону, B, большая часть струи идет по другую сторону A. В A, где скорость потока выше, давление меньше, поэтому большее давление в области B возвращает шарик в среднее положение. (Обычно шарик вращается, создавая дополнительное благоприятное изменение в распределении линий тока.)



Фиг. 243. Струя воздуха удерживает легкий шарик.

Искривленный полет мяча «сухой лист»

Почему вращающийся мяч движется по кривой линии? Можно показать, что здесь проявляется эффект Бернулли. Каждый мяч, каким бы гладким он ни казался, имеет в микроскопических масштабах шероховатости. Вращающийся мяч захватывает неровностями своей поверхности молекулы воздуха и заставляет их участвовать в своем движении. Таким образом, мяч окружен вращающимися слоями воздуха, ближайшие из которых движутся с той же скоростью, что и поверхность мяча, а более удаленные слои

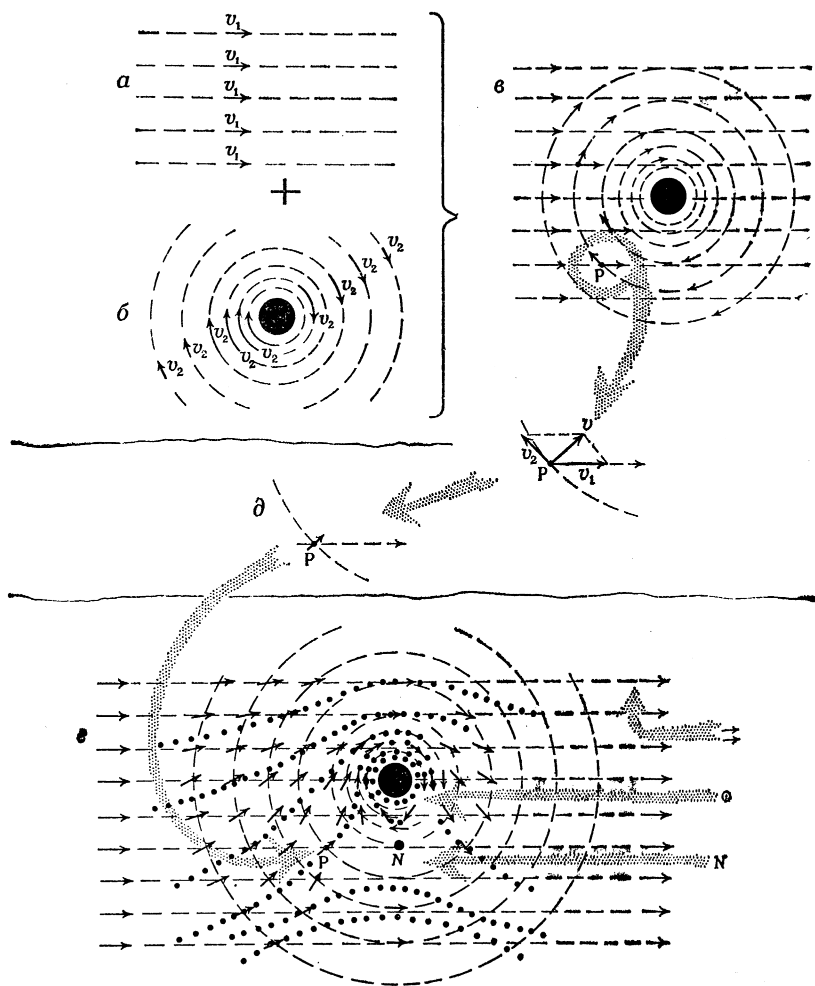
движутся медленнее и медленнее [1]. Если такой вращающийся мяч летит вперед, то линии тока складываются из двух движений: циркуляции воздуха вокруг мяча и потока, обдувающего мяч. Вообразите наблюдателя, который для наблюдения за линиями тока летит за мячом, оставаясь все время на одном с ним уровне. Для наблюдателя мяч все время находится рядом, и оба они будут ощущать ветер, дующий навстречу. «Ветер» дует со скоростью полета мяча, но в противоположную сторону.

Можно прибегнуть к другому столь же полезному способу рассуждения. Представим себе сильный ветер, дующий навстречу со скоростью, в точности равной и противоположной скорости мяча. Тогда наблюдатель может спокойно стоять на земле и наблюдать за мячом, неподвижно висящим около него [2]. В таком ветре линии тока будут параллельными прямыми (фиг. 244, *а*). Чтобы понять, почему вращающийся мяч может лететь по кривой линии, набросаем обе картины линий тока и затем сложим их на основе разумных предположений. На фиг. 244, *б* изображен вращающийся мяч с вращающимися вместе с ним слоями воздуха. Чтобы показать, что по мере удаления от мяча движение воздуха замедляется, внешние линии тока расположены на больших расстояниях друг от друга и помечены более короткими стрелками. Для сложения обоих движений наложим один рисунок на другой (фиг. 244, *в*) и в каждой точке сложим векторы скорости. Нарисуем в точке P два небольших вектора скорости, v_1 для равномерного потока и v_2 для вращения, и построим параллелограмм, чтобы найти равнодействующую (фиг. 244, *г*), которая представляет собой скорость суммарного движения в этой точке. Повторите эту операцию для точек по всему рисунку, беря каждый раз одну и ту же горизонтальную скорость v_1 и проводя v_2 по касательной к окружностям. Скорость вращения v_2 изобразите большой близко к мячу и маленькой вдали от него. Когда вы получите достаточное количество суммарных векторов, чтобы можно было приступить к нанесению линий тока, сотрите ненужные вспомогательные

---

[1] Такая картина приемлема для быстро вращающегося грубого мяча, вроде бейсбольного. Полное рассмотрение более сложно [см. Amer. Journal of Physics, 27, 589 (1959)]. Очень гладкий мяч, вращающийся с умеренной скоростью, увлекает только тонкий «пограничный слой» окружающего воздуха и часто отклоняется «не в ту сторону»!

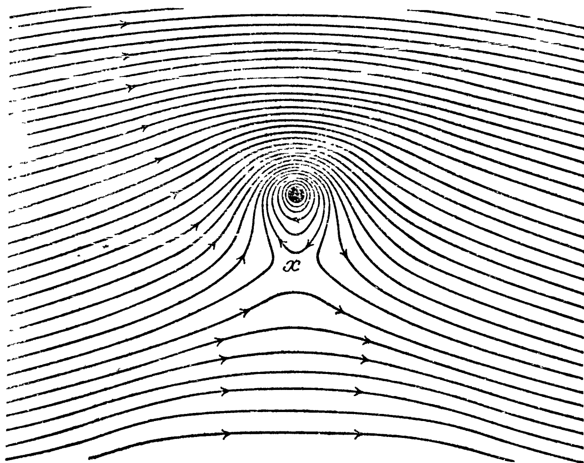
[2] Это рассуждение с помощью «встречного ветра» полезно. Его можно применить, например, при рассмотрении звуковых волн, где с помощью второго закона Ньютона оно позволяет нам предсказать, что скорость звука в воздухе будет равна $\sqrt{7/5\ (\textit{давление воздуха})/(\textit{плотность воздуха})}$.



Фиг. 244. Линии тока вокруг движущегося в воздухе вращающегося мяча.

а — линии тока «встречного» ветра (однородный поток воздуха, противоположный полету мяча); *б* — линии тока воздуха вокруг вращающегося мяча; *в* — суммирование обоих видов тока воздуха; *г* — оба вида тока воздуха накладываются один на другой и скорости складывают как векторы; *д*, *е* — маленькие стрелки показывают направление суммарной скорости в точке *P*.

построения и оставьте в каждой точке только короткие стрелки, указывающие направление суммарного потока (фиг. 244, *д*, *е*). Длина этих стрелок не обязательно должна соответствовать величине скорости. Теперь можно сообразить, как провести непрерывные линии тока, направление которых везде совпадало бы со стрелками. Здравый смысл подсказывает следующее: 1) очень далеко от мяча вращательным движением можно пренебречь, там



Фиг. 245. Линии тока вокруг вращающегося цилиндра в однородном потоке воздуха.

Схема выполнена довольно точно по картине линий тока, предсказываемой уравнением $\nabla^2 v=0$. Этот математический закон описывает распределение линий тока и другие распределения «закона обратных квадратов».

существует стационарный поток со скоростью v_1, в котором линии тока горизонтальны и распределены равномерно; 2) очень близко к мячу преобладает вращение и линии тока практически будут круговыми; 3) в некоторой точке N под мячом v_1 и v_2 как раз уравновесят друг друга, создавая «нейтральную точку», в которой не будет движения. Чтобы закончить рисунок, надо продолжить утомительную работу по сложению скоростей, дополняя ее с помощью воображения, или можно обмануть себя и подсмотреть реальную картину линий тока, полученную каким-либо другим способом. Такой набросок может дать лишь поверхностное представление о суммарном распределении линий тока. Чтобы получить надежную картину, надо геометрическую работу выпол-

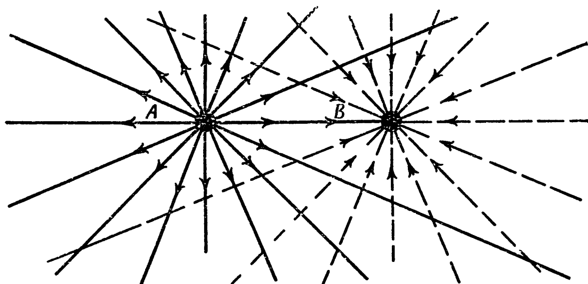
нить при помощи математики и в первую очередь подробно исследовать распределение скорости вращения v_2. На фиг. 245 приведена полученная более строгим методом картина распределения линий тока вокруг цилиндра, вращающегося в однородном потоке воздуха. Для мяча получается сходная картина.

Задача 5

Если вы раньше изучали физику, вы, возможно, сталкивались с подобной картиной в совершенно другом разделе физики. Если да, то где? Чисто ли случайно это сходство? Может ли оно иметь какое-либо практическое значение?

Задача 6

Задание имеет смысл только при том условии, что оно будет выполнено схематически и быстро. Применяя метод, использованный при построении фиг. 244, набросайте линии тока для потока, изображенного на фиг. 246.



Фиг. 246. Линии тока для источника и стока равной силы в бесконечном озере постоянной глубины.

В мелком озере со спокойной водой в точке A имеется постоянный приток воды, а в точке B равный ему сток. Набросайте линии тока в озере, воспользовавшись следующими указаниями. Если бы действовал только приток, то линии тока расходились бы от точки A в виде лучей. Вблизи A, где линии тока расположены тесно, скорость радиального течения будет велика; дальше от A скорость будет уменьшаться[1]. Если бы действовал только сток, то создалась бы подобная картина с радиальным течением по направлению к B.

Нанесите на лист бумаги точки A и B на расстоянии нескольких сантиметров одна от другой, нарисуйте оба набора линий тока и с помощью графических построений и смекалки найдите суммарную картину. (Что в этом

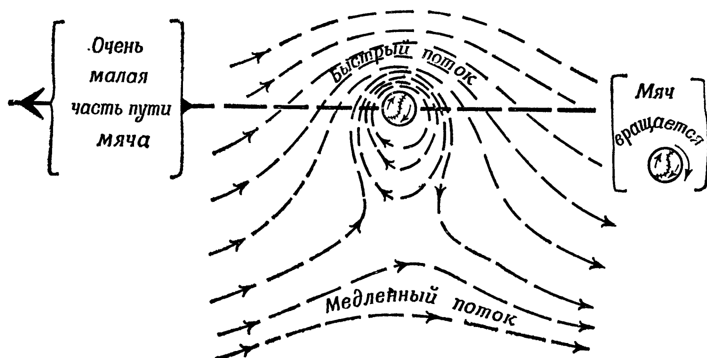
[1] В «мелком» озере скорость течения пропорциональна $1/r$. Но если бы A и B находились в «глубоком» океане, то скорость течения была бы пропорциональна $1/r^2$. Распределение суммарных линий тока в обоих случаях было бы примерно одинаковым.

случае соответствует указаниям 1 и 2 на стр. 370, сделанным при обсуждении фиг. 247, г?)

Где еще вы встречались с подобной картиной?

Теперь можно вернуться к летящему бейсбольному мячу. С точки зрения наблюдателя, летящего рядом с мячом, линии тока вокруг мяча распределены, как показано на фиг. 247.

Если мяч вращается вокруг горизонтальной оси, поток воздуха над мячом имеет большую скорость, чем под ним, поэтому над мячом создается область пониженного давления, а под ним — повышенного. Таким образом, давление воздуха подталкивает мяч



Фиг. 247. Линии тока в потоке воздуха около вращающегося мяча.
Очень малая часть пути мяча показана с точки зрения *неподвижного* наблюдателя.

вверх, отклоняя его от обычного пути. Подобным же образом мяч, вращающийся вокруг вертикальной оси, отклоняется в сторону под действием силы, направленной вбок. По этому вопросу было много споров, но в конце концов «искривление» полета вращающегося бейсбольного мяча было доказано измерениями. Тем не менее, если имеется некое предвзятое мнение, основанное на репутации подающего мяч игрока, игрокам и болельщикам полет может показаться более искривленным, чем он есть на самом деле. При быстром вращении более легкого мяча, например при «резаной» подаче в теннисе, искривление полета хорошо заметно на глаз.

Задача 7. Полет по искривленной траектории

Предположим, что два мяча — массивный бейсбольный мяч и значительно более легкий мяч того же размера — горизонтально брошены рядом друг с другом с одной и той же скоростью и с одинаковым вращением вокруг вертикальной оси.

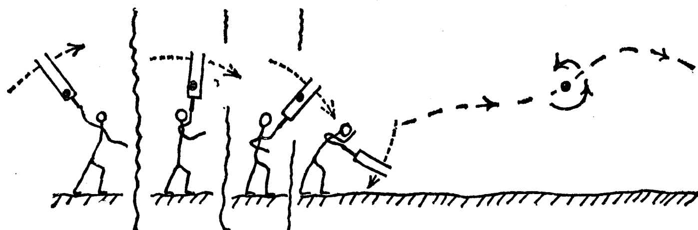
а) Какой мяч полетит дальше (если не принимать во внимание влияние вращения и трение воздуха)?

б) На какой мяч будет действовать бо́льшая отклоняющая сила (вызванная только что разобранным эффектом Бернулли)?

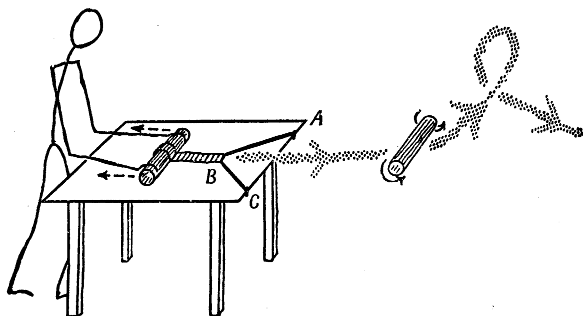
в) Какой мяч больше отклонится в сторону? Четко обоснуйте ваш ответ на этот вопрос.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ОПЫТЫ

Опыт 7. *Полет по искривленному пути.* Пробковый мяч бросают с помощью трубки, сделанной из грубого картона. Бросающий держит трубку в отведенной назад руке и бросает мяч, замахиваясь трубкой вперед. Мяч, «отстающий» от движения трубки, катится по внутренней верхней поверхности трубки и приобретает быстрое вращение вокруг горизонтальной оси. Его отклонение вверх при полете видно глазом (фиг. 248).



Фиг. 248. Бросание вращающегося мяча.



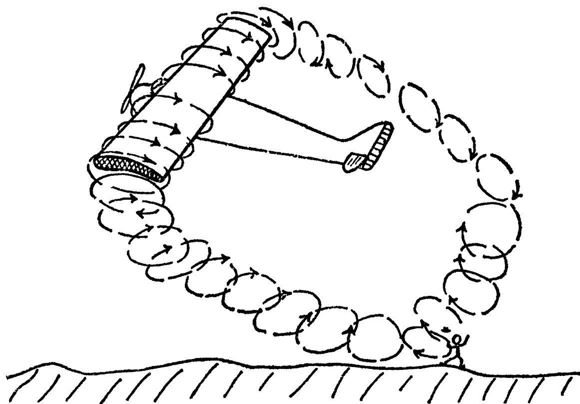
Фиг. 249. Бросание вращающегося цилиндра с помощью катапульты.

Опыт 8. Картонный цилиндр бросают с помощью катапульты, которая одновременно сообщает ему вращение (фиг. 249). Кусок резинового шнура ABC прикреплен к столу в точках A и C. Центр шнура B соединен с цилиндром куском матер-

чатой ленты, которая несколько раз обертывается вокруг центральной части цилиндра. Оттягивая цилиндр по столу, растягиваем резину, а затем отпускаем ее. Бернуллиевы силы столь велики, что цилиндр может даже описать петлю.

Полет самолета

Ламинарный поток, обтекающий модель крыла самолета, можно сделать видимым, подкрасив воду чернилами или добавив в воздух дым. Тогда отчетливо видно сгущение линий тока *над*



Фиг. 250. Циркуляция вокруг крыла самолета.

крылом. Поскольку давление над крылом меньше, чем под ним, то эффект Бернулли создает подъемную силу. Но каким образом крыло создает такое благоприятное распределение линий тока?

Геометрия и механика говорят, что в идеальной жидкости, лишенной внутреннего трения, распределение линий тока было бы более симметричным, без сгущений над крылом, и поэтому не было бы ни подъемной силы, ни силы сопротивления. Но в воздухе и в воде в момент старта самолета вокруг крыла создается циркуляция воздуха, подобно колечку дыма, которая движется далее вместе с самолетом (фиг. 250). Вихревое движение складывается с постоянным потоком воздуха навстречу самолету и дает суммарное распределение линий тока, подобное распределению вокруг летящего вращающегося цилиндра (крыло не вращается, но его форма создает циркуляцию воздуха). Этот вихрь не может окончиться на кромке крыла и продолжает существовать позади само-



Фиг. 251. Идеализированная картина ламинарного потока. При действительном полете позади самолета образуется вихревое движение.

лета. Когда самолет улетает, крыло уносит с собой часть вихря, оставляя за крыльями струйки вихрей. (Именно вихри позади самолета срывают вашу шляпу, когда вы стоите слишком близко к взлетающему самолету).

Сопротивление ветра («давление» ветра)[1]

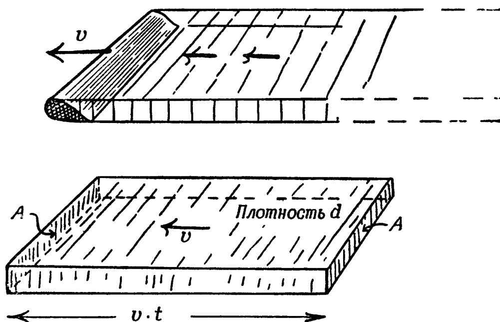
Летящий самолет оставляет позади себя циркулирующий воздух, который стекает с его крыльев и фюзеляжа. Таким образом, в воздухе позади крыла создается довольно большое вихревое движение (со значительной кинетической энергией), и его масса движется вперед. Крыло непрерывно теряет количество движения и, следовательно, испытывает силу, направленную назад, «сопротивление» воздуха; корпус самолета должен тащить крыло вперед, чтобы компенсировать потерю количества движения. В целом при равномерном полете самолет не выигрывает и не теряет количества движения. Его пропеллер отбрасывает назад поток воздуха, сообщая этому воздуху количество движения, направленное назад, в то время как крыло и фюзеляж оставляют струю вихрей с количеством движения, направленным вперед. Таким образом, позади самолета возникает сложное движение воздуха, в котором суммарное количество движения равно нулю [2].

В какой мере сопротивление воздуха, действующее на крыло самолета или на любой другой предмет, образующий вихри, зависит от скорости полета? Летящее со скоростью v крыло оставляет за собой слой воздуха, движущийся вслед за крылом. Обозначим через A площадь поперечного сечения этого слоя, «верти-

[1] Вопрос трения о воздух сложен, и этот раздел можно опустить.

[2] Энергию этого турбулентного движения оплачивает человек, который закупает для самолета бензин. В конце концов вихревое движение превращается в движение отдельных молекул, в теплоту, немного согревая воздух позади самолета, как раз на столько, на сколько он нагрелся бы, если бы для его подогрева сожгли такое же количество бензина!

кальное лобовое сечение» крыла (фиг. 252). Пусть действующая на крыло сила сопротивления, обусловленная непрерывной потерей количества движения, равна F. Чтобы рассчитать величину F, допустим для начала, что слой воздуха приобретает полную скорость крыла v.



Фиг. 252. За движущимся крылом остается движущийся вперед воздух.

Скорость его на самом деле составляет лишь часть скорости самолета v (для простоты мы принимаем ее равной v). При реальном полете движущийся воздух не имеет формы «бруска» — движение передается в стороны и воздух перемешивается благодаря вихрям.

Тогда, согласно $F\cdot\Delta t=\Delta(mv)$,

(СИЛА F) (ВРЕМЯ t, *сек*) = КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ, потерянное крылом за t *сек*,
= КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ, приобретенное за t *сек* слоем воздуха, приходящим в движение позади крыла.

За t *сек* крыло продвигается вперед на расстояние vt, оставляя за собой слой движущегося воздуха длиной vt и площадью A, следовательно, объем этого слоя равен $A\cdot v\cdot t$.

Этот воздух имеет:

МАССА = (ПЛОТНОСТЬ)(ОБЪЕМ), или $(d)\,(A\cdot v\cdot t)$.

Если скорость равна v, то количество движения равно

(МАССА) (ПРИОБРЕТАЕМАЯ СКОРОСТЬ), или $(d\cdot A\cdot v\cdot t)\,(v)$, или $d\cdot A\cdot v^2\cdot t$.

Следовательно,

$$Ft=d\cdot A\cdot v^2\cdot t,$$

или

$$F=d\cdot A\cdot v^2,$$

получаем [1)]

СИЛА = (ПЛОТНОСТЬ) (ПЛОЩАДЬ) (СКОРОСТЬ)².

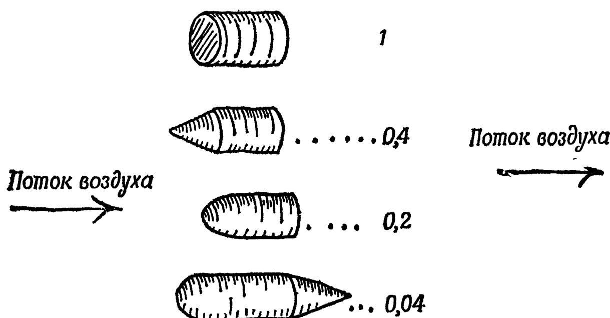
[1)] В точности такой же результат получается и при рассмотрении неподвижного крыла во встречном ветре, имеющем скорость v, при условии, что крыло делает неподвижным весь воздух, который оно встречает.

Тогда опять за t *сек* крыло остановит слой воздуха длиной $v\cdot t$;

В реальных случаях воздух приобретает не всю скорость v, а некоторую долю ее и площадь A не равна точно сечению крыла, но все же справедливо соотношение

F = (ПОСТОЯННАЯ) (НЕКОТОРАЯ ПЛОЩАДЬ) (ПЛОТНОСТЬ ВОЗДУХА) (v^2).

Величина постоянной зависит от геометрической формы крыла, *а также* интервала скоростей. Фактор формы велик для необтекаемых предметов, таких, как плоская тарелка, поставленная поперек потока воздуха, или даже круглый мяч. Для «обтекаемого»



Фиг. 253. Сравнительная величина факторов формы, влияющих на сопротивление воздуха в случае быстрого потока.

тела, подставляющего ветру такую же площадь, но имеющего правильно сконструированную каплеобразную форму, этот фактор в 20—100 раз меньше, потому что такое тело создает значительно более слабое вихревое движение. Рассмотренное сопротивление, обусловленное остающимися позади вихрями, по своей природе совершенно отлично от создаваемого трением сопротивления при ламинарном течении.

его *масса*=(*плотность*)$\cdot(A\cdot v\cdot t)$. Скорость этой массы воздуха изменяется от v до нуля; при этом теряется *количество движения*=(*плотность*)$\cdot(A\cdot v\cdot t)(v)$.

Следовательно,

$$F\cdot t=d\cdot A\cdot v^2\cdot t,\text{ или } F=d\cdot A\cdot v^2.$$

Заметьте, что этот расчет в точности напоминает задачу, в которой на стену льется струя воды из брандспойта. Действительно, в нашем случае струя воздуха обливает крыло. Как и в той задаче, (*сила*)$\sim v^2$.

Механизм сопротивления, создаваемого внутренним трением

Сила сопротивления, обусловленная внутренним трением при ламинарном течении, создается не в результате появления макроскопического движения среды, а вследствие «уноса» мелких порций количества движения, происходящего при столкновении молекул. Ближайшие к движущемуся предмету молекулы жидкости при столкновении с ним приобретают часть его количества движения и при столкновении с соседними молекулами передают им свое приобретение. Такие молекулы, снующие взад и вперед в беспорядочном движении, ведут себя как мыши, «отщипывая» от медленно движущегося предмета небольшие порции количества движения. Вследствие похищения части количества движения предмет испытывает тормозящую силу

$F \cdot t =$ потеря количества движения за время t.

Как это сопротивление, обусловленное внутренним трением, зависит от скорости движущегося предмета? Предположим, предмет стал двигаться вдвое быстрее; тогда его количество движения возрастет вдвое. При каждом столкновении молекулы жидкости, вероятно, будут забирать ту же *долю* от удвоенного количества движения предмета, что и раньше [1]. Поэтому при каждом столкновении они будут уносить вдвое большее количество движения. А частота столкновений остается той же, потому что скорость движения предмета мала по сравнению со скоростями молекул. Таким образом, при удвоенной скорости предмет за то же время теряет удвоенное количество движения. Следовательно, он должен испытывать удвоенное сопротивление, поэтому следует ожидать, что сопротивление будет пропорционально скорости предмета, $F \sim v$. Опыт подтверждает это для медленного ламинарного течения газа или жидкости.

С другой стороны, при высоких скоростях организованные «банды молекул» вихревого слоя жидкости производят «грабеж» количества движения. В этом случае, как указывалось выше, сопротивление пропорционально v^2.

---

[1] В задаче в конце гл. 26 [(«Энергия») входит в т. 2 настоящего издания] показано, что после упругого столкновения мяча с массивным движущимся предметом скорость мяча возрастает на удвоенную скорость предмета. Таким образом, мяч приобретает одну и ту же долю, $2m/M$, от количества движения предмета, независимо от скорости предмета. В нашем случае на такие столкновения накладывается беспорядочное движение молекул, но это не изменяет общего эффекта.

Таким образом, при очень медленном движении сопротивление ламинарного потока пропорционально v (например, при движении мелких капель дождя в облаке или при оседании осадка в пруду), а при быстром движении сопротивление вихревого трения пропорционально v^2.

Современные воздушные лайнеры летят так быстро, что даже при наличии обтекаемой конструкции возникает сопротивление, пропорциональное v^2. При рассмотрении реального полета надо помнить, что способы управления при различных скоростях различны, и поэтому изменяется фактор формы.

Вследствие этого зависимость сопротивления от скорости оказывается еще более сложной, и существует некоторая оптимальная скорость, при которой сила сопротивления минимальна.

Задача 8. Предельная скорость

(Эта задача подготавливает к важному опыту по атомной физике.) Небольшое обтекаемое тело падает в воздухе. Сначала оно движется ускоренно, но затем устанавливается постоянная скорость падения (которую называют предельной скоростью). Проверьте это утверждение с помощью небольшого листка бумаги или игрушечного парашюта.

а) Почему падающее тело не продолжает ускоряться?

б) Когда тело движется с постоянной скоростью, чему равна действующая на него суммарная сила? Что можно сказать о величине силы сопротивления, действующей на тело?

в) Можно ли определить только из наблюдения за падающим телом, обусловлена ли тормозящая сила внутренним трением ($F \sim v$) или вихревым сопротивлением ($F \sim v^2$)?

г) Предположим, что в результате случайного столкновения с комаром падение предмета несколько замедлилось или несколько ускорилось. Объясните, почему предмет вернется к первоначальной скорости, если сила сопротивления с ростом скорости возрастает (как это происходит в любом из случаев $F \sim v$ или $F \sim v^2$).

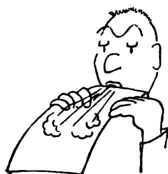
д) Предположим, что падающее тело полое; заполняя его, можно увеличить его массу в 4 раза. Как это изменение отразится на его предельной скорости v, 1) если $F \sim v$? 2) если $F \sim v^2$?

ОПЫТЫ ДЛЯ КАЖДОГО СТУДЕНТА

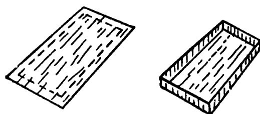
Опыт 9. Небольшой лист бумаги возьмите обеими руками за один конец так, чтобы этот конец был горизонтален, а другой изгибался под действием собственного веса. Равномерно дуйте над поверхностью горизонтальной части бумаги (фиг. 254). Наблюдайте за действием струи воздуха и объясните его. По существу здесь в самом простейшем виде проявляется тот же эффект, что и при полете самолета.

Опыт 10. *Движение обтекаемого листа бумаги.* (Вспомните шутливое замечание в гл. 1, что при проведении опытов с падающими телами вы, вероятно, не обратили внимания на некоторые простейшие из них.)

А. Уроните небольшой лист бумаги и понаблюдайте за его падением



Фиг. 254.



Фиг. 255. Корытце из бумаги.

(если хотите, сравните его падение с падением скомканного листа).

Б. Придайте листу некоторую обтекаемость, отогнув небольшие полоски вдоль каждого края, чтобы получилось корытце, как на фиг. 255. Наблюдайте за его падением.

В. Видоизмените опыт Б, складывая из бумаги фигуры различной формы. Вы получите большие возможности для изобретательности и критических размышлений.

Г. На основании проделанных опытов решите, является ли движение воздуха около падающего листа бумаги ламинарным, в котором сопротивление обусловлено внутренним трением ($F \sim v$), или более быстрым, с вихреобразованием ($F \sim v^2$). Убедитесь, что вы можете уверенно обосновать свое решение. (Правда, о форме движения воздуха можно догадаться, пустив дым вокруг падающего тела, но надо попытаться получить более строгое доказательство.)

Эффект Бернулли: «Демоны» или наука?

Хотя конструкторы используют принцип Бернулли при создании летательных аппаратов, а инженеры прибегают к его помощи при конструировании различных приспособлений, он не является жизненно важной частью физической науки. Все же цель этой главы в основном демонстрация не практических применений, а того, как «работает» научная мысль. Начав с парадоксов притягивающей воронки и искривленного полета мяча, каждый из которых, по-видимому, требует для объяснения своего собственного особого «демона», мы пришли к единому принципу, который объясняет эти парадоксы и предсказывает новые.

Сначала чисто «эмпирически» (т. е. прямо из опыта) мы делаем простой вывод: где линии тока *гуще*, там течение *быстрее*, а давление *меньше*. Затем, когда мы размышляем над этим, здравый смысл подсказывает: если происходит переход от медленного течения к быстрому, то жидкость должна ускоряться. Потом мы привлекаем теорию в виде второго закона Ньютона ($F=m \cdot a$), в справедливости которого уверены: «Где есть ускорение, там должна действовать соответствующая сила». Применяя эту теорию к простому случаю, например к жидкости, текущей по неоднородной трубке, мы *предсказываем*, что при быстром течении давление дол-

жно быть меньше. Итак, если закон $F=m\cdot a$ является всеобщим, мы должны ожидать эффекта Бернулли как примера его действия. (Поэтому, если бы этот эффект не существовал, нам следовало бы усомниться в общем характере закона $F=m\cdot a$.) Развитие теории с применением закона сохранения энергии и некоторых алгебраических выкладок позволяет найти соотношение между скоростью течения и давлением, которое подтверждается опытом:

$$\frac{1}{2}\text{(ПЛОТНОСТЬ ЖИДКОСТИ)}\cdot\text{(СКОРОСТЬ ТЕЧЕНИЯ)}^2+\text{(ДАВЛЕНИЕ В ЖИДКОСТИ)}=\text{ПОСТОЯННАЯ.}$$

Иными словами, сумма ($^1/_2\, d\cdot v^2+p$) должна иметь одно и то же значение во всех точках вдоль линии тока. Следовательно,

$$\underset{\text{в области 1}}{\left[\frac{1}{2}d_1v_1^2+p_1\right]}=\underset{\text{в области 2}}{\left[\frac{1}{2}d_2v_2^2+p_2\right]}=\underset{\text{в области 3}}{\left[\frac{1}{2}d_3v_3^2+p_3\right]}\ \text{и т. д.}$$

(Если жидкость переходит с одного уровня на другой, надо учесть также изменения потенциальной энергии.)

Тем самым мы свели несколько «демонов», каждый из которых мог объяснить только свой случай, к одному общему механизму, сочетающему закон $F=m\cdot a$ и правила геометрии; хотя обе его составные части сами по себе «необъяснимы», они обычны во многих областях науки. Мы сократили число таинственных явлений, сведя все наши примеры к одной тайне, $F=m\cdot a$. Как сказал бы Конант, мы уменьшили «степень эмпиризма» нашего знания о поведении жидкости, продвинув тем самым науку вперед. Принцип, который помогает инженерам строить насосы, измерители расхода жидкости и газа и самолеты, а также проявления внутреннего трения жидкости и газа, с которыми мы еще встретимся при изучении молекул и атомов, теперь представляются разумными частями механики, которую мы строим вне всякой связи с парадоксами.

Эта глава оправдает свое назначение, если она даст вам почувствовать, что «наука создает смысл», что сущность прогресса в науке состоит в упрощении, а не в увеличении сложности.



или $\frac{1}{2}d_1v_1^2+p_1=\frac{1}{2}d_2v_2^2+p_2$

Задача 9

Какое движение воды, ламинарное или вихревое, вы предпочли бы для мытья чайных стаканов? Что произойдет, если вода имеет другой тип движения?

Задача 10

Две небольшие лодки закреплены посреди быстрой реки с помощью веревок, которые тянутся вверх по течению от лодок к двум якорям. В момент бросания якорей лодки находились на расстоянии нескольких десятков сантиметров одна от другой. Растащит ли течение лодки в стороны или сблизит их?

Объясните ответ и дайте рисунок.

Задача 11

На эффекте Бернулли основано движение роторного судна. На этом необычном корабле, который успешно пересек Атлантику, вместо мачт и парусов имелись огромные вертикальные цилиндры, непрерывно вращавшиеся с помощью моторов.

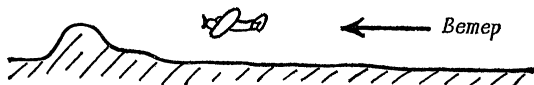
Допустим, что дует постоянный южный ветер, а корабль такой конструкции хочет плыть на восток. Как должны вращаться цилиндры — по часовой стрелке или против часовой стрелки, если смотреть на них сверху? Поясните ответ рисунком.

Задача 12

Придумайте простую иллюстрацию эффектов Бернулли с помощью двух небольших листков бумаги.

Задача 13

Предположим, что постоянный ветер дует вдоль горизонтального плато, поднимаясь у находящейся в конце плато горной гряды (фиг. 256). Над плато



Фиг. 256. К задаче 13.

летит самолет, пилот которого определяет высоту полета с помощью измерителя давления (барометр). При ночном полете пилот пытается вести самолет на постоянной высоте, достаточной, чтобы можно было перелететь через горы.

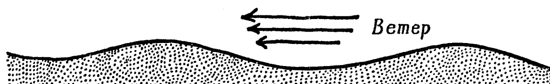
Объясните, почему при наличии ветра может произойти несчастный случай.

Задача 14

Наши голосовые связки образованы двумя мышечными полосками с продолговатой щелью между ними, через которую проходит воздух. Подумайте, каким образом можно поддерживать непрерывные колебания голосовых связок при разговоре.

Задача 15

Постоянный ветер дует над океаном, где образовались небольшие гребни и впадины волн (фиг. 257). Опишите, каким образом ветер может увеличить гребни и впадины.

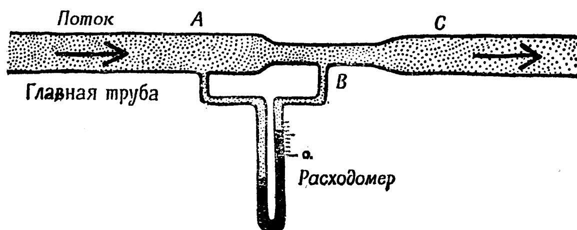


Фиг. 257. К задаче 15.

Задача 16

На фиг. 258 показано устройство расходомера для измерения скорости потока жидкости на химическом заводе (не давления, а скорости ее расхода, например, в литрах в минуту).

Скорость потока жидкости в трубке ABC определяется с помощью манометра, измеряющего разность давлений между отверстием в трубке A и



Фиг. 258. К задаче 16.

отверстием в суженной части трубки B. На рисунке манометр представляет собой просто U-образную трубку со ртутью.

а) Объясните, почему манометр показывает скорость потока.

б) Объясните, почему манометр ничего не говорит о давлении жидкости в основной трубке.

в) Путем рассуждения (например, «допустим, скорость потока удвоилась, а распределение линий тока осталось таким же...») найдите, как показания манометра должны быть связаны со скоростью потока. Изменяются

ли показания манометра (пропорционально скорости потока, или ее квадрату, или каким-либо другим образом)[1].

Задача 17

Перерисуйте фиг. 234,а для жидкости, текущей вдвое медленнее, чем показано там. Запишите, какие должны произойти изменения.

Задача 18

Перерисуйте фиг. 237,а для жидкости, текущей вдвое медленнее. Запишите, какие должны произойти изменения.

---

[1] Задача не требует применения алгебраической записи принципа Бернулли. Ответ можно дать на основании простой формулировки принципа, но ход рассуждения требует внимания и смелости.

ГЛАВА 10 • КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

«Путешествующему на корабле кажется, что океан состоит из волн, а не из воды».

Э. С. Эддингтон
(Кэмбридж, 1929 г.)

Две революции, совершенные математикой в физике:

1822 г.

ТЕОРЕМА ФУРЬЕ (впервые доказана Фурье, в наше время остается предметом исследований и находит многочисленные применения в науке):

Любое (*повторяющееся*) *движение можно рассматривать как результат наложения простых гармонических движений.* **Любую** *волну независимо от ее формы можно рассматривать как сумму простых гармонических волн.*

1924 г.

ДУАЛИЗМ ДЕ БРОЙЛЯ (гипотеза де Бройля получила развитие и служит основанием современной атомной физики):

Любая *движущаяся частица* (*электрон, атом, нейтрон ... бейсбольный мяч ... даже квант света*) *ведет себя в одних случаях как размытая* **волна,** *а в других — как точечная* **частица.**

Простое гармоническое движение, обычная составная часть всех колебаний, представляет собой весьма распространенный и очень важный тип движения. Оно играет значительную роль в акустике, а также в современной атомной теории волн и частиц.

Изучение волнового движения составляет большой раздел физики и служит базой для таких прикладных исследований, как изучение океанских волн и землетрясений, исследования в области акустики и многие другие. Изучение волнового движения приобрело еще большее значение, когда «оказалось», что свет — это волны, и когда гипотеза де Бройля произвела новую революцию в физике.

При отборе материала для нашего курса обе эти темы в основном остались в стороне, и большую часть данной главы можно опустить или отложить до будущих времен, причем связь с предшествующими и последующими главами не пострадает. Однако для изучения гл. 44 [1] будут *необходимы* кое-какие знания о све-

[1] Гл. 44 («Современная физика») входит в т. 3 настоящего издания.

товых волнах, спектрах и интерференции. Об этом рассказано в последней части настоящей главы. Тем, кто захочет более полно ознакомиться с вопросом, следует обратиться к другим учебникам по общей физике, механике, оптике, математической физике; выбор учебника зависит от математической подготовки читателя.

Колебания маятника и измерение времени

Маятник обладает удивительным свойством — оно казалось удивительным Галилею, измерявшему время по числу биений пульса, оно кажется таким же и современному студенту, пользующемуся секундомером. Заключается оно в том, что *колебания маятника и с малой амплитудой, и с большой амплитудой совершаются практически за одно и то же время.* Если сначала колебания происходят с очень большим отклонением, скажем на 80° от вертикали, то при затухании колебаний до 60 ... 40 ... 20° *период* (=время одного цикла) уменьшится лишь на несколько процентов; а при уменьшении отклонения от 20° до едва заметного период изменяется меньше чем на 1%. При отклонениях меньше 5° период остается неизменным с точностью до 0,05%.

Это свойство маятника оказалось не только удивительным, но и полезным. Галилей предложил использовать маятник в качестве регулятора в часах. Во времена Галилея часы приводились в действие грузом, а для регулировки хода применялось грубое приспособление типа лопастей ветряной мельницы, которое использовало сопротивление воздуха. Для отсчета равных промежутков времени можно было бы использовать маятник, ибо малые колебания совершаются за то же время, что и большие, вызываемые случайными порывами ветра. Столетие спустя после Галилея часы с маятниковым регулятором вошли в обиход, но мореплаватели по-прежнему нуждались в точных часах для измерения долготы на море. Была объявлена премия за создание таких морских часов, которые позволяли бы измерять время с достаточной точностью. Премию получил Гариссон за хронометр, в котором для регулирования хода использовались маховое колесо (баланс) и специальная пружина.

Это свойство независимости периода колебаний маятника от амплитуды носит мудреное название *изохронность* — от греческого слова «изохронный», означающий «равновременный». Мы говорим, что движение маятника при малых амплитудах (приблизительно) изохронно. Это свойство заслуживает специального названия, ибо оно оказалось весьма ценным.

В приведенной ниже задаче 1 проводятся рассуждения, позволяющие перейти от маятника к другим системам, в которых совершаются изохронные колебания. Задача довольно сложная, но ее стоит попытаться решить, ибо она может служить примером задач по теоретической физике. Разбор задачи покажет вам, как от простого опытного факта перейти к предсказанию новой области технических знаний. Если вы успешно справились с «анализом движения маятника», проведенным в задаче 1, значит, вы сможете подыскать и другие системы, которые совершают изохронные колебания и еще больше подходят для регулирования хода часов. Действительно, революция в измерении времени, началом которой послужило предложение Галилея, продолжается. Она прошла путь от больших часов с маятником до карманных и наручных часов с балансом и спиральной пружиной, колеблющихся кристаллов кварца, а теперь в качестве нового этапа — колебательных и вращательных движений самих атомов.

Закончите «теоретический анализ» колебаний маятника[1], который проведен ниже.

Задача 1

Опыт показывает, что при малых амплитудах период колебаний T практически не зависит от амплитуды. Анализируя движение маятника, мы будем ограничиваться только малыми амплитудами. При удвоении амплитуды период колебания маятника T остается неизменным, хотя груз проходит вдвое большее расстояние. Следовательно, чтобы амплитуда стала вдвое больше, груз должен двигаться быстрее.

Скорость движения не постоянна, даже ускорение не остается постоянным. Однако изменение скорости груза происходит одинаково при разных амплитудах, поэтому мы можем высказать предположение, что, будучи неодинаковой на разных стадиях отклонения, скорость груза на соответствующих стадиях *движения с удвоенной амплитудой должна быть больше, чем скорость движения с первоначальной амплитудой, иначе T не оставалось бы неизменным.*

Задача 2

Отважившись на обобщение рассуждений, проведенных в задаче 1, мы должны ожидать, что при любых (малых) амплитудах скорости на соответствующих стадиях колебания *связаны с* амплитудой колебания *следующим образом:* ________________

[1] Проработайте предлагаемые задачи, заполняя пропуски, оставленные для ответов.

Задача 3

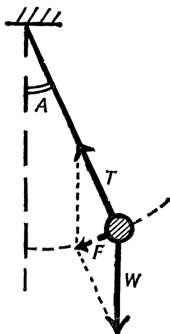
Вернемся к задаче 1, где сравнивались колебания, амплитуды которых отличаются вдвое. Поскольку удвоение амплитуды равносильно увеличению соответствующих скоростей ——— *и поскольку груз приобретает эти скорости за* один и тот же промежуток времени[1], *его ускорение $\Delta v/\Delta t$ при удвоенной амплитуде должно быть* ——— *больше, чем при колебании с первоначальной амплитудой. (Опять-таки ускорение не остается постоянным, но мы сравниваем ускорения на соответствующих стадиях колебания.)*

Задача 4

Обобщая рассуждения в задаче 3, можно сказать, что соотношение между ускорением *(на любой выбранной стадии колебания) и* амплитудой *должно выглядеть следующим образом:* ———

Задача 5

Хотя в конце отклонения груз не движется, он обладает наибольшим (направленным к вертикали) ускорением. Это ускорение обусловлено совместным действием силы тяжести и силы, приложенной к



Фиг. 259. К задаче 5.

грузу со стороны нити. Эти силы в сумме дают результирующую силу F, направление которой совпадает с направлением движения. Из задачи 4 представляется правдоподобным, что результирующая сила, действующая на груз в конце отклонения, должна быть связана с амплитудой A следующим образом[2]*:* ———

[1] Изменения скорости должны произойти за один и тот же промежуток времени, поскольку период (полное время, в течение которого происходят все изменения) один и тот же при любых малых отклонениях. Таким образом, свойство независимости периода колебания маятника от амплитуды используется в ходе этих рассуждений дважды.

[2] Этот результат получен здесь для сил, действующих в *крайних точках* колебаний с различными амплитудами, но те же самые соотношения должны сохраняться между силой F и отклонениями от положения равновесия x на *различных стадиях* одного колебания. Земное тяготение не знает, находится ли маятник в крайнем положении при малом отклонении или проходит это положение, совершая колебание с большой амплитудой.

Задача 6

Это соотношение между силой и отклонением от положения равновесия должно выполняться на любой стадии колебания. Это выглядит похожим на ______________________________

Задача 7

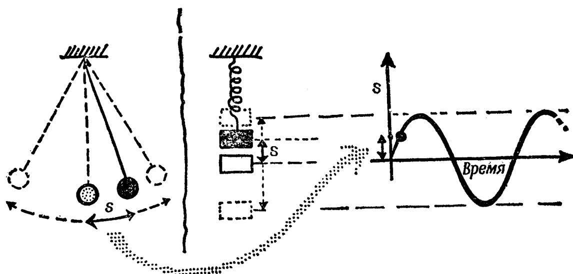
Исходя из задачи 6, мы можем ожидать, что движение, при котором период T не зависит от амплитуды, будет наблюдаться для таких тел, как __________, *причем для этих тел независимость периода от амплитуды, по всей вероятности, должна быть*

____

(ограничена малой амплитудой? не ограничена? или?)

Простое гармоническое движение

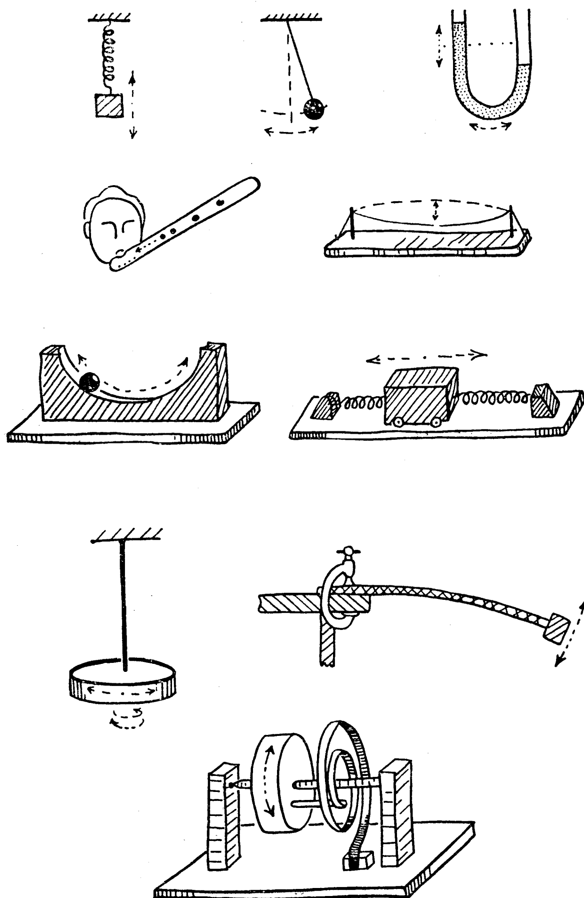
Все изохронные колебания представляют собой движения одного и того же типа с одинаковым по форме графиком зависимости амплитуды от времени — *синусоидой*. Мы называем такое движение простым гармоническим движением (эпитетом «гармоническое»



Фиг. 260. Изохронные колебания и график зависимости смещения от времени.

это движение обязано тому важному значению, которое оно имеет в музыке). Колебания маятника при малых отклонениях очень близки к простым гармоническим движениям. Груз, подвешенный на пружине, движется вверх и вниз, совершая при этом простые гармонические движения в широких пределах изменения амплитуды. (Проделайте наскоро опыт в лаборатории: он доставит вам большое удовлетворение.) Пружина с подвешенным грузом, гибкий брус, растягиваемая проволока, закручиваемый стержень, *любая упругая система, подчиняющаяся закону Гука*, совершает колебательное движение, называемое *простым гармоническим колебанием*.

«Простым гармоническим движением» мы называем повторяющееся движение особого типа — движение маятника и схожее



Фиг. 261. Разнообразные системы, совершающие простые гармонические движения.

с ним движение груза на пружине,— это не просто любое движение с постоянным периодом. (Кроты, выползающие из-под земли каждое утро в поисках пищи и возвращающиеся каждую ночь обратно под землю, совершают в известном смысле «изохронное»

движение — его период составляет 24 часа, как бы ни были глубоки их норы,— но это, разумеется, отнюдь не простое гармоническое движение.) Если проанализировать движение маятника, обратившись к геометрии, то можно установить важную характеристику этого движения.

Движение маятника характеризуется *переменным ускорением*, которое всегда направлено *к среднему положению и изменяется прямо пропорционально расстоянию от этого положения.*

Если s — расстояние вдоль траектории, скажем, груза маятника, а a — ускорение, то мы найдем $a \sim s$, или $a = -k^2 s$, где k — вещественная постоянная.

Знак минус показывает, что ускорение направлено в сторону, противоположную отклонению. (Когда груз отклонен вправо — мы считаем такие отклонения положительными, когда ускорение направлено влево, мы приписываем ему отрицательное значение.)

Механика движения маятника

Чтобы показать, что для груза маятника $a \sim s$ (при малых амплитудах), рассмотрим действующие на него силы. Сила натяжения нити направлена по радиусу и не может изменить скорость груза. Кроме этой силы, на груз действует только притяжение Земли, вес груза, направленный вертикально вниз. Разложим этот вектор на компоненты F_1 и F_2:

F_1, направленная вдоль дуги, придает грузу ускорение,

F_2, направленная вдоль радиуса, уравновешивает натяжение нити.

Из рассмотрения подобных треугольников (фиг. 262) находим

$$\frac{\text{СИЛА } F_1\text{, ПРИДАЮЩАЯ УСКОРЕНИЕ}}{\text{ВЕС } Mg} = \frac{\text{РАССТОЯНИЕ ПО ГОРИЗОНТАЛИ } x}{\text{ДЛИНА } L};$$

$$\frac{F_1}{Mg} = \frac{x}{L}.$$

Следовательно,

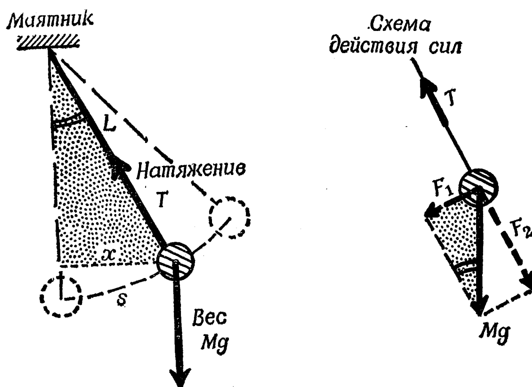
$$F_1 = \frac{Mgx}{L}$$

и

$$\text{УСКОРЕНИЕ ГРУЗА} = \frac{\text{СИЛА}}{\text{МАССА}} = \frac{-F_1}{M} = \frac{-Mgx/L}{M} = \frac{-gx}{L}.$$

Таким образом, мы установили, что a направлено к положению равновесия и что $a \sim x$, но мы не получили соотношения $a \sim s$

вдоль траектории движения маятника. При больших отклонениях маятника его движение не является простым гармоническим движением. При малых отклонениях оно почти в точности совпадает с простым гармоническим движением, и x (горизонтальное смещение груза) почти совпадает с криволинейной дугой s (отклонением груза, измеренным вдоль его траектории).



Фиг. 262. Силы, действующие на груз маятника.

В таком случае мы можем перейти от $a=-(g/L)x$ к $a=-(g/L)s$ (обе величины примерно одинаковы для маятника в данном случае), а это и есть наше определение простого гармонического движения:

а направлено к положению *равновесия* и *а* $\sim$ *смещению* s.

Мы описываем это свойство выражением

$$a=-k^2s,$$

где k^2 — постоянная.

Отсюда можно показать, что период T дается соотношением

$$T=\frac{2\pi}{k}.$$

(Это легче всего сделать с помощью математического анализа; см. ниже. Существуют доказательства, в которых не прибегают к математическому анализу, но они ведут к цели обходным и весьма громоздким путем, см. учебники по общей физике.) Поэтому *каждый раз, встречая систему, в которой действие сил приводит к соотношению* $a=-k^2s$, *мы можем сразу сказать, что такая система способна совершать простое гармоническое движение с периодом* $2\pi/k$.

Простые гармонические движения и закон Гука

Теперь вернемся к замечанию, которое было сделано в задаче 1. Предположим, имеется груз, который подвешен на пружине, подчиняющейся закону Гука. Натяжение пружины в точности уравновешивает вес груза, когда он находится в состоянии покоя или когда, совершая колебания, проходит через положение равновесия. Во всех других положениях существует небольшое *натяжение* (со знаком + или —), пропорциональное *удлинению* (по закону Гука); оно придает грузу ускорение. *Ускорение* всегда направлено к положению равновесия и меняется прямо пропорционально смещению от этого положения (по закону Гука). Таким образом, мы имеем соотношение $a=-k^2s$, которое как раз и соответствует движению, называемому нами простым гармоническим колебанием. Период колебания $2\pi/k$ можно вычислить, зная массу груза M и «жесткость» пружины K, равную отношению (*сила*)/(*удлинение*); это отношение представляет собой постоянную, определяющую наклон прямой, которая выражает закон Гука. Добавочная сила, соответствующая добавочному удлинению s, равна Ks, а сообщаемое ею ускорение равно $-Ks/M$. Следовательно, k^2 равно K/M, и T дается выражением

$$T=2\pi/\sqrt{\text{«жесткость» пружины } K/\text{масса } M}.$$

Это соотношение позволяет вычислить период простого гармонического колебания. Кроме того, у нас появляется превосходный способ оценить жесткость пружины по измеренному периоду колебаний. Мы пользуемся им, измеряя g с помощью маятника: в этом случае сила земного притяжения дает эквивалентную «жесткость пружины», равную Mg/L. В опыте Кавендиша, который позволяет измерить гравитационную постоянную G (см. гл. 23 [1]), проволока слишком слаба для прямого измерения ее сопротивления закручиванию, поэтому измеряют период крутильных колебаний проволоки, представляющих собой простое гармоническое движение, и вычисляют сопротивление закручиванию.

Простое гармоническое движение — широко распространенный вид движения

Итак, мы можем сказать, что простые гармонические колебания совершает любая система, в которой развивается возвращающая

---

[1] Гл. 23 («Всемирное тяготение») входит в т. 2 настоящего издания.

сила, пропорциональная смещению от положения равновесия:

любой маятник (при малых отклонениях);

любая система, подчиняющаяся закону Гука (например, пружина, к которой прикреплен груз; балка, подвергаемая изгибу; спиральная пружина, т. е. лента, свернутая в плоскую спираль, которая также подвергается изгибу, и т. д.);

атомы, удерживаемые в молекуле упругими электрическими силами (задачи об инерционных весах, разбиравшиеся в гл. 7, по существу содержат рассмотрение простого гармонического движения);

колебания воздуха при возникновении звуковых волн, например колебания воздуха внутри флейты (график зависимости p от V, соответствующий закону Бойля, непохож на прямую закона Гука, но изменения давления, которые здесь имеют место, очень малы, они укладываются на коротком участке графика, настолько коротком, что его можно практически считать отрезком прямой);

жидкость в открытой U-образной трубке [1];

струны музыкальных инструментов.

Мы называем это движение простым *гармоническим* колебанием, потому что подобные колебания совершаются в музыкальных инструментах, когда берут чистый тон (при этом от музыкальных инструментов исходят соответствующие звуковые волны). При затухании колебаний период их остается неизменным, волны характеризуются неизменной частотой и мы слышим тот же звук.

Опыт 1. Наблюдая за колебаниями очень длинного маятника, можно лучше уяснить, что такое гармоническое движение. Можно попытаться самому совершать простое гармоническое движение, двигаясь взад и вперед по некоторому отрезку пути (фиг. 263). При движении *наклоняйтесь* в направлении к центру отрезка так, чтобы наклон характеризовал ваше ускорение; в конце пути вы должны сильно наклониться в направлении к центру, а пробегая мимо центра с максимальной скоростью,— выпрямиться. В центре отрезка, где вы движетесь *быстрее всего*, вы не можете двигаться *еще быстрее*, поэтому ваше ускорение равно нулю. В конце отрезка ваша скорость на какое-то мгновение становится равной нулю, но в то же время она изменяется здесь быстрее

[1] В этом случае нетрудно произвести расчет и выяснить, как давление, обусловленное разностью уровней, создает «возвращающую силу», которая заставляет жидкость двигаться с ускорением. Мы найдем, что период колебаний такой же, как у простого маятника, длина которого равна половине столба жидкости в трубе. Проверьте, если хотите, это в лаборатории. Период один и тот же независимо от вида жидкости. К этому выводу можно прийти путем простых рассуждений.

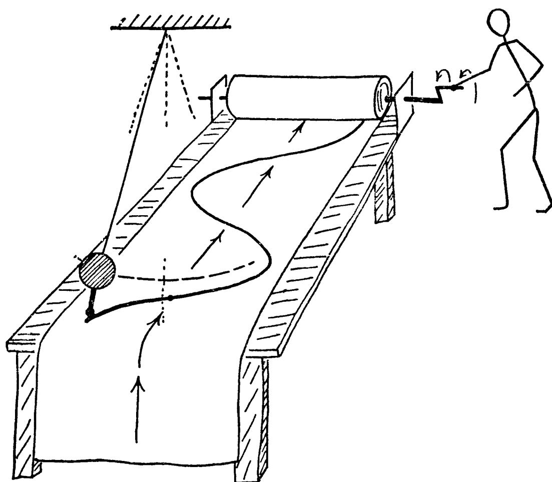
всего, ибо сначала скорость направлена от центра, проходит через нуль, затем направление скорости меняется на обратное; в этой точке вы обладаете довольно большим ускорением, направленным к центру отрезка; так подсказывают ваши ноги. (Сопоставьте это с рассмотрением ускорения тела, брошенного под углом к горизонту, в «вершине» его траектории.)



Фиг. 263. Простое гармоническое движение.

График простого гармонического движения — синусоида

Математика показывает, что зависимость от времени отклонения при простом гармоническом движении, определением которого



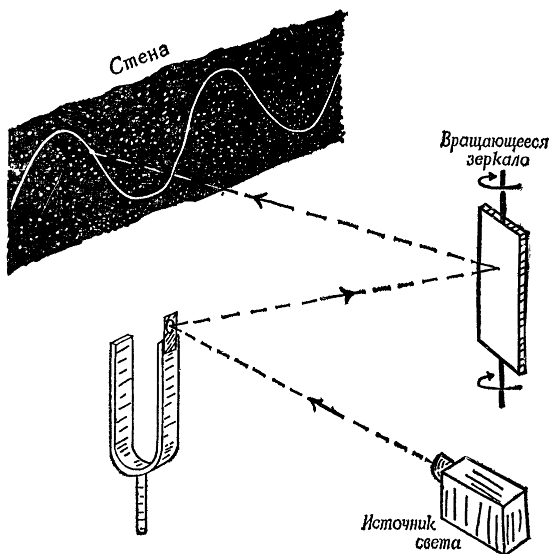
Фиг. 264. График зависимости отклонений маятника от времени.

служит соотношение $a=-k^2s$, имеет вид $s=A\sin kt$, где A — амплитуда колебания.

На фиг. 264 показана диаграмма движения маятника во времени, вычерчиваемая им самим. К нижней части груза маятника

прикреплена кисточка, обмакнутая в чернила, которая прочерчивает на равномерно протягиваемой длинной полосе бумаги диаграмму движения маятника во времени.

На фиг. 265 представлена схема опыта, позволяющего получить такой же график с помощью колеблющегося камертона. К одной из ножек камертона полоской тонкой целлулоидной пленки прикреплено маленькое зеркальце, позволяющее получить увеличенную картину движения. Когда камертон колеблется, пучок света, отраженный зеркальцем, движется вверх и вниз в пределах некоторого угла и прочерчивает вертикальную полоску на стене. На



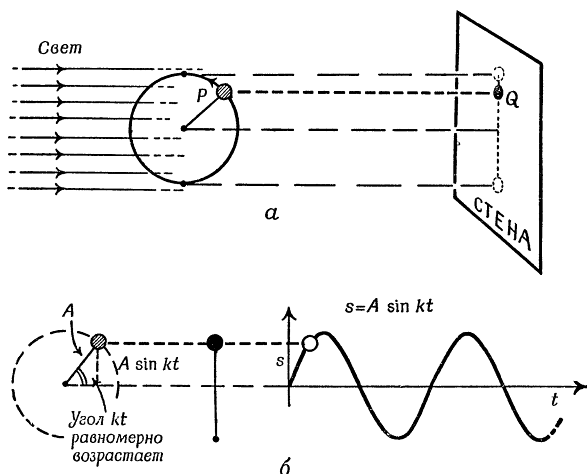
Фиг. 265. Диаграмма движения ножек камертона во времени.

пути света находится большое зеркало, которое равномерно вращается и развертывает луч на стене по горизонтали, вычерчивая таким образом временну́ю диаграмму движения вверх и вниз от положения равновесия. Камертон — это по существу балка, претерпевающая изгиб, которая имеет форму буквы U. Балка упругая и подчиняется закону Гука, поэтому мы вправе ожидать, что она совершает простые гармонические колебания. Проделанные опыты показывают, что при простом гармоническом движении

зависимость смещения от времени изображается синусоидой. *Амплитуда* колебаний издающего звук камертона затухает — об этом свидетельствует кривая на стене. Однако частота колебаний сохраняется неизменной, как показывают расстояния между горбами кривой. Грубый удар по камертону молотком приводит к тому, что камертон совершает колебания сразу двух видов и позволяет наблюдать сложное гармоническое движение.

Простое гармоническое движение как проекция движения по окружности

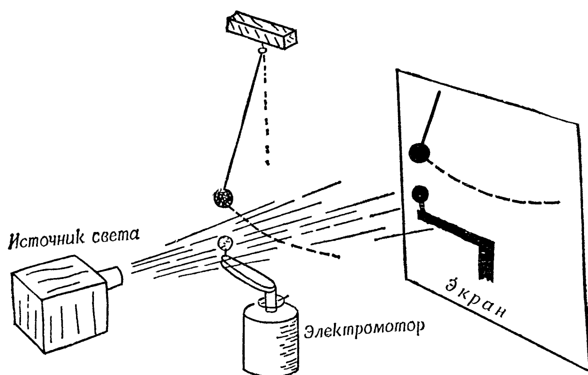
В элементарной тригонометрии определение синуса дается при помощи окружности, и можно легко прийти к выводу, что график синуса изображает *проекцию движения по окружности*. Поэтому



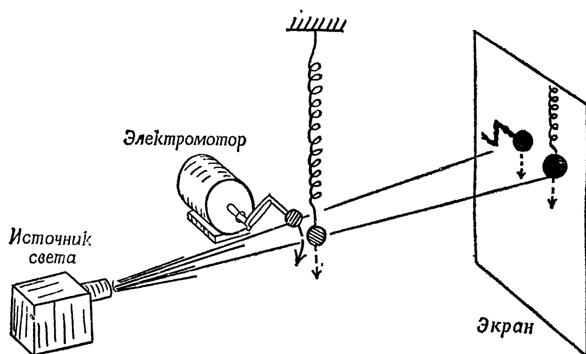
Фиг. 266. Проекция движения по окружности.

поступим следующим образом: представим себе точку P, движущуюся с постоянной скоростью по окружности, расположенной в вертикальной плоскости, и будем смотреть на эту окружность сбоку или будем рассматривать движение тени, отбрасываемой точкой P на вертикальную стенку (фиг. 266). Тогда точка Q (тень точки P) будет двигаться вверх и вниз. Можно показать, что график зависимости смещения точки Q от времени представляет собой синусоиду (с уравнением $s=A \sin kt$, где A — радиус окружности), а это,

как мы знаем, и есть временна́я зависимость простого гармонического движения. Поэтому проекция движения по окружности представляет собой простое гармоническое движение.



Фиг. 267. Груз маятника движется в такт с проекцией точки, движущейся по кругу.



Фиг. 268. Груз, подвешенный на пружине, движется в такт с проекцией точки, движущейся по кругу.

На фиг. 267 и 268 схематически показаны опыты, позволяющие сравнить движение маятника или колеблющейся пружины с проекцией движения по окружности. (Инженерам-электрикам часто приходится иметь дело с переменным током, который представляет собой простые гармонические колебания и графически изобража-

ется синусоидой. Чтобы производить свои расчеты в сжатой форме, инженеры представляют такие токи или напряжения вращающимся радиусом-вектором, равным амплитуде тока или напряжения; конец этого радиуса-вектора описывает окружность. При вычислениях оперируют проекциями радиуса-вектора. Это считают само собой разумеющимся и обычно упускают из виду.)

На вал электрического двигателя (например, небольшого двигателя для электрических часов) насажен рычаг, изогнутый под прямым углом, к концу которого прикреплен шар B; при вращении двигателя шар описывает окружность. Движение тени, отбрасываемой на стенку шаром B, сравнивается с движением тени от груза небольшого маятника. Если правильно выбрать длину маятника и начальную стадию его колебания, то обе тени будут двигаться строго в такт. Подобным же образом можно добиться того, чтобы движения тени шара B и груза, подвешенного на пружине, все время оставались согласованными.

Различные определения простого гармонического движения

Существует несколько определений простого гармонического движения:

1. Это *движение взад и вперед*, совершаемое *грузом маятника* (при малых отклонениях), или *движение вверх и вниз*, которое *совершает груз*, *подвешенный на пружине* (или любая другая система, подчиняющаяся закону Гука).

2. Это возвратно-поступательное движение, при котором *ускорение* (направленное вдоль траектории движения всегда к центру отрезка перемещения) *изменяется прямо пропорционально смещению от центра*.

3. Это *проекция кругового движения*, совершаемого с *постоянной скоростью* (например, круговое движение, каким оно представляется при наблюдении в плоскости круга, или движение тени, которую отбрасывает на землю тело, движущееся по окружности, лежащей в вертикальной плоскости, при освещении вертикальным солнечным светом).

4. Это движение, в случае которого *график зависимости смещения от времени представляет собой синусоиду*.

Математика, а также простые соображения из механики в первом определении показывают, что во всех случаях происходит одно и то же движение. Чтобы связать воедино приведенные определения, здесь требуется лишь проделать некоторые выкладки и указать на ряд опытов.

Значение простого гармонического движения

Простое гармоническое движение играет такую же важную роль в описании природы, как движения с постоянной скоростью и с постоянным ускорением, поскольку:

1. Этот вид движения весьма распространен (примерами могут служить маятники, музыкальные инструменты, колеблющиеся детали машин, океанские приливы, переменные токи, свет, соответствующий определенной линии спектра).

2. Период этого движения не зависит от амплитуды (благодаря этому оно используется для измерения промежутков времени).

3. Это движение поддается простому математическому описанию

$$s = A \sin kt,$$

откуда следует формула

$$T = \frac{2\pi}{k},$$

где

$$k^2 = (\textit{Жесткость пружины})/(\textit{Масса}).$$

Так можно предсказать величину T. В других случаях измеряют T и с помощью полученного значения подсчитывают жесткость пружины.

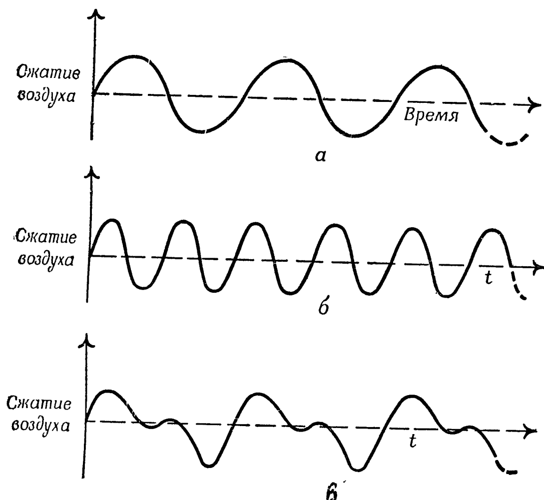
4. Согласно теореме Фурье, любое периодическое движение можно разложить на простые гармонические составляющие (см. ниже). Разложение легко выполняется методами математического анализа (когда исходное периодическое движение описывается какой-либо формулой) или с помощью вычислительной машины (когда исходный процесс представлен только графиком). Поэтому на основе простого математического описания гармонических движений можно рассматривать значительно более сложные движения: движение волн в гавани, музыкальные звуки, издаваемые кларнетом, речевые колебания, сейсмические волны..., движения электронов в атоме. Что касается звуков, то наши органы слуха, по-видимому, производят «гармонический анализ» и разлагают сложный звук на чистые тоны.

Гармонический анализ

Теорема Фурье настолько всеобъемлюща, что трудно указать пределы ее приложения. Она не ограничивается периодическими

движениями или повторяющимися процессами. Вот несколько примеров:

а) На фиг. 269 приведен график звуковых колебаний, создаваемых флейтой. Результат анализа кривой *в* очевиден: она представляет собой сумму сигналов, в которой значительная доля приходится на колебания *а* и содержится некоторая доля колебаний *б*. (Если подуть чуть сильнее, возникнет комбинация исходного тона и одного из его октавных повторений — обертонов — приятный музыкальный звук, хотя и необычный для флейты.)

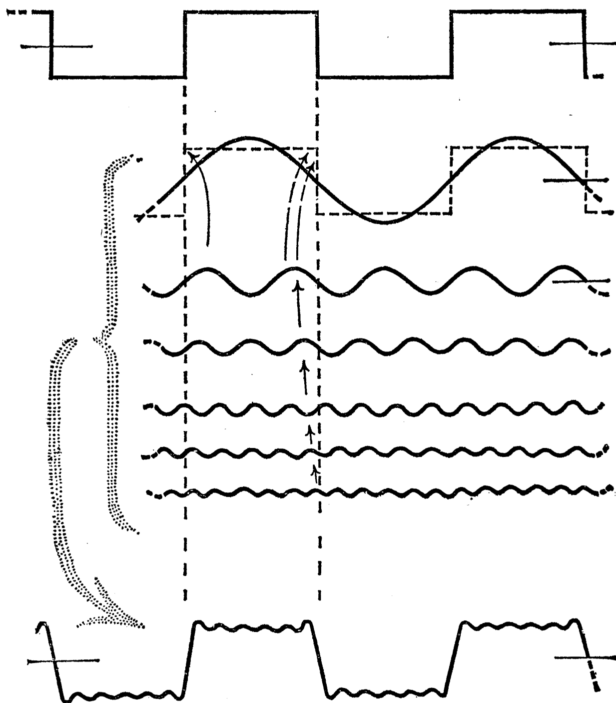


Фиг. 269. Графическое изображение звуковых колебаний, создаваемых флейтой.

а — при нормальной игре; *б* — воздушная струя большой силы дает октавное повторение звука; *в* — воздушная струя несколько сильнее нормальной.

б) В радиотехнике можно без труда получить «прямоугольную волну» и продемонстрировать ее на экране осциллографа. (Форму прямоугольного сигнала может иметь, например, кривая, описывающая звук, издаваемый «щелкунчиком» с металлическими челюстями, которые быстро раскрываются и резко смыкаются.) На фиг. 270 представлена попытка произвести гармонический анализ прямоугольного сигнала. Основная составляющая имеет такую же «длину волны», как и прямоугольный сигнал. В некоторых местах она выступает за пределы исходной кривой, а в других — не

доходит до нее, и эти несоответствия формы должны быть компенсированы. Следующая составляющая должна иметь «длину волны», равную $^1/_3$ основной, т. е. втрое большую частоту. Расхождения, остающиеся после этой составляющей, в значительной мере устраняются добавлением небольшой по амплитуде составляющей, у которой частота в 5 раз больше частоты исходной кривой, и т. д.



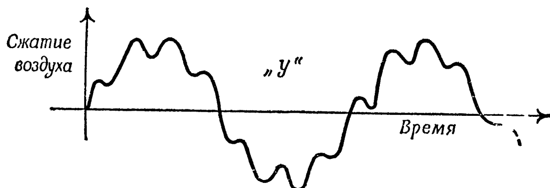
Фиг. 270. Разложение прямоугольного сигнала на гармонические составляющие.

Заметьте, что даже при большом числе гармоник результирующая кривая (сумма) обнаруживает нежелательные острые выбросы.

Для точного описания необходим бесконечный ряд составляющих, отношение частот которых к частоте исходной кривой равно 1, 3, 5, 7, ... Однако даже сумма нескольких первых составляющих дает удовлетворительное приближение (если не считать нежелательных выбросов на вершине). Так мы получаем удобный способ

проверки динамиков, микрофонов и т. д. На прибор подают прямоугольный сигнал. Если прибор хорошо воспроизводит форму прямоугольного сигнала, это значит, что он способен пропускать как очень высокие, так и весьма низкие частоты.

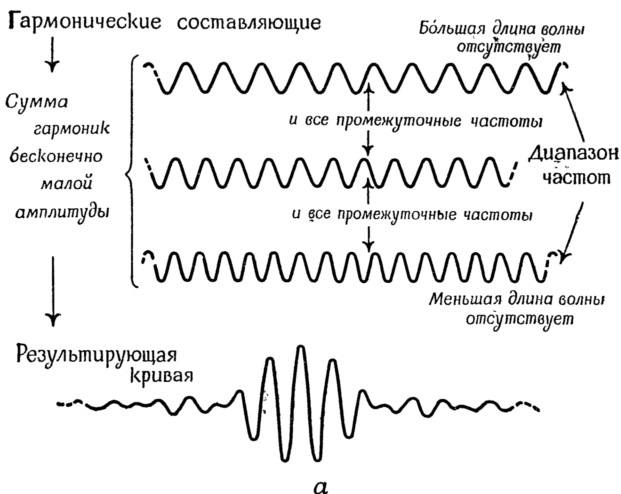
в) Речевые колебания часто имеют сложную форму. На фиг. 271 показана довольно простая по форме кривая, которая представляет собой графическое изображение звука «у...», произносимого нараспев. Вы можете предсказать результат разложения этого колебания на гармонические составляющие: основной тон+тон значительно более высокой частоты, который мы считаем характерным для данного гласного звука. Такой анализ чрезвычайно важен



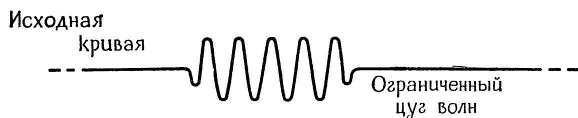
Фиг. 271. Кривая звука «у...».

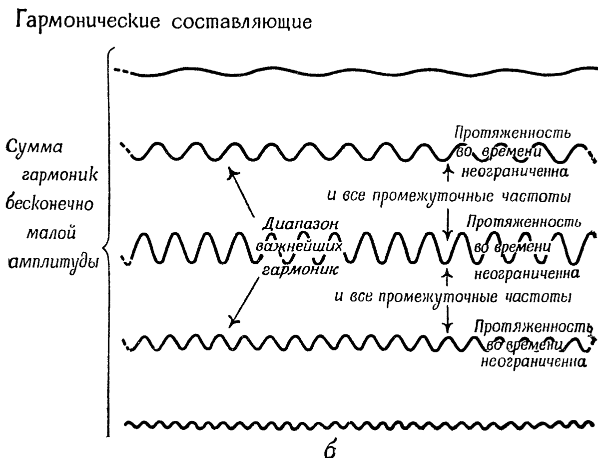
для инженеров: им пользуются при проектировании систем телефонной связи, по которой передается речь, при разработке экономичных преобразователей речевых колебаний в кабельной телефонии и высококачественных приемников, предназначенных для воспроизведения речи. Произнесенные нараспев другие гласные звуки или недостаточно искусные певцы вызывают гораздо более сложные с виду колебания, но эти колебания тоже можно без труда разложить на несколько основных составляющих.

г) «Волновой пакет». Гармонический анализ можно применить к одиночному импульсу (ему соответствует звук от шлепка или радиоволна, испускаемая при ударе молнии) и к короткому цугу волн, вроде волнообразного всплеска, которым в современной теории характеризуют положение движущегося электрона. Для идеального представления таких сигналов приходится чкладывать составляющие, которые образуют бесконечный набор састот, но составляющие с заметной амплитудой равномерно распределены в пределах полосы частот вокруг исходной частоты. Мы должны составить сумму, содержащую основную составляющую с длиной волны исходного цуга волн + составляющую с несколько большей длиной волны + ... + составляющую с еще большей длиной волны ... + и т. д., и такой же набор более коротких длин волн.

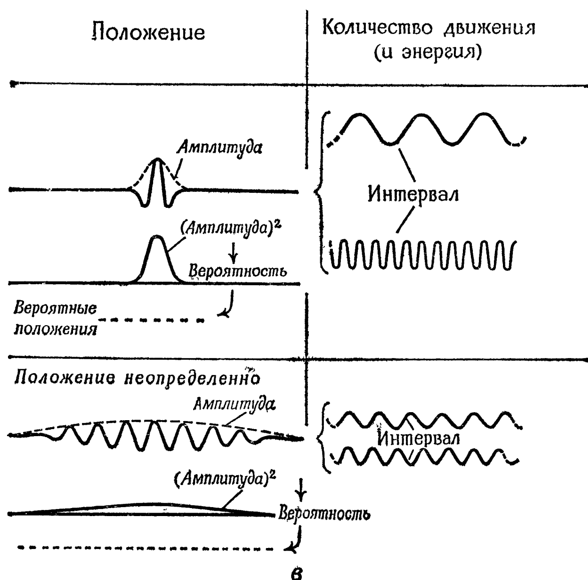

Гармонические составляющие
Большая длина волны отсутствует
Сумма гармоник бесконечно малой амплитуды
и все промежуточные частоты
Диапазон частот
и все промежуточные частоты
Меньшая длина волны отсутствует
Результирующая кривая

а


Исходная кривая
Ограниченный цуг волн


Гармонические составляющие
Сумма гармоник бесконечно малой амплитуды
Протяженность во времени неограниченна
и все промежуточные частоты
Диапазон важнейших гармоник
Протяженность во времени неограниченна
и все промежуточные частоты
Протяженность во времени неограниченна

б



Фиг. 272. Гармонический анализ.

а — составление «волнового пакета» путем сложения простых гармонических составляющих. Для этого синтеза необходимы гармоники всех частот (т. е. всех длин волн) от нуля до бесконечности. Мы получим короткий волновой пакет без возмущений до и после него. Важнейшие гармоники попадают в центральный «диапазон» частот (или длин волн), за пределом которого амплитуда гармоник должна быть еще меньше. Чем уже этот диапазон частот, тем длиннее волновой пакет, тем больше в нем укладывается длин волн;

б — разложение ограниченного цуга волн на составляющие. Если направить непрерывный поток волн на какую-либо преграду и убрать ее на короткое время, то можно ожидать, что за ней будет ограниченный цуг волн, который можно разложить на бесконечно большое число гармонических составляющих бесконечно малой амплитуды. Важнейшие гармонические составляющие попадают в центральный «диапазон» частот. Чем короче исходный цуг волн, тем шире получается этот диапазон частот гармоник при разложении;

в — частицы и волны. Согласно нашим современным представлениям, все движущиеся частицы (электроны, ядра и т. д.) обладают волновыми свойствами. Частицу можно рассматривать как своего рода волновой пакет. Волна, входящая в состав волнового пакета, характеризует положение частицы и ее движения. *Квадрат амплитуды* волны в пределах пакета указывает вероятность нахождения частицы в этом месте, а *длина волны* определяет *количество движения* частицы по формуле $mv=h/\lambda$. Если мы хотим точно указать положение движущейся частицы, то должны ограничить связанную с ней волну коротким цугом волн, т. е. коротким волновым пакетом. Но такой волновой пакет будет представлен целым набором гармонических составляющих, т. е. возможные значения количества движения будут лежать в широких пределах. Значит, мы не можем точно указать количество движения частицы. Если же мы захотим точно задать количество движения, то должны будем ограничиться узким интервалом длин волн гармоник. Поэтому нам придется охарактеризовать положение частицы протяженным волновым пакетом, и оно будет в высшей степени неопределенным.

Горбы этих составляющих совпадают друг с другом в центре, но дальше согласованность их хода нарушается, и они гасят друг друга. Если исходный цуг волн длинный, то основные составляющие будут заключены в узком интервале частот или длин волн — чем длиннее цуг, тем у́же полоса частот. Напротив, для очень короткого цуга (в предельном случае для отдельного выброса или импульса) требуется широкая полоса частот.

(Это *не очевидно*; не обращаясь к математике, вы можете в лучшем случае сказать, что это могло бы быть так.) Изложенные представления имеют важное значение в современной атомной теории.

Основное достоинство гармонического анализа (который, как утверждает теорема Фурье, может быть применен всегда) состоит в том, что он позволяет с помощью простого математического описания разлагать сложные движения на серию гармонических колебаний. Гармонический анализ находит широкое применение в физике и технике, им пользуются специалисты в области телефонной связи, радиоинженеры, составители таблиц, предсказывающих океанские приливы, и т. д., а в наши дни и физики-теоретики, которые описывают поведение атомов и электронов с помощью гармонических составляющих.

Применение математического анализа и формула маятника

Начнем с движения, определяемого соотношением

$$s = A \sin kt,$$

где A — амплитуда, а k — постоянная. Продифференцируем смещение s по времени t и найдем скорость, затем произведем дифференцирование еще раз и найдем ускорение

$$v = \frac{ds}{dt} = kA \cos kt,$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -k^2 A \sin kt,$$

$$= -k^2 s$$

Отсюда видно, как вычислить период T рассматриваемого движения:

T = Промежуток времени от $t = 0$ до $t = T$,
= Промежуток времени, в течение которого проходит полный цикл изменения s,
= Промежуток времени, в течение которого величина (kt) пробегает значения от 0 до 2π.

Следовательно,

$$kT = 2\pi,$$

т. е.

$$\textit{период } T = \frac{2\pi}{k}.$$

Таким образом, относительно любой системы, которой действующие на нее силы сообщают ускорение $-k^2s$, можно сказать, что «эта система способна совершать простые гармонические колебания с периодом $2\pi/k$».

«Формула маятника»[1]

Мы уже показали, что при малых отклонениях маятника

$$\text{УСКОРЕНИЕ ГРУЗА} = -\frac{g}{L}s.$$

Сравним это с полученным выше результатом

$$\text{УСКОРЕНИЕ} = -k^2s.$$

Величина, равная в общем виде $[k^2]$, в случае маятника равна $[g/L]$.

Таким образом,

$$\text{ПЕРИОД } T = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\sqrt{g/L}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Это «формула маятника», которой пользуются при точном измерении g с помощью простого маятника.

Волны

Любое изменение формы, при котором форма перемещается (но это не связано с переносом среды), называется *волной*. Быстро движутся волны воды, причем вода взметается вверх и опускается, а волны расходятся кругами, не унося воду далеко с собой. Понаблюдайте, как движется вверх и вниз плавающий на воде кусок пробки или поплавок, когда мимо него проходят волны. Представьте себе, как распространяются волны от веревки, рябь в пруду, звуковые волны в воздухе. От порыва ветра по некошеному полю пшеницы пробегает волна; она бежит по полю, а стебли остаются на месте, сгибаясь и снова выпрямляясь. Мы можем даже сказать, что слух в толпе тоже распространяется как волна.

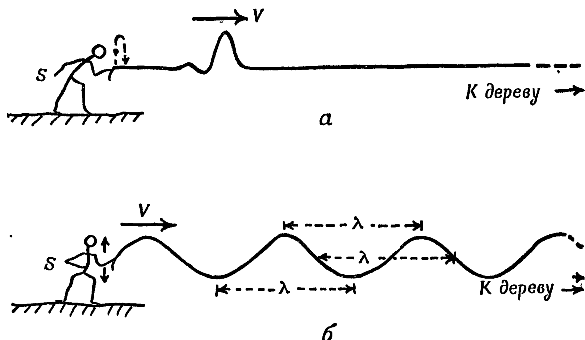
---

[1] Эта формула выводится здесь с помощью математического анализа; существуют и другие способы вывода этой формулы, но они не столь непосредственны и громоздки. Вы можете найти их в учебниках по общей физике.

Скорость, длина волны, частота

Скорость распространения волны V — это скорость, с которой перемещается ее форма, т. е. скорость перемещения любого участка волны, будь то гребень, или впадина, или область сжатия (в акустической волне).

Вдоль натянутой веревки могут перемещаться с определенной скоростью поперечные волны, и если конец веревки будет совершать *простое гармоническое* движение, то мы получим простую *гармоническую волну* с определенной длиной волны, которую обозначим греческой буквой λ (фиг. 273). Длина волны — это расстоя-



Фиг. 273. Импульс (а) и простая гармоническая волна (б).

ние от гребня до гребня или от впадины до впадины, т. е. расстояние между любой парой точек, в которых состояние среды находится в одной и той же стадии (*фазе*) цикла изменений. Другими словами, это расстояние, через которое конфигурация волны повторяется.

Если источник S совершает простое гармоническое колебание и делает при этом f полных колебаний в секунду, то мы говорим, что его частота равна f. Источник S испускает волны с частотой f колебаний в секунду, и мимо любого наблюдателя O должны проходить f колебаний в секунду, иначе волны будут теряться или возникать между S и O:

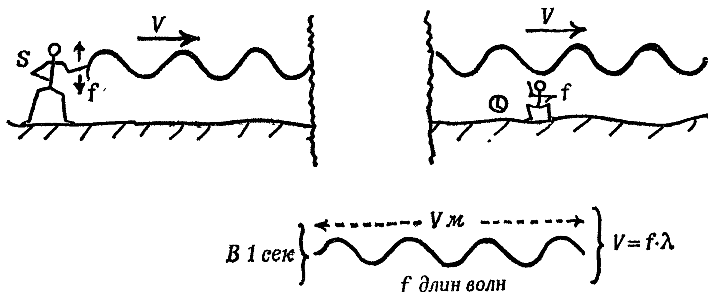
$$\text{ЧАСТОТА } f = \textit{Число колебаний/сек},$$

$$= \frac{1 \textit{ сек}}{\text{ВРЕМЯ, ЗА КОТОРОЕ СОВЕРШАЕТСЯ ОДНО КОЛЕБАНИЕ}},$$

$$= \frac{1 \textit{ сек}}{\text{ПЕРИОД } T \textit{ сек}} \quad \frac{1}{T}.$$

Следовательно, для любой простой гармонической волны (как и для любого простого гармонического колебания) $f=1/T$.

Скорость распространения волн *V м/сек* означает, что выбранный гребень проходит *V* метров за одну секунду (по веревке или



Фиг. 274. Волны.
f — Число колебаний в 1 *сек.*

в другой среде). Следовательно, за 1 *сек* от источника будет отделяться цуг волн длиной *V м*. Но за 1 *сек* источник совершает *f* колебаний, каждое из которых простирается на одну длину волны. Таким образом, цуг волн длиной *V м* содержит *f* длин волн λ:

СКОРОСТЬ=ЧАСТОТА·ДЛИНА ВОЛНЫ,

$$V=f\cdot\lambda.$$

Это соотношение применимо к любым волнам.

Обозначения в случае световых волн

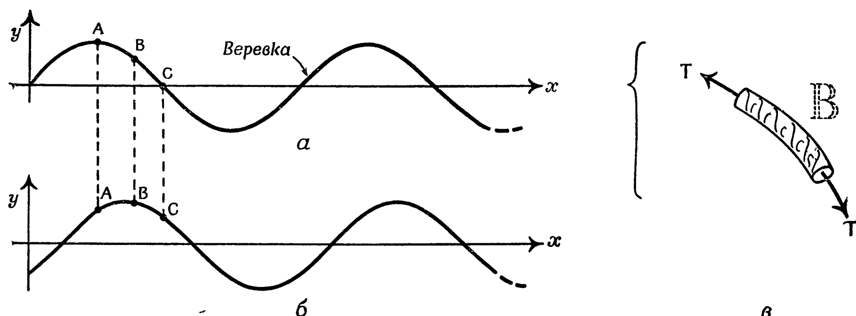
В дальнейшем, когда вопрос пойдет о световых волнах, мы, следуя традиции, будем пользоваться особыми символами:

c — скорость распространения света (в воздухе или в вакууме),
ν — частота,
λ — длина волны.

Как распространяются волны

По существу участок среды, возмущенный волной, в свою очередь вызывает возмущение следующего за ним участка среды и приводит его в движение. Посмотрите на фиг. 275. На ней показаны последовательные стадии распространения волны по веревке. В стадии *а* участок веревки *B* движется вверх; в стадии *б*, некоторое время спустя, волна переместилась вперед, и точка

B находится еще выше. Таким образом, в стадии *а* точка *B* должна двигаться вверх и, как видно из рисунка, продолжает двигаться вверх и в стадии *б*, но не так быстро. Что же касается участка веревки *A*, то в стадии *а* он достиг максимального «смещения» и не движется. Точка *C* не имеет смещения, но быстро движется вверх. (Скорости различных точек среды не имеют ничего общего со скоростью распространения волны *V*.) Волна продвигается вперед, поскольку каждый участок среды движется (большую часть времени) и силы, приложенные к ней со стороны соседних участков спереди и сзади, *обычно неодинаковы.* (Посмотрите, какие силы



Фиг. 275. Распространение волны вдоль веревки.

а — волновая картина в данный момент; *б* — спустя короткое время; *в* — силы, приложенные к элементу веревки в точке *B* в данный момент; *T* — натяжение верёвки.

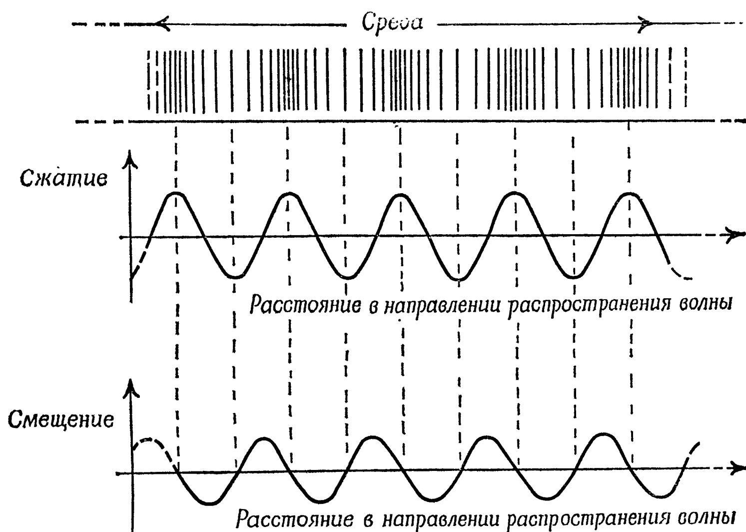
действуют на участок веревки в точке *B* со стороны соседних участков в стадии *а* на фиг. 275. Силы не вполне параллельны, и их результирующая направлена вниз. Она должна замедлять скорость точки *B*, которая двигалась *вверх* с такой же скоростью, что и точка *C*, и придет в *состояние покоя*, в котором в данный момент находится точка *A*.)

Большинство волн, с которыми мы имеем дело в физике, переносят в среде количество движения и энергию (см. гл. 26[1]). Зная силы, действующие в среде, и массы колеблющихся объемов среды, можно детально изучить распространение волн и вычислить их скорость. Даже в самых простых методах используют математический анализ, и мы не будем останавливаться на этом подробно.

---

[1] Гл. 26 («Энергия») входит в т. 2 настоящего издания.

Звуковые волны — *продольные*; смещения в этом случае происходят в направлении распространения волн, а не в поперечном направлении. (Это можно проверить, наблюдая под микроскопом воздух с дымом. Мы сошлемся лишь на фиг. 276, на которой показана продольная волна, и приведем удобный способ графического представления волн, которым пользуются физики. Продольные



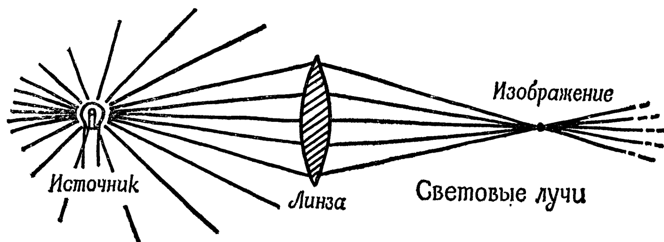
Фиг. 276. Продольные волны и их графическое представление.

смещения откладывают по оси, перпендикулярной к направлению распространения волн, и картина преобразуется к виду волны, распространяющейся по «веревке».)

Свойства волн

Волны отражаются (звук от стены, водяные волны от волнолома) и «преломляются» (если волны попадают в область, где они имеют другую скорость, линия их распространения изгибается). Подробно с этими свойствами волн можно познакомиться по другим учебникам (главным образом учебникам по оптике). Там показано, что отражение и преломление волн следует законам, которые уже известны по экспериментальному изучению отражения и преломления света. Гюйгенс — современник Ньюто-

на — подробно изучил эти свойства и предположил, что свет представляет собой волны. Сам Ньютон отвергал это представление, ибо сомневался в том, что волны могут отбрасывать столь резкие тени. Он считал, что свет представляет собой поток частиц — корпускул, которые в соответствии с простой механикой должны претерпевать отражение и преломление подобно волнам.

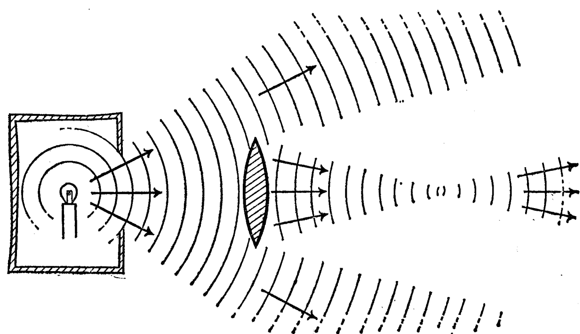


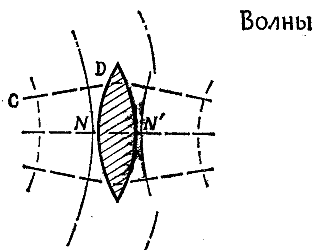
Фиг. 277. Образование изображения световыми лучами.

Приведем пример применения волнового представления в оптике. На фиг. 277 схематически представлено, как свет фокусируется линзой. Лучи от раскаленного добела источника сводятся в обжигающее пятно, *изображение* источника. Исходя из концепции волн, мы считаем, что источник излучает сферические волны (как на фиг. 278), которые становятся все больше, пока не достигнут линзы. За пределами линзы волны должны сокращаться в размерах по мере того, как сходятся в изображение, собираясь там практически в точку. (Изображение представляет собой область с наибольшей плотностью потока энергии.) Но как же волна под действием линзы превращается из выпуклой в вогнутую? Очевидно, что утолщенная центральная часть линзы должна приводить к задержке проходящей через нее волны так, чтобы *выпуклость* волны N (которая проходит через центр линзы) задерживалась больше всего и оказывалась за линзой N'. Следовательно, *волна должна распространяться в стекле медленнее, чем в воздухе.*

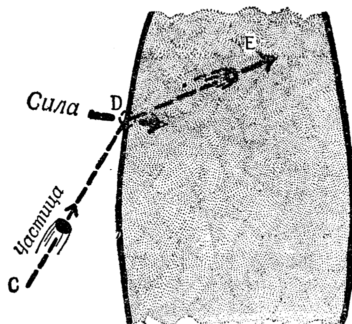
Что же касается корпускул, то они, чтобы следовать после линзы по тем же *искривленным* путям, должны двигаться в стекле быстрее, чем в воздухе. На фиг. 279 показана траектория частицы вдоль луча света. Частица, двигаясь вдоль луча CDE, должна притягиваться стеклом в точке D (подобно молекуле пара, возвращающейся в жидкость) и, следовательно, должна двигаться в нем быстрее. Здесь можно произвести «решающий эксперимент» и проверить, какая из двух теорий света — волновая или корпускуляр-

ная — правильна; следует сравнить скорости света в воздухе и в стекле (или в какой-нибудь другой плотной среде, такой, как вода).





Фиг. 278. Волны света.



Фиг. 279. Траектория частицы света.

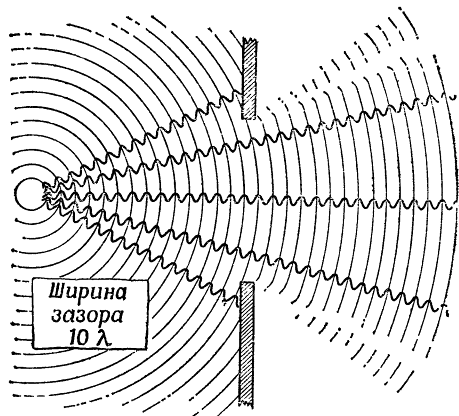
До 1850 г. этого не удавалось проделать, но потом измерения показали, что *свет распространяется в воде медленнее, чем в воздухе.*

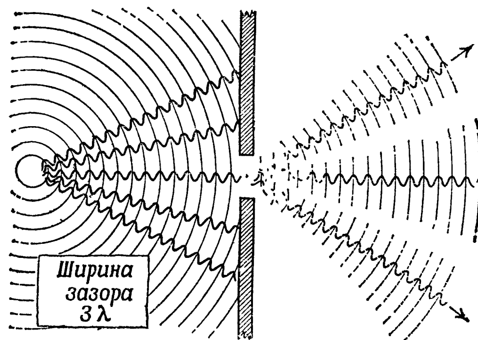
Еще до получения этого убедительного результата имелись другие наблюдения, которые указывали на существование волн света,— дифракция и интерференция.

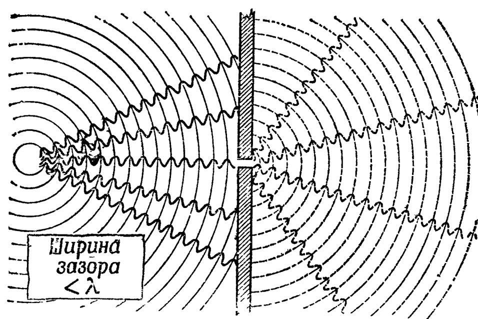
Дифракция: огибание волнами препятствий

Понаблюдайте, как волны на поверхности воды проходят между двумя барьерами. Проходя через широкий зазор (в котором укладывается много длин волн), волны продолжают распространяться в прежнем направлении, а по бокам остается спокойная вода, т. е. тень. Если зазор более узкий, угол, в котором волна распространяется после прохождения зазора, стремится расшириться. При очень узком зазоре это расширение становится максимальным: волна распространяется по всем направлениям в передней полуплоскости. (Гюйгенс указывал, что этого следует ожидать. Подойдя к преграде, волны заставляют колебаться воду в узком зазоре, и это порождает круговую рябь. Вода за преградой не «знает», чтó служит источником волн, не вызывает ли волны, скажем, погруженный в воду палец, которым двигают вверх и вниз в зазоре? Значит, мы должны ожидать, что от узкого зазора, ширина которого составляет лишь долю длины волны, волны будут распространяться по всем направлениям.) Это изменение направления волн, в результате которого волна распространяется в широком диапазоне направлений, или огибание волнами препятствий, называется *дифракцией*.

Если свет представляет собой волны, то почему солнечный свет проходит через булавочный прокол в виде резко очерченного пучка и не рассеивается? Потому что обычный булавочный прокол — это широкое отверстие; ширина его, как мы теперь знаем, составляет тысячи λ! Если свет находит в преграде очень маленькое отверстие, он рассеивается. Проделайте такой эксперимент. Посмотрите сквозь булавочный прокол в картонке или щель между указательным и большим пальцами на находящийся где-то вдали зажженный уличный фонарь. Вы увидите резко очерченные контуры фонаря без заметного рассеяния, т. е. без дифракции. Попробуйте посмотреть на фонарь через булавочный прокол меньшего размера. Если взять очень маленькое отверстие, то сквозь него не только будет проходить меньше света, но свет от уличного освещения будет казаться вам размытым: начнет проявляться дифракция. Можно воспользоваться сеткой с очень маленькими отверстиями: куском легкой ткани вроде зонтичной или шелковым носовым платком. Теперь уличный фонарь представится вам в виде







Фиг. 280. Дифракция волн, проходящих через отверстие.

узора из ярких пятен. Измерения в этом случае могут помочь оценить значение λ. Волны могут (и должны) создавать такую картину, когда отверстия отстоят одно от другого на несколько λ, частицы же создавать ее не могут. Попробуйте просеять песок (изображая таким образом поток частиц) через мелкое проволочное сито. На столе образуется горка, а не другая какая-нибудь конфигурация из отдельных холмиков.

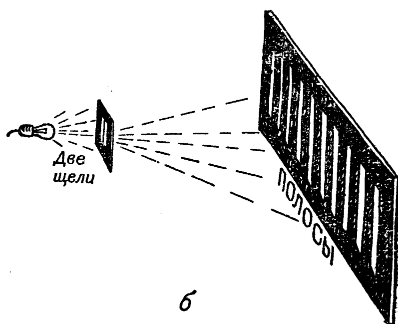
Понаблюдайте за демонстрационными опытами по дифракции света: обратите внимание на эффект прохождения света через узкую щель; посмотрите, что происходит при прохождении света мимо сплошной стенки. Свет рассеивается, и в области тени образуется ряд узких полос; обратите также внимание на странный случай с «отверстием в любой монете», о котором говорится в первом примечании в гл. 31[1]).

Интерференция

Наиболее убедительным доказательством существования волн и, возможно, самым важным их свойством является интерференция. При наложении двух цугов волн в какой-либо области производимые ими эффекты складываются. Предположим, мы имеем два источника S_1 и S_2, испускающие волны в такт друг с другом (в случае звуковых волн это легко сделать с помощью двух соединенных последовательно динамиков, по которым проходит один и тот же ток). Чтобы наблюдать интерференцию света, освещают две узкие щели или два отверстия — булавочные проколы, расположенные рядом, при этом происходит дифракция света, и от каждого отверстия расходятся одинаковые волны, идущие в такт друг с другом. Посмотрим, что происходит с этими волнами, когда они достигают удаленного на большое расстояние наблюдателя. До точки P (фиг. 281, *а*) оба цуга волн проходят одинаковые расстояния и достигают этой точки в одинаковой фазе. Производимые ими эффекты совпадают. Горб — впадина — горб и т. д. соответствуют горбу — впадине — горбу и т. д. В результате в точке P наблюдается светлая полоса. Пусть теперь наблюдатель переместится в точку Q, до которой один цуг волн проходит расстояние, большее, чем другой, на половину λ. В этой точке производимые одним цугом эффекты горб — впадина — горб и т. д. вычитаются из другого впадина — горб — впадина и т. д., и результирующий эффект равен *нулю*. [В этом заключается принцип интерференции:

[1]) Гл. 31 («Математика и теория относительности») входит в т. 2 настоящего издания.

волны не уничтожают друг друга, а просто складываются алгебраически, и производимые ими эффекты усиливаются (горб+горб=*горб*) или взаимно уничтожаются (горб+ впадина= *нуль*).] В 1803 г. Томас Юнг убедительно доказал своими опытами, что свет—это волны. Свет от одного источника падал на две щели, расположенные близко одна к другой (фиг. 281, *б*), и Юнг иссле-



Фиг. 281. Интерференция волн. При прохождении волн через два отверстия в результате наложения волн возникают интерференционные полосы, которые можно наблюдать на удаленном экране.

довал свет, падавший на удаленную стену. Там он обнаружил чередующиеся темные и светлые полосы, *интерференционные поло-*

сы, образование которых характерно для волн. В центре имеется светлая белая полоса, а по бокам от нее — темные полосы, дальше светлые и темные полосы чередуются, но при удалении от центра полосы оказываются окрашенными.

Если пользоваться светом одного цвета[1], для которого характерна одна длина волны, то можно отчетливо увидеть много светлых и темных полос. Пути, проходимые волнами от обеих щелей до центральной светлой полосы, одинаковы, расстояния же до других полос различаются. В тех случаях, когда разность хода волн равна λ или 2λ и т. д., т. е. целому числу длин волн, наблюдается светлая полоса, *свет+свет=более яркий свет*. В тех местах, для которых *разность* хода волн равна $^1/_2\,\lambda$ или $1^1/_2\,\lambda$ и т. д. (вообще на половину длины волны больше целого числа длин волн), наблюдается темная полоса — в этих местах *свет+свет=отсутствие света*. Это явление называется «интерференцией»; на самом же деле это сложение двух волн с противоположными смещениями, которое в сумме дает нуль.

Если проделывать описанный опыт с источниками света разных цветов, то получится различное расстояние между полосами: при красном свете расстояние будет больше, чем при зеленом, а при зеленом — больше, чем при синем, что свидетельствует о разнице в длине волны. Поэтому если пользоваться белым светом, то при удалении от центра полосы становятся неясными из-за наложения друг на друга полос различных цветов.

Вам следует посмотреть эти «полосы Юнга», которые служат доказательством волновой природы света и свидетельствуют об очень малой длине световых волн. (Потом вы узнаете, что такое «фотоэлектрический эффект», который доказывает, что свет — это *не* волны, распространяющиеся во все стороны, а поток частиц. Этот парадокс будет рассматриваться в конце курса.)

Опыт 2. *Приближенное измерение длин волн света.* Возьмите в качестве источника света электрическую лампочку с прямой нитью накала. В нескольких метрах от лампочки поместите две щели, параллельные нити накала. Расположитесь в нескольких метрах за щелями и наблюдайте интерференционные полосы через кусок матового стекла или матированного целлулоида. (Наблюдать полосы спереди на белом экране трудно, так как они могут быть слишком слабыми; с помощью прозрачного экрана увидеть их значительно легче.) Чтобы изготовить

[1] Так называемый «монохроматический» свет. Например, желтый свет от окрашенного солью пламени или от натриевой лампы уличного освещения. Белый свет, пропущенный через зеленое стекло, взятое в качестве фильтра, — не монохроматический свет, он представляет собой целую гамму зеленых тонов, крайние участки которой могут отличаться по длине волны на 10%.

щели, достаточно процарапать две линии на зачерненной фотопластинке или на серебряной подложке старого зеркала. Линии должны располагаться одна от другой на расстоянии примерно 0,5 *мм* или еще ближе.

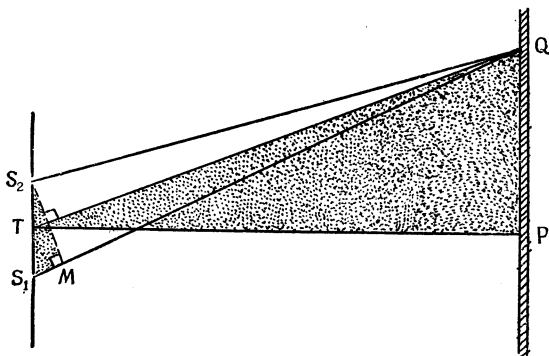
Измерьте примерно расстояние между светлыми полосами и вычислите λ. (Если опыт производится с белым светом, то этот результат будет представлять собой очень грубую оценку средней длины волны.) Помещенный между источником и щелями зеленый фильтр позволяет увидеть больше полос и получить более точную оценку для зеленого света. Однако цель этого опыта — иллюстрация принципа, а не достижение точности в измерении.

Воспользуйтесь рисунком, представленным на фиг. 282, где дана геометрия опыта. Если центральная полоса находится в точке P, а ближайшая светлая полоса — в точке Q, то разность хода S_1Q-S_2Q должна быть равна λ. Проведем отрезок S_2M перпендикулярно к TQ. Тогда S_1M — это разность хода λ. Учитывая, что расстояния велики, а углы малы, можно считать треугольник S_1S_2M практически подобным треугольнику PQT. Тогда из подобия этих треугольников имеем

$$\frac{\lambda}{S_1S_2}=\frac{PQ}{TQ}.$$

Следовательно,

$$\lambda=(S_1S_2)\ \frac{PQ}{TQ},$$



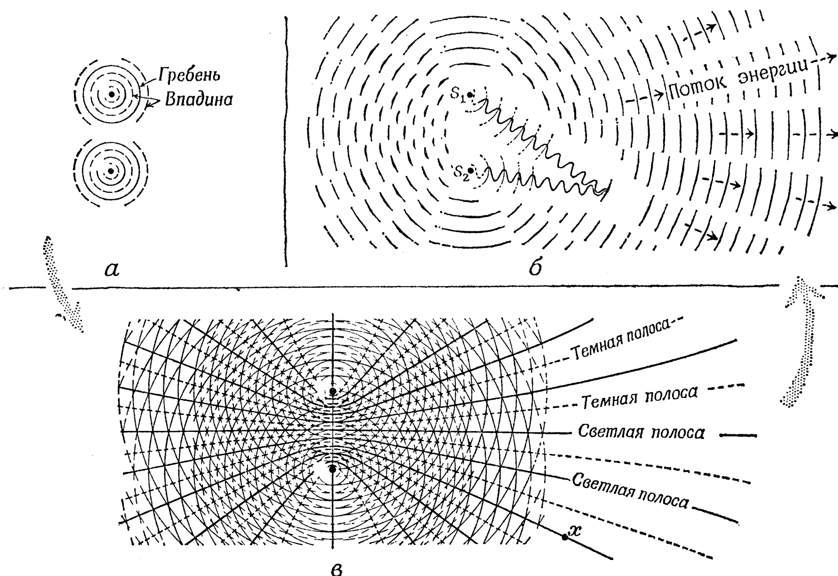
Фиг. 282. Схема образования интерференционных полос.

$$\lambda=\frac{\text{(РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЩЕЛЯМИ) (РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПОЛОСАМИ)}}{\text{РАССТОЯНИЕ ОТ ЩЕЛЕЙ ДО ПОЛОС}}.$$

Интерференция волн на поверхности воды

Посмотрите на волны, возбуждаемые в мелком резервуаре колеблющимся камертоном, ножки которого представляют со-

бой два источника, излучающих волны в одинаковой фазе. Вы заметите, что в определенных направлениях распространяются усиленные волны — «яркие полосы», между которыми расположены области слабо возмущенной воды. Полоса усиленных волн



Фиг. 283. Интерференционные полосы в среде.

представляет собой гиперболу, для точек которой (например, для точки x на фиг. 283,*в*) справедливы уравнения:

$$S_1X - S_2X = \lambda \text{ для одной гиперболы,}$$
$$= 2\lambda \text{ для следующей}$$
и т. д.

Дифракционные решетки: спектры

Возьмем теперь не две, а большое число параллельных щелей, расположенных на равных расстояниях одна от другой. Таким способом мы при получении дифракционных картин пропускаем больше света, и сама картина оказывается более четкой. Чтобы получить более широкую дифракционную картину, расстояние между щелями делают меньше (скажем, $^1/_{300}$ *мм* вместо 1 *мм* при демонстрации интерференционных полос).

Такая система щелей называется *дифракционной решеткой*. Изготовляют такие решетки нанесением штрихов на стеклянную пластинку с помощью алмаза с острым концом. Для нанесения штрихов используют очень точную делительную машину, соблюдающую равные интервалы между штрихами. Промежутки между штрихами играют роль прозрачных щелей.

Если направить на такую стеклянную дифракционную решетку пучок белого света, интерференционные полосы разбрасываются настолько, что по обеим сторонам от узкой центральной белой полосы становятся видны широкие цветные полосы (*спектры*). С помощью линзы свет, идущий в определенном направлении, собирают и получают изображение исходного источника — щели. В монохроматическом свете изображение источника представляет собой резко очерченную узкую полосу, а в белом свете множество таких изображений при наложении даст широкий спектр.

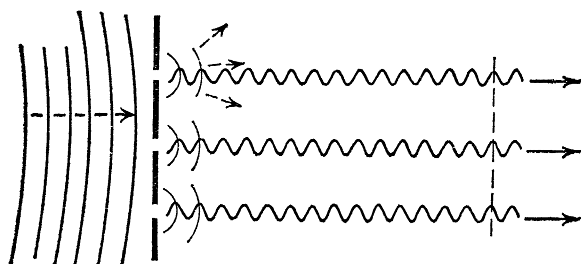
Первый слева и справа спектр (спектр «первого порядка») создают волны, которые от каждой щели проходят на λ больше (или меньше), чем волны от соседней щели. В следующую спектральную полосу (спектр «второго порядка») приходят волны, у которых путь от двух соседних щелей отличается на 2λ. При этом, конечно, все приходящие волны данного света согласуются по фазе (фиг. 284).

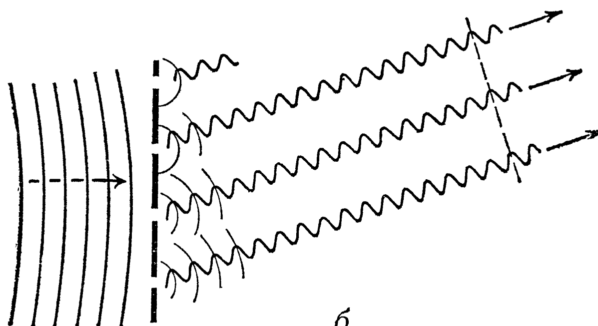
Если направить на дифракционную решетку желтый свет от окрашенного солью пламени, то мы увидим центральную желтую «линию» (изображение источника — щели, находящейся перед пламенем) и такие же резко очерченные желтые линии в первом порядке, во втором порядке и т. д. Представленная на фиг. 285 схема дает для спектра первого порядка соотношение

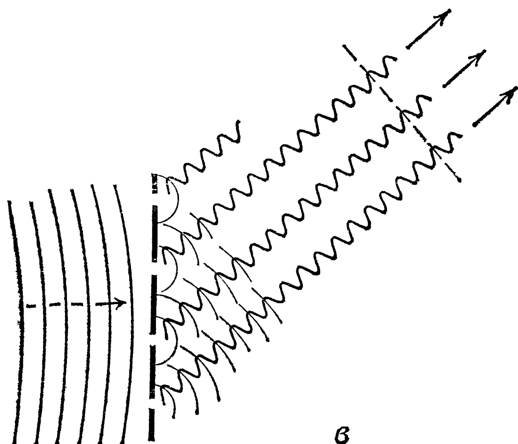
$$\text{длина волны} = d \sin A,$$

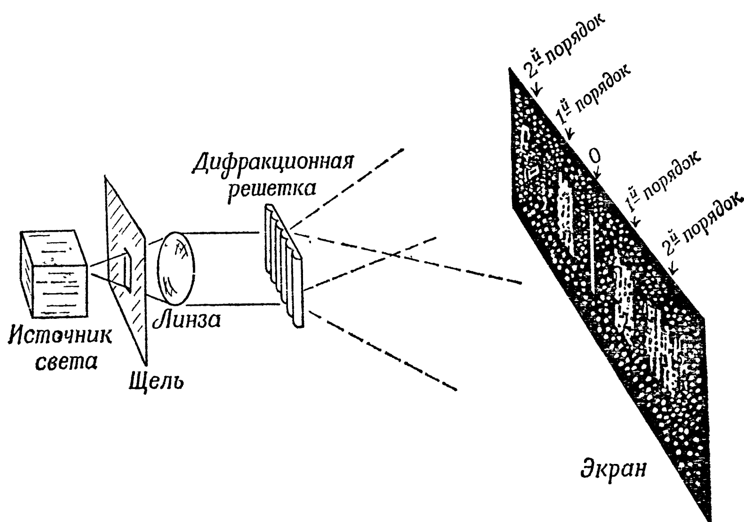
где A — угол между центральной линией и линией первого порядка, а d — расстояние между штрихами решетки, известное из данных делительной машины. Таким образом, имея в своем распоряжении хорошую дифракционную решетку, можно точно измерить длины световых волн. (Вы сами можете проделать такое приближенное измерение, используя долгоиграющую пластинку в качестве отражательной решетки. Чтобы измерить d для этой решетки, поставьте пластинку на проигрыватель и сосчитайте число оборотов.)

Освещение дифракционной решетки белым светом дает широкий спектр в первом порядке, еще более широкий во втором порядке и т. д.

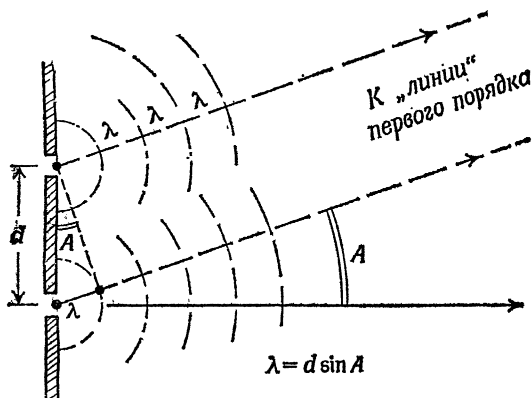

а


б

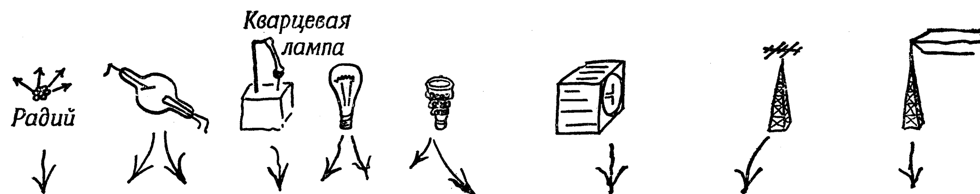

в



Фиг. 284. Дифракционная решетка.
а — к центральной светлой полосе; *б* — к спектру «первого порядка»; *в* — к спектру «второго порядка».



Фиг. 285. Схема распространения волн, прошедших через дифракционную решетку.



Радиоволны

Гамма-лучи | Рентгеновские лучи | Ультрафиолетовые лучи | Область видимого света | Инфракрасные лучи | Волны СВЧ-диапазона | Короткие, средние и длинные волны

10^{-12} 10^{-10} 10^{-8} 10^{-6} 10^{-4} 10^{-2} 1 10^{2} 10^{4} 10^{6}

Длины волн, м (логарифмический масштаб)

У.Ф. Ф Г З Ж К И.К.

10^{-7} м — 10^{-6} м

б

Фиг. 286. Спектр электромагнитных волн.

а — некоторые источники электромагнитных волн; *б* — спектр электромагнитных волн.

Лучи красного света отклоняются сильнее всего (поэтому длина волны красного света самая большая), затем следуют оранжевые, желтые, зеленые, синие, фиолетовые лучи. Измерения углов дают примерно следующие значения длин волн:

Цвет	*Длина волны* *м*	Å
Красный	$7 \cdot 10^{-7}$	7000
Желтый	$6 \cdot 10^{-7}$	6000
Зеленый	$5 \cdot 10^{-7}$	5000
Фиолетовый	$4 \cdot 10^{-7}$	4000

За пределами видимого спектра

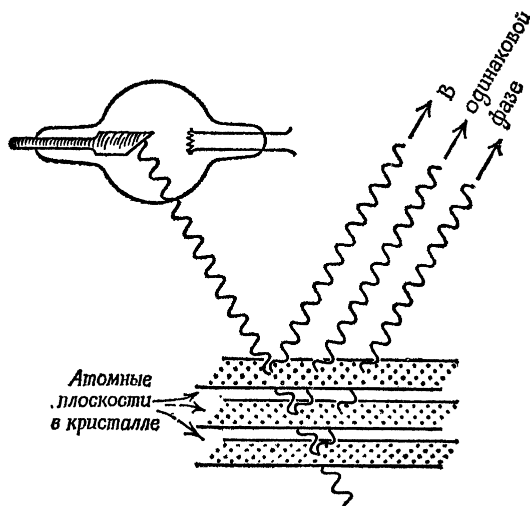
За пределами видимого света находится область инфракрасного излучения с большей длиной волны, которую можно легко измерить с помощью грубых дифракционных решеток. За инфракрасными лучами спектр продолжают радиоволны — от самых коротких волн так называемого сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона до обычных радиоволн, у которых λ измеряется сотнями метров. По другую сторону области видимого света располагаются ультрафиолетовые лучи с более короткими длинами волн, чем у видимого света (фиг. 286); длину волны ультрафиолетовых лучей измеряют с помощью тонких дифракционных решеток, которые приходится помещать в вакуум, чтобы избежать поглощения этих лучей в воздухе.

Спектры рентгеновских лучей

Если длины волн видимого света измеряются многими тысячами ангстрем (Å), то рентгеновские лучи обладают значительно более короткой длиной волны, близкой к 1 Å.

Едва ли мыслимо нарезать столь тонкую решетку, у которой штрихи были бы расположены на расстоянии, скажем, 10 Å один от другого, чтобы наблюдать дифракцию рентгеновских лучей. (Правда, при наклонном расположении обычных решеток рентгеновские лучи «видят» уменьшенное расстояние между штрихами.) Мы же используем слои атомов в кристаллах. Электроны атомов в каждом слое рассеивают рентгеновские лучи в виде слабой «отраженной волны». Волны одной длины, отраженные от ряда слоев атомов под определенным углом, складываются в заметный по интенсивности пучок, совсем как при образовании обычного спектра складываются волны, идущие от штрихов решетки. Таким обра-

вом, имея кристалл известной структуры, можно измерить длину волны рентгеновских лучей (фиг. 287), а значит, использовать



Фиг. 287. Дифракция рентгеновских лучей в кристалле.

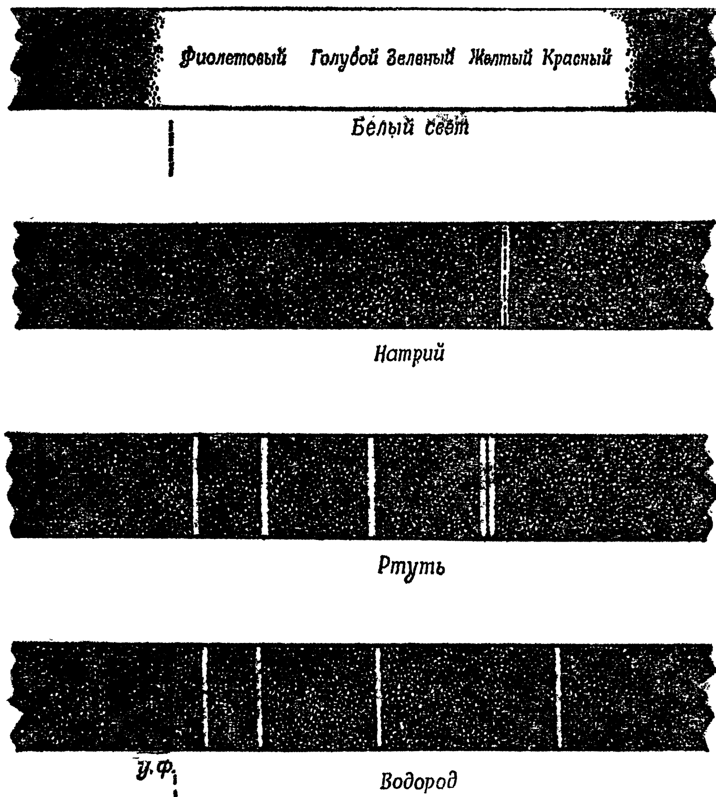
Рентгеновские лучи («свет» *очень короткой* длины волны) отражаются слоями атомов, и волны, отраженные от большого числа слоев, складываясь, дают в некоторых направлениях волну большой интенсивности.

рентгеновские лучи для исследования расположения атомов в кристаллах. Оказалось, что все твердые тела имеют кристаллическое строение и даже у жидкостей расположению молекул присуща известная локальная упорядоченность.

Линейчатые спектры

Направленный на дифракционную решетку свет, испускаемый сильно нагретым газом, скажем парами натрия при внесении в пламя соли или неоном в газосветных лампах рекламного освещения, содержит всего несколько цветов. Его спектр состоит из разделенных темными промежутками полос, настолько узких, что каждый цвет образует тонкую «линию». Натрий дает желтую линию — фактически две расположенные близко друг к другу линии. Неон дает много линий. Водород, если заставить его светиться, испускает серию линий — красную, зелено-синюю, синюю,

фиолетовую, причем промежутки между линиями подчиняются простому закону. Ртуть дает две желтые линии (фиг. 288), очень



Фиг. 288. Спектры.

яркую зеленую линию, фиолетовую и другие линии, но не испускает красного света — отсюда странный цвет ртутных ламп уличного освещения.

На измерении таких линейчатых спектров основан единственный в своем роде чувствительный метод анализа. Дело в том, что каждый химический элемент испускает характерные для него одного линии. Линии, присущие химическим элементам, если классифицировать их по длинам волн, распадаются на серии.

По длине волны линии легко вычислить ее частоту:

$$\text{частота} = \frac{\text{скорость}}{\text{длина волны}}, \quad \text{или} \quad \nu = \frac{c}{\lambda}.$$

При классификации линий по сериям вместо длин волн стали пользоваться частотами, и теперь, ко всеобщему удовольствию, эта традиция утвердилась. Частоты линий в каждой серии описываются еще более простой формулой. Но дело не только в этом: в современной теории *частота* стала неотъемлемой мерой порции *энергии* каждого *кванта* света.

Примерно сто лет назад была проведена классификация линейчатых спектров по сериям и стали появляться правила, выражавшие закономерность распределения частот в серии. Некоторые из этих правил (например, для водорода) имели вид простых математических формул, однако они не укладывались в существовавшие тогда представления о строении атома. Поэтому «происхождение спектров» в течение многих лет продолжало оставаться загадкой.

Рентгеновские лучи, наподобие белого света, тоже разлагаются в сплошной спектр с уменьшенным в тысячу раз масштабом λ и ряд узких «линий», добавляющихся к сплошному спектру. Частоты этих линий характерны для атомов того вещества, из которого сделан антикатод рентгеновской трубки. Линии характеристического рентгеновского излучения образуют серии, отличающиеся простотой построения.

Хорошо, если бы вы смогли увидеть различные спектры. Для наблюдения спектра вместо дифракционной решетки можно воспользоваться стеклянной призмой. Разложение белого света при помощи призмы основано на иной зависимости пути лучей различных цветов, слишком сложной для прямых измерений длины волны. Призма — дешевый прибор и дает нам простой способ наблюдения спектров.

Спектры поглощения

Раскаленные твердые и жидкие тела испускают «белый свет», который дифракционная решетка превращает в спектр. Иногда белый свет проходит через раскаленный газ или пар, температура которых ниже температуры раскаленного добела источника света. Это происходит, например, при прохождении солнечного света из центральных областей через более холодную солнечную атмосферу. В этом случае мы получаем «обратный линейчатый спектр» — *спектр поглощения*. В таком спектре характеристиче-

ские линии «темные», т. е. в них отсутствует свет [1]. Более холодные газы поглощают как раз те цвета, которые они сами испускают в нагретом состоянии [2]. Это своего рода резонанс, т. е. «отклик» атомов газа на свет их собственной частоты, однако механизм этого явления оставался не вполне ясным, пока Бор не создал свою теорию атома.

Спектроскопия

Спектроскопия — это область науки, занимающаяся изучением и измерением спектров, для которой характерна колоссальная точность измерений. Сегодня мы в состоянии измерить длины волн спектральных линий с точностью до одной десятимиллионной доли, а малые смещения линий даже с еще более высокой точностью. Эталон *метра* представлял собой бережно сохраняемый металлический стержень с тонкими штрихами на концах. Теперь метр определен как длина известного числа световых длин волн.

Новый стандарт дает следующее определение метра: 1 метр=1 650 763,73 длин волн излучения газообразного криптона.

Спектры и атомная физика

Исключительная узость спектральных линий, строгая закономерность в их расположении по шкале частот и смещение спектральных линий в магнитном или электрическом полях — все эти свойства после их открытия дали множество сведений о строении атомов. Тем не менее большая часть данных долгое время оставалась неразгаданной и получила правильное истолкование лишь в первой четверти нынешнего столетия, когда Бор выдвинул свою теорию. Теория Бора позволила дать весьма удовлетворительное и притом общее объяснение линейчатых спектров, спектров погло-

---

[1] Если смотреть на блестящую швейную иглу, освещенную солнцем, через стеклянную призму, держа призму близко к глазу, то можно увидеть темные линии в солнечном спектре. По этим линиям вы можете узнать, что в атмосфере Солнца есть натрий, водород и другие химические элементы. Изучение линий солнечного спектра привело к открытию гелия, когда он еще не был известен на Земле.

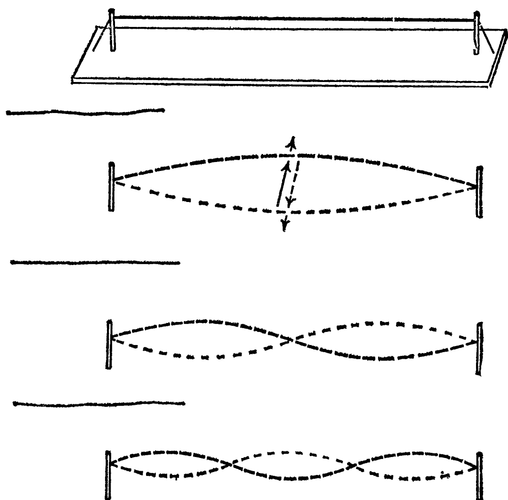
[2] Поглощая эти лучи, газы снова испускают их, но уже *во всех направлениях*. Поэтому доля света, идущего в прежнем направлении, слишком мала по сравнению с интенсивностью всех других цветов в лучах, идущих от Солнца.

щения и даже спектров рентгеновских лучей. Свойства спектров удалось связать с особенностями поведения электронов в атомах.

Теория атома продолжает развиваться и сегодня. Поэтому спектроскопия по-прежнему играет первостепенную роль в технике измерений с высокой точностью, необходимых для изучения строения атома.

Стоячие волны

В современных моделях атома поведение электронов и ядерных частиц часто описывают с помощью так называемых *стоячих волн*. Собственно говоря, это не волны, а своеобразная волновая картина колебаний, которые никуда не распространяются. Прежде

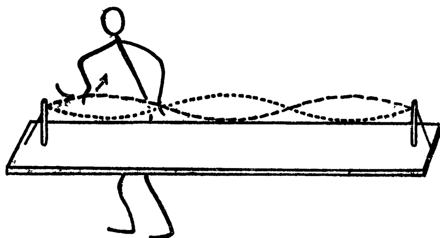


Фиг. 289. Формы колебаний натянутой струны.

чем показать, почему они вообще называются волнами, рассмотрим их просто как различные формы колебаний.

Скрипичная струна, закрепленная на концах, способна совершать множество простых колебаний: может наблюдаться одна область максимального отклонения вверх и вниз (*пучность*) посредине струны; может возникать волновая картина, при которой колеблющаяся струна разбита на два, три, четыре... любое количество участков с пучностями посредине (фиг. 289). На соседних участках отклонения струны противоположны по фазе. Если про-

гнуть и отпустить или небрежно дернуть струну, возникнет сразу много видов колебаний. В то же время легко возбудить любое простое колебание струны, если тронуть ее пальцем (или слегка прогнуть и отпустить), одновременно коснувшись струны в подходящем месте другим пальцем, чтобы подавить нежелательные виды колебаний (фиг. 290). Коснуться струны нужно в *узле*, т. е. в точке, которая при выбранной форме колебаний остается неподвижной.



Фиг. 290. Возбуждение колебаний простой формы.

При простом колебании струны колеблющиеся точки совершают простое гармоническое движение, и скрипка становится источником гармонических звуковых волн такой же частоты.

Пифагор выражал гармонию музыкальных звуков через отношения длины струн, а Галилей дал правило для определения частоты колебаний струны. Для одной и той же струны, колеблющейся с 1, 2, 3, ... пучностями, частоты колебаний находятся в пропорции 1 : 2 : 3 и т. д. В современной теории атом тоже рассматривается как система, обладающая подобными формами стоячих волн с характеристическими частотами. Простые орбиты электронов в первых моделях атомов уступили место замкнутым кольцам из стоячих волн. Чем дальше орбита, тем большее число пучностей стоячей волны укладывается в кольце. Примерно такие же волновые картины рисуем мы в своих представлениях и для атомного ядра. Но во всех этих случаях волны — это не участки струны, отклоняющиеся вверх и вниз, и даже не колеблющиеся электроны: волны здесь представляют собой лишь некую таинственную меру вероятности нахождения частиц в том или ином месте.

Хотя стоячие волны на струне определяют просто форму устойчивых колебаний струны, их можно представить себе как результат сложения бегущих волн. Возьмем очень длинную натянутую веревку и создадим две одинаковые волны, бегущие от каждого из концов веревки к ее середине (фиг. 291). Срединный участок веревки остается невозмущенным, пока его не достигнут обе волны. Продолжая распространяться по веревке дальше и *накла-*

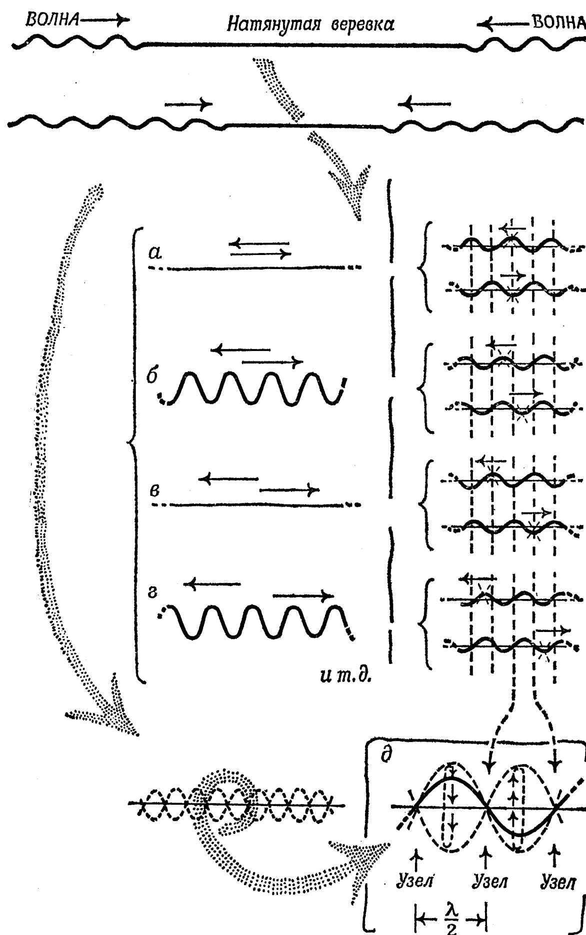
дываясь друг на друга, эти бегущие волны создают установившуюся картину колебаний веревки. (Здесь мы сталкиваемся с проявлением принципа суперпозиции; две волны, распространяющиеся в разных направлениях, не мешают друг другу, поэтому возникающая картина представляет собой просто результат сложения обеих волн.) В тот момент, когда обе бегущие волны находятся в противофазе (*а* на фиг. 291), их сумма равна нулю; веревка в этот момент совершенно прямая, но участки ее быстро движутся в поперечном направлении, проходя через «нулевые положения». Спустя $^1/_4$ периода одна волна продвинется на $^1/_4$ λ вперед, а другая — на $^1/_4$ λ в противоположном направлении, и обе волны будут в одинаковой фазе, поэтому результирующая волна будет иметь удвоенную высоту гребней. Затем, через $^1/_4$ периода обе волны снова будут в сумме давать нуль, а еще через $^1/_4$ периода появится волна с удвоенной амплитудой и другой полярностью отклонения. На фиг. 291 изображены стадии волновой картины через интервалы в $^1/_4$ периода (*а—г*).

Путем построения графиков или с помощью алгебры и тригонометрии можно показать, что в промежуточных стадиях получается точно такая же *результирующая волновая картина*, как при колебаниях с максимальной амплитудой, *только высота гребней будет меньше*. Гребни и впадины наблюдаются всегда между одними и теми же точками веревки — узлами. Движение в целом можно представить графиком *д* на фиг. 291. Действительно, веревка разбивается на ряд участков, в концах которых колебаний нет, а середины колеблются с наибольшей амплитудой. Получается точно такая же картина, как стоячая волна в длинной скрипичной струне с большим числом пучностей. Значит, картину стоячей волны, устанавливающейся, скажем, на скрипичной струне, можно считать результатом сложения двух бегущих волн, которые распространяются в противоположных направлениях навстречу друг другу. Посмотрите на фиг. 291 и вы увидите, что узлы стоячей волны отстоят друг от друга на $^1/_2$ λ (где λ — длина волны каждой из бегущих волн). Преимущества такого искусственного[1] представления колебаний с пучностями и узлами в виде

---

[1] Не совсем искусственного. Мы можем получить картину стоячих волн, посылая волны по веревке, второй конец которой прикреплен к стене, так, чтобы они складывались с отраженными волнами. Ребенок, сидя в ванне и шлепая ладошкой по воде, тоже создает стоячие волны: «прямые» волны от ударов по воде складываются с «обратными» волнами, отраженными от стенок ванны. Подобной системой мы пользуемся для измерения коротких радиоволн. Экспонируя фотоэмульсию, расположенную на зеркале, можно также наблюдать эффекты стоячих световых волн.

стоячей волны в том, что оно позволяет определить длину волны обычных бегущих волн такой же частоты. Эта длина волны λ вдвое больше длины участка между двумя узлами.



Фиг. 291. Получение стоячих волн путем сложения двух цугов бегущих волн.

Мы рассматриваем колеблющуюся струну, закрепленную на концах, как часть картины стоячих волн. Концы струны всегда неподвижны, это узлы. Если струна колеблется с одной пучностью, то длина струны L равна $^1/_2$ длины волны: $L={}^1/_2\ \lambda_1$. Если колеблющаяся струна имеет две пучности, то длина бегущей волны λ_2 короче и на L укладываются две полуволны: $L=2(^1/_2\ \lambda_2)$. При трех пучностях $L=(3^1/_2\lambda_3)$ и т. д. Таким образом, длины волн образуют последовательность:

$$\lambda_1=2L, \quad \lambda_2=\frac{2L}{2}, \quad \lambda_3=\frac{2L}{3} \text{ и т. д.}$$

Но для любой бегущей волны скорость $v=f\lambda$. Поэтому частоты колебаний струны равны

$$f_1=\frac{v}{\lambda_1}=\frac{v}{2L},$$

$$f_2=\frac{v}{\lambda_2}=2\frac{v}{2L},$$

$$f_3=\frac{v}{\lambda_3}=3\frac{v}{2L} \text{ и т. д.}$$

Итак, рассматривая простую картину волн и основываясь на предположении, что волны складываются геометрически, можно установить, что собственные частоты струны, закрепленной на концах, относятся как 1 : 2 : 3 ... . (Точно так же обстоит дело с колебаниями воздуха в трубе, флейте или органной трубе. Правда, многие музыкальные инструменты, например колокольчики, обладают колебаниями, частоты которых не образуют простой ряд целых чисел. Вот почему при ударе по колокольчикам они издают менее гармоничный звук.) Если бы мы знали скорость распространения волн по веревке, то смогли бы вычислить фактические частоты. (В следующем разделе дан вывод выражения для скорости v распространения волн по струне или веревке.) Напротив, измерив λ для стоячих волн известной частоты, можно определить v, не производя измерений бегущих волн. Этим пользуются для измерения скорости распространения звуковых или коротких радиоволн.

При проектировании приемных антенн инженеры стараются подогнать длину антенны так, чтобы приходящие радиоволны возбуждали в системе антенны стоячие волны напряжения и тока.

Простой вывод формулы для скорости распространения волн по веревке

Мы предлагаем вашему вниманию вывод формулы для скорости распространения волн [1]. Возможно, он вас заинтересует, если же нет, то опустите его. В гл. 37 [2] будет дан похожий вывод для скорости распространения электромагнитных волн — световых и радиоволн.

Представим себе веревку, протянутую горизонтально от «источника» волн S до дерева, отстоящего на очень большом расстоянии (фиг. 292). Веревка туго натянута, натяжение в ней равно T *ньютон*. Предположим, что S внезапно начинает поднимать конец веревки с вертикальной скоростью u и что этот подъем продолжается неопределенно долго. В результате образуется излом, который перемещается по веревке. Излом представляет собой волновое возмущение, распространяющееся вдоль веревки со скоростью v. Волну любой формы можно представить себе состоящей из множества изломов, причем один излом является как бы продолжением другого. Поэтому, вычислив скорость v, с которой перемещается вдоль веревки излом, можно определить скорость распространения вдоль веревки волны любой формы. Спустя t *сек* излом проходит вдоль веревки путь vt, а S поднимает свой конец веревки на ut.

Представим себе, что рядом с перемещающимся по веревке изломом бежит со скоростью v наблюдатель, держа коробку, которая закрывает излом, не касаясь, однако, веревки. Наблюдатель увидит, что за короткий интервал времени Δt в коробку войдет участок веревки длиной $v \cdot \Delta t$ в горизонтальном направлении и выйдет под некоторым углом к горизонту, обладая *вертикальной* компонентой скорости u. Масса этого участка веревки равна $d \cdot v \cdot \Delta t$, где d—«линейная плотность» веревки, т. е. масса на единицу длины (в *кг/м*). Участок веревки, о котором идет речь, приобретает за время Δt количество движения в вертикальном направлении, равное $(d \cdot v \cdot \Delta t)(u)$. Следовательно, на наш участок веревки должна действовать вертикальная сила, которая дается выражением

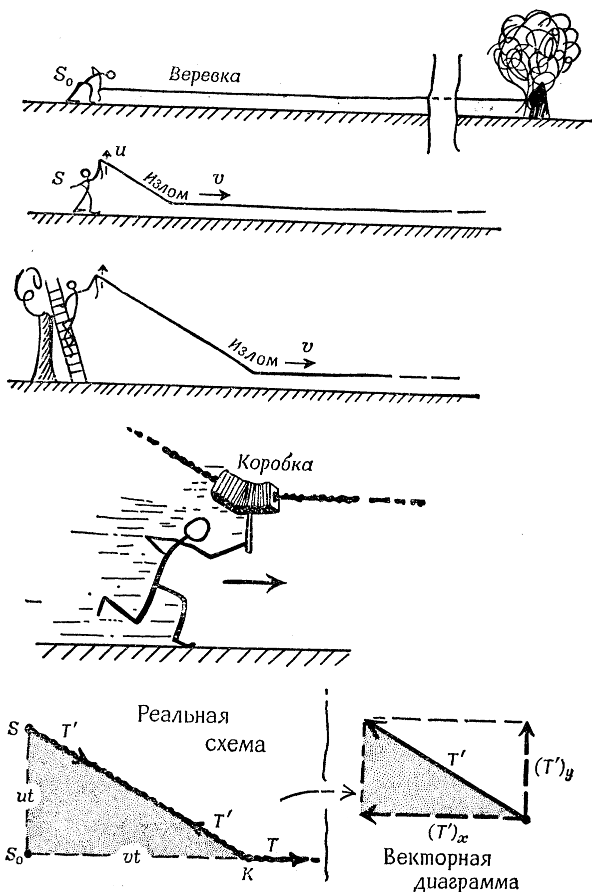
$$F = \frac{\text{ПРИОБРЕТЕННОЕ КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ}}{\text{ВРЕМЯ}}$$

$$= \frac{(d \cdot v \cdot \Delta t)(u)}{(\Delta t)} = d \cdot v \cdot u$$

[1] Автор выражает благодарность профессорам Юно Ингарду и Фрэнсису Фридману, подсказавшим этот весьма остроумный вывод. В других вариантах вывода либо пользуются математическим анализом, либо, пытаясь обойтись без него, прибегают к более сложным схемам.

[2] Гл. 37 («Магнитные силы») входит в т. 3 настоящего издания.

Коробка не касается веревки, поэтому сила эта должна быть обусловлена натяжением T' веревки, расположенной под углом



Фиг. 292. Вывод выражения для скорости распространения волны вдоль натянутой веревки.

к горизонту: сила F должна представлять собой вертикальную компоненту T'. (Обратите внимание, что со стороны источника S к веревке, расположенной под углом, должна быть приложена несколько большая сила T', чем первоначальное натяжение, ибо

натяжение T в невозмущенной горизонтальной части веревки должна уравновешивать горизонтальная компонента силы T'.) Разложим T' на вертикальную компоненту $(T')_y$ и горизонтальную компоненту $(T')_x$. Значит, $(T')_y$ — это та сила F, действием которой обусловлено появление количества движения в вертикальном направлении, а $(T')_x = T$.

Иначе говоря,

$$\frac{F}{T} = \frac{(T')_y}{(T')_x}.$$

А из подобия треугольников

$$\frac{F}{T} = \frac{S_0S}{S_0K} = \frac{ut}{vt} = \frac{u}{v}.$$

Таким образом,

$$F = T\frac{u}{v}.$$

Но мы имели

$$F = d \cdot v \cdot u,$$

следовательно,

$$d \cdot v \cdot u = \frac{Tu}{v} \quad \text{и} \quad v^2 = \frac{T}{d}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{T}{d}},$$

$$\text{СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ} = \sqrt{\frac{\text{НАТЯЖЕНИЕ ВЕРЕВКИ}}{\text{МАССА НА ЕДИНИЦУ ДЛИНЫ}}}.$$

В качестве простого упражнения определите с помощью полученного выражения частоту колебаний вертикального отрезка струнной проволоки длиной 2 *м*, к нижнему концу которого подвешен груз массой 10 *кг*. На отрезке колеблющейся проволоки — *пять* пучностей. Считайте, что 900 *м* проволоки имеют массу 2 *кг*, и возьмите любые данные, какие вам потребуются, из предыдущего параграфа.

О т в е т. 262,5 колебания в секунду, что соответствует музыкальному звуку, близкому к звуку «до» первой октавы.

Резонанс

Всякая система, совершающая колебания, обладает присущими ей единственными способами колебательного движения, которые называют *собственными колебаниями*. Колебаниям такого рода соответствуют вполне определенные частоты.

Например, туго натянутая струна может колебаться с образованием одной, двух и т. д. пучностей, и если привести струну в движение, а потом предоставить ее самой себе, то она будет совершать одно из собственных колебаний либо это будет смесь из нескольких таких колебаний. Любое свободное колебание, каким бы сложным оно ни казалось, представляет собой просто смесь собственных колебаний системы. Если же воздействовать на систему с силой, изменяющейся по гармоническому закону, то система откликнется на это воздействие малыми колебаниями, частота которых совпадает с частотой возмущающей силы. Выражаясь иначе, можно сказать, что приходящие волны возбуждают в системе небольшую по амплитуде стоячую волну, частота которой совпадает с частотой приходящих волн. Но если частота внешней силы или приходящей волны совпадает с одной из собственных частот системы, то в системе развиваются колебания очень большой амплитуды. Это явление носит название *резонанса*. (Настраивая свой радиоприемник на передачу определенной станции, вы используете явление резонанса.) То же самое бессознательно делает ребенок, постепенно усиливая колебания воды в ванне, пока волны не начнут выплескиваться через край. Атомная частица, пролетая мимо ядра, может пройти сквозь потенциальный барьер ядра. Этот неожиданный так называемый *туннельный эффект* служит примером проявления волновых свойств у частиц вещества. Туннельный эффект, очевидно, есть результат резонансного взаимодействия волны, связанной с частицей, и ядра при совпадении частоты волны с какой-либо собственной частотой системы — ядра.

Итак, учение о колебаниях и волнах, в частности понятие стоячих волн, занимает очень важное место в физике. Советуем вам в процессе изучения курса непременно наблюдать за волновыми явлениями, которые иногда можно встретить и в скрытой форме. Важную роль этих явлений вы оцените в полной мере в конце курса, познакомившись с современными представлениями о строении атома.

ИНТЕРЛЮДИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ ПО АРИФМЕТИКЕ

Физик непременно должен уметь свободно оперировать большими и малыми числами; уверенно обращаться с процентами, находя ошибки опыта; аккуратно строить графики, поскольку четкие, наглядные графики помогают анализировать результаты и иллюстрировать законы; разумно пользоваться пропорциональностью для установления связи между величинами и, наконец, самое главное — правильно оценивать роль приближенных расчетов в серьезных научных исследованиях. Эти навыки представляют собой орудия повседневного труда физика и всех, кто хочет приобщиться к его деятельности или разделить его мировосприятие. Главные инструменты, которыми пользуется физик: алгебра, геометрия, математический анализ — даются специальными курсами математики. Мы познакомим читателя с простейшими, если можно так выразиться, «подручными» средствами физика — арифметикой.

«Все вещи начались в порядке, так они кончатся, и так они начнутся снова: согласно создателю порядка и мистической Математике Города Небес».

Сэр Томас Браун,
«Сад Кира» (1658 г.)

ГЛАВА 11 • ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ, ОШИБКИ, ПРОПОРЦИИ

«Круглые числа всегда неверны».

Др. Джонсон

Стандартная запись чисел

Размеры атомов и электронов крайне малы, а число их невообразимо велико. Если выражать массы атомов и электронов в обычных единицах, то получаются чрезвычайно маленькие числа, а если выражать величину электрического тока количеством протекающих электронов, то мы получим огромное число. В атомной физике и астрономии производят арифметические действия над огромными числами и очень малыми числами, которые всегда выражают в виде десятичных дробей. И с теми, и с другими числами оперировать весьма неудобно, если они записаны полностью, как в элементарной арифметике. Поэтому обычно используют стандартную форму записи таких чисел. Любое число представляется в виде числа с одной значащей цифрой перед запятой, умноженного на число 10 в соответствующей степени, например $2{,}3\times 10^6$. Числа, записанные в стандартной форме, легко умножать (или делить), так как степени числа 10 просто складываются (или вычитаются). При такой записи легко пользоваться счетной линейкой и при расчетах с помощью логарифмических таблиц. (Степень 10 дает непосредственно целую часть логарифма, а таблицы — дробную часть логарифма по первой части в стандартной записи.) Числом цифр после запятой *можно охарактеризовать точность исходных данных или точность результата расчетов.*

Например, толщина волоса близка к 0,00015 *м*.
Умножение этого числа на 10 дает 0,0015,
еще на 10 дает 0,015,
еще на 10 дает 0,15,
еще на 10 дает 1,5.

Отсюда стандартная запись числа:

$$0{,}00015\times 10\times 10\times 10\times 10 \quad \text{равно} \quad 1{,}5, \quad \text{или} \quad 0{,}00015\times 10^4=1{,}5.$$

Следовательно,

$$0{,}00015 \text{ равно } \frac{1{,}5}{10^4}, \text{ или } \underline{1{,}5\times10^{-4}}.$$

Это и есть стандартная запись числа 0,00015.

Если попытаться рассортировать волосы по толщине и измерить толщину волоса с большой точностью, то можно было бы найти волос диаметром, скажем, 0,0001502 *м*. Мы должны записать это число в виде $1{,}502\times10^{-4}$ *м*. Сомневаясь в такой точности, можно отбросить две последние цифры и записать результат измерений в виде $1{,}50\times10^{-4}$ *м*. *Заметьте:* $1{,}50\times10^{-4}$— это не то же самое, что $1{,}5\times10^{-4}$. Число 1,50 означает, что мы вполне уверены в цифре 1, вполне уверены в цифре 5 и считаем, что следующая цифра 0; она ближе к 0, чем к 1, или к цифре 9 числа 1,49. В то же время 1,5 означает число, лежащее где-то между 1,45 и 1,55.

Масса атома водорода равна

$$0{,}00000000000000000000000000166 \text{ кг}.$$

Чтобы избавиться от одного нуля, нужно умножить это число на 10. Чтобы избавиться от всех двадцати шести нулей, нужно умножить его на 10^{26}, тогда получим 0,166. Умножение еще на 10 дает 1,66. Таким образом, чтобы получить число 1,66, следует передвинуть запятую на 27 разрядов вправо, т. е. произвести умножение на 10^{27}. Но масса атома должна остаться неизменной, значит, нужно разделить 1,66 на 10^{27}. «Разделить на 10^{27}» записывают как «умножить на 10^{-27}», следовательно, масса атома водорода равна $\underline{1{,}66\times10^{-27}}$ *кг*.

Один килограмм гелия содержит

$$1500000000000000000000000000 \text{ атомов гелия}.$$

В стандартной форме это число будет записано в виде $\underline{1{,}5\times10^{27}}$.

Чтобы *перемножить* числа, записанные в стандартной форме, нужно перемножить их «главные части» на линейке и *сложить* оба показателя степени числа 10 — сумма показателей даст новый показатель степени десяти.

Чтобы *разделить* одно число на другое, нужно *вычесть* из одного показателя степени числа 10 другой. Например,

а) $(3{,}1\times10^4)\times(2{,}0\times10^3)=6{,}2\times10^{4+3}=6{,}2\times10^7$,

б) $(3{,}1\times10^{-4})\times(2{,}0\times10^{+1})=6{,}2\times10^{-4+1}=6{,}2\times10^{-3}$,

в) $\dfrac{3{,}1\times10^4}{2{,}0\times10^3}=1{,}55\times10^{4-3}=1{,}55\times10^1$,

г) $\frac{3,1\times10^{-4}}{2,0\times10^{+1}}=1,55\times10^{-4-1}=1,55\times10^{-5}$,

д) $\frac{3,1\times10^{-4}}{2,0\times10^{-7}}=1,55\times10^{-4-(-7)}=1,55\times10^{+3}$,

е) $\frac{3,1\times10^{-4}\times6,0\times10^{7}}{2,0\times10^{-3}\times1,55\times10^{2}}=6,0\times10^{-4+7-(-3)-2}$

$$=6,0\times10^{-4+7+3-2}=6,0\times10^{4}.$$

Счетная линейка

Счетная линейка позволяет легко и быстро умножать и делить числа, если научиться оценивать доли мелких делений линейки. Но линейка ничего не говорит о том, где должна стоять запятая. Чтобы установить положение запятой, нужно либо проделать грубый подсчет в уме, либо записать все числа, над которыми производятся действия, в стандартной форме и после этого сделать приближенный расчет. Например, требуется вычислить

$$\frac{126\times79,2\times0,074}{0,00521\times876}.$$

Линейка дает 1618. Грубый подсчет дает

$$\frac{120\times80\times{}^{7}/_{100}}{{}^{5}/_{1000}\times800},\quad\text{или}\quad\frac{120\times7}{5},\ \text{или примерно 160.}$$

Поэтому запятую следует поставить так: 161,8.

Стандартная запись дает

$$\frac{(1,26\times10^{2})\times(7,92\times10^{1})\times(7,41\times10^{-2})}{(5,21\times10^{-3})\times(8,76\times10^{2})}\approx$$

$$\approx\frac{1,2\times8\times7}{5\times9}\times10^{2+1-2+3-2}\approx1,6\times10^{2}.$$

Следовательно, ответ <u>161,8</u>.

Проценты

Знак % означает просто $^{1}/_{100}$, так что 2% означает $^{2}/_{100}$; 6,21% означает $^{6,21}/_{100}$, а 0,03% означает $^{0,03}/_{100}$. Если вы хотите, например, выразить $^{3}/_{20}$ с помощью знака %, то нужно превратить $^{3}/_{20}$ в равновеликую дробь со знаменателем 100. В данном случае это просто: $^{3}/_{20}$ — это то же самое, что $^{15}/_{100}$. Значит, $^{3}/_{20}$ равно 15%, т. е. 15% — это просто иной способ записи дроби $^{3}/_{20}$. Чтобы перевести в % число $^{3,2}/_{23}$, мы должны перевести его в равновеликую дробь со знаменателем 100. Для этого запишем $^{3,2}/_{23}$

в виде дроби со знаменателем 1, после чего умножим числитель и знаменатель на 100. Производя затем деление в числителе, получаем

$$^{3,2}/_{23}=\frac{^{3,2}/_{23}}{1}=\frac{^{3,2}/_{23}\times 100}{1\times 100}=\frac{^{320}/_{23}}{100}\approx\frac{14}{100}$$

Значит, $^{3,2}/_{23}$ — это то же самое, что дробь $^{14}/_{100}$, которую мы записываем в виде 14%. Выразить 3 в процентах от 20 означает просто записать дробь $^{3}/_{20}$ и превратить ее в равновеликую дробь со знаменателем 100, а затем записать новую дробь с помощью знака %. Мы записываем $^{3}/_{20}$ в виде $^{15}/_{100}$, следовательно, ответ 15%. Чтобы выразить 0,032 в процентах от 7,91, мы записываем дробь $^{0,032}/_{7,91}$ и преобразуем ее так, чтобы числитель и знаменатель были целыми числами: $^{32}/_{7910}$. Затем превращаем эту дробь в дробь со знаменателем 100 и получаем

$$\frac{0,032}{7,91}=\frac{32}{7910}=\frac{^{32}/_{7910}\times 100}{1\times 100}=\frac{^{3200}/_{7910}}{10}=\frac{0,4\ldots}{100}\approx 0,4\%.$$

Запись ошибок экспериментальных данных в процентах

Если результаты двух измерений какой-нибудь величины несколько отличаются друг от друга, то их расхождение выражают в процентах от всего результата измерений. Так сделано в приводимых ниже примерах:

1) Экспериментаторы *A* и *B* фиксируют время на соревнованиях, они получили соответственно 506 и 504 *сек*. Разница в замерах 2 *сек*, ее нужно отнести к результату самих замеров, который немногим превышает 500 *сек*. Чтобы указать, насколько близко оба результата совпадают, мы выражаем их разность в виде доли всего времени: 2 *сек*/500 *сек*. Разность 2 *сек* составляет $^{2}/_{500}$ замеренного времени. Превращая эту дробь в дробь со знаменателем 100, получаем $^{2}/_{500}={}^{0,4}/_{100}=0,4\%$. Мы говорим, что результаты измерений различаются на 0,4%.

2) Два взвешивания одного и того же предмета дают 2,130 и 2,132 *кг*. Оба взвешивания различаются на 0,002 *кг*, эту разницу нужно отнести к результату взвешивания, равному 2 *кг*. Таким образом, интересующая нас дробь равна $^{0,002}/_{2}$, или 0,001, т. е. 0,1%. Мы говорим, что расхождение результатов взвешивания составляет 0,1%.

Считая оба измерения одинаково надежными (допустим, что они произведены двумя хорошо успевающими учащимися), мы можем выразить в процентах их *расхождение*, но это нельзя называть

ошибкой в процентах. Если же экспериментатор проверяет новый прибор, измеряя с его помощью какую-либо известную величину, то расхождение между полученным результатом и стандартным значением можно выразить в процентах. Полученную таким образом величину можно назвать *ошибкой* (в процентах) и приписать ее прибору. Иногда проделывают много измерений той или иной величины и берут среднее из полученных результатов, рассчитывая таким путем исключить случайные ошибки. При этом можно выразить в процентах разности между отдельными результатами и средним значением и назвать их ошибками отдельных измерений, выраженными в процентах.

«Ошибка» (в процентах) характеризует небрежность при выполнении эксперимента или недостатки приборов, она свидетельствует о неопределенности в аппаратуре или в наших рассуждениях. Стремиться к чрезмерной точности при указании ошибок нет смысла. Это нелогично. Например, если разрубить обеденный стол на дрова, то вряд ли стоит потом зачищать куски дерева наждачной бумагой! Допустим, что, вычисляя ошибки, мы получили величину 0,4219365%. Представлять ошибку таким числом — совершенно неразумно; так никогда не поступают. Если же указать, что ошибка равна 0,4%, то это вполне имеет смысл, таким числом можно пользоваться.

Поэтому *безразлично, на какое число мы будем делить при подсчете процентной ошибки: на один из результатов измерений, на их среднее или на какое-то близкое к ним округленное число*. Выражая в процентах ошибку, т. е. недостаток точности, стараться вычислить ее как можно точнее — это просто тратить впустую время. В приведенном выше втором примере можно делить 0,002 на 2,130, или 2,132, или просто на 2. Ответы будут такие:

$$0{,}002/2{,}130=0{,}0939\%, \quad 0{,}002/2{,}132=0{,}0938\%,$$
$$0{,}002/2=0{,}1000\%.$$

Все три результата дают при округлении одно и то же значение 0,1%. Именно этим значением, легко вычисляемым в уме, и стал бы пользоваться любой физик.

Вычисления с ошибками

Предположим, что для вычисления какой-то величины требуется перемножить несколько результатов измерений. Для нахождения ошибки произведения нужно *сложить все ошибки* (или неопределенности) сомножителей. При этом ошибку произведе-

ния, как и ошибки сомножителей, выражают в процентах. Например, допустим, что при измерении площади прямоугольного участка землемер по небрежности находит завышенные значения длины и ширины. Предположим, что измеренная им длина завышена на 2%, а ширина — на 3%. Результат вычисления площади участка будет завышен на 2+3%, т. е. на 5%, а не на 2×3%, что составляет 0,06%. Предлагаем вам разобрать следующие задачи.

Задача 1. Ошибки в сомножителях

а) (Арифметическая задача.) Длина прямоугольного участка 400 м, а ширина 300 м. Измерения выполнены неточно, они дали значения 408 м на 309 м.

Вычислите истинную площадь поля.

Вычислите площадь поля по результатам измерений.

Выразите ошибку, допущенную при измерении длины *участка, в процентах от* длины. *Найдите также ошибку в процентах, допущенную при измерении* ширины.

Выразите ошибку в определении площади участка в процентах от площади.

Чтобы найти площадь *участка, мы умножаем его* длину *на* ширину. *Какое правило нужно применить для определения ошибки, допущенной при вычислении площади в приведенном примере? Как мы должны поступить: перемножить ошибки, допущенные при измерении длины и ширины участка, или сложить эти ошибки?*

б) (Более формальный подход.) Рассмотрите задачу следующим образом:

Результат определения длины

$$408 \text{ м или } (400) + (2\% \text{ от } 400).$$

Мы можем записать это в виде

$$400 + (^2/_{100}) \cdot 400$$

и представить произведением $400 \cdot (1 + ^2/_{100})$.

Точно так же запишите ширину участка. Вычислите площадь участка по полученным результатам измерений, перемножив длину и ширину, записанные в виде произведений:

$$(400 \cdot (1 + ^2/_{100}))(300 \cdot (\quad)).$$

Это дает

$$400 \cdot 300 \cdot (\quad)(\quad),$$

или

$$120\,000 \cdot (\quad)(\quad).$$

Величина 120 000 кв.м характеризует истинную площадь. Поэтому произведение ( )( ), будучи представлено суммой (1+некоторое число), прямо дает ошибку в процентах при определении площади. Преобразуйте произведение ( )( ) к сумме вида (1+некоторое число), как это делается в алгебре. Точно так же, как запись $400 \cdot (1 + ^2/_{100})$ *указывает ошибку 2% в измерении длины 400 м, результат такого преобразования покажет, что ошибка в определении площади равна ...%.*

в) (Алгебраический вариант.) Размеры прямоугольного земельного участка X м на Y м. Длина участка завышена при измерении на

x % и равна по данным измерений $X+(x/100)\cdot X$ м; ширина завышена на y%. Разложите длину и ширину, найденные при измерениях, на множители, как в задаче (б). Перемножьте обе величины, чтобы найти площадь. В полученном результате нужно выделить ту часть, которую можно истолковать как ошибку в процентах, допускаемую при определении площади. [Обратите внимание на то, что ошибка не равна в точности величине, вычисляемой по приведенному выше простому правилу. Произведение (   )(   ), приведенное к сумме (1+некоторое число), содержит еще одну очень малую дробь со знаменателем 10 000. Эта дробь представляет собой чрезвычайно малую добавку к ошибке, и ею можно пренебречь. Убедитесь в этом сами, подставив конкретные числа; например, возьмите 2 вместо x и 3 вместо y.]

г) (Геометрический вариант.) Нарисуйте прямоугольный участок поля. Удлините стороны прямоугольника так, чтобы длина увеличилась на x%, а ширина — на y%, и очертите новые границы участка. Какую долю первоначальной площади составляют добавочные полоски?

Задача 2. Ошибки в сомножителях со знаками плюс и минус

Предположим, что в задаче 1 при обмере участка длина оказалась завышенной, а ширина заниженной. Покажите в общем виде с помощью алгебраических преобразований или на примере с конкретными числами, что ошибка в процентах при вычислении площади равна разности ошибок в определении длины и ширины или алгебраической сумме этих ошибок, если ошибку заниженного результата измерений считать отрицательной.

Задача 3. Ошибки в двух и более одинаковых сомножителях

Предположим, что прямоугольный участок в приведенных выше задачах представляет собой квадрат. Если землемер это знает, он измеряет лишь одну сторону квадрата X (с ошибкой x%) и для определения площади возводит результат измерения в квадрат.

1. *Какова ошибка в процентах при таком подсчете площади?*
2. *Вообще если произведение содержит сомножитель X^2, то ошибка x% сомножителя X приводит к ошибке в произведении, равной ...%.*
3. *Если произведение содержит величину X^3, то ошибка x% сомножителя X приводит к ошибке в произведении, равной ...%.*
4. *Если произведение содержит величину X^n, то ошибка x% сомножителя X приводит к ошибке в произведении, равной ...%.*

Задача 4. Ошибки в квадратных корнях

Предположим, что произведение содержит в качестве множителя $\sqrt{X}$. Как повлияет ошибка в X, равная x%, на точность произведения? Попытайтесь сообразить, какой будет ответ, воспользовавшись одним из следующих способов:

1. *Запишите $\sqrt{X}$ в виде $X^{1/2}$ и примите в качестве допущения, что правило решения четвертого вопроса задачи 3 применимо и в том случае, когда n — дробное число.*
2. *Если множитель $\sqrt{X}$ фигурирует в произведении дважды, то мы получаем $\sqrt{X}\cdot\sqrt{X}$, или $(\sqrt{X})^2$, т. е. X. Значит, ошибка в X, равная x%, дает ошибку x% в произведении. Поэтому если множитель $\sqrt{X}$ встречается только один раз, то мы полагаем, что ошибка составит ... %.*

(З а м е ч а н и е. С этим случаем нахождения ошибки результата сталкиваются, например, при разделении изотопов урана для получения атомной энергии. См. задачу в гл. 30[1].)

Задача 5. Ошибки в делителях

Предположим, нам нужно вычислить частное X/Y. Если значение Y завышено на $y\%$, то как это отразится на частном? Предположим, мы увеличили X на столько же процентов, что и Y. Тогда частное будет равно

$$\frac{X\,(1+y/100)}{Y\,(1+y/100)},$$

или X/Y, т. е. не изменится. Если знаменатель дроби завышен на $y\%$, то эта ошибка в точности компенсирует ошибку $y\%$ в числителе, который тоже завышен. Обе ошибки дают одинаковый по величине и противоположный по знаку вклад в ошибку частного. Следовательно, если завысить на $y\%$ знаменатель дроби, то это приведет к такому же результату, как занижение на $y\%$ числителя. *Значит, ошибка $+y\%$ в делителе Y приведена к ошибке частного X/Y, равной $-y\%$. Заметьте, что это следует и из решения четвертого вопроса задачи 3.*

Задача 6. Вычисление результата с несколькими множителями

Предположим, эксперимент приводит к результату

$$R=\frac{126\times(9{,}25)^3\times 0{,}0740}{0{,}00521\times(29{,}62)^2}$$

Экспериментаторы дают для своих измерений следующие ошибки в процентах:
от точного значения 126 может отличаться на $\pm 1\%$,
9,25 — на $\pm 0{,}2\%$,
0,0740 — на $\pm 0{,}1\%$,
29,62 — на $\pm 0{,}2\%$,
0,00521 — на $\pm 0{,}1\%$.

Если бы все результаты отдельных измерений *были занижены на величину ошибки, то*

а) числитель записанной выше дроби R был бы занижен на ...? ...%;
б) знаменатель дроби R был бы занижен на ...? ...%;
в) вследствие этого окончательный результат ($R=1530$) был бы за...ен? на ...? ...%.

В самом худшем случае все результаты измерений, стоящие в числителе, могут быть занижены на величину ошибки, а все результаты измерений, стоящие в знаменателе,— завышены на величину ошибки;

г) в этом случае результат будет за ...ен? на ...? ...%.

На практике мы рассчитываем, что столь коварного заговора против нас не будет. Тем не менее результат, который получается в последнем случае, может служить серьезным предостережением.

---

[1] Гл. 30 («Плодотворное развитие кинетической теории газов») входит в т. 2 настоящего издания.

Оценка как единственная возможность

Часто бывает необходимо прикинуть ответ, хотя нет данных для точного расчета или нет ни времени, ни возможностей использовать все данные полностью. Например, при сильном снегопаде в большом городе городские власти хотят знать, сколько человек требуется для уборки снега. Неважно, будет ли это 3219 или 3456 человек: вполне достаточно установить, что требуется 3000—4000 человек. Но эту цифру нужно получить быстро: обсуждать и уточнять, требуется ли 3119 человек или на 100 больше или на 50 меньше, не приходится — задержка повлечет большие затраты времени и денег, а может привести и к серьезной опасности.

Однако уборка снега — старая проблема, где подсчет может базироваться на опыте прошлых лет. Иногда возникают новые проблемы, требующие быстрого ответа, хотя даже исходные данные можно оценить лишь ориентировочно. Например, генерал спрашивает полковника, указывая на карту: «Сколько человек может прокормить этот район в течение месяца?» Генерала устраивает незамедлительный, пусть ненадежный ответ: «Около 7000». Тщательное обследование и точный учет продовольствия и потребностей, включая детальное рассмотрение транспортной проблемы, могли бы дать более достоверный ответ, скажем 9250. Но необходимые данные нельзя получить, пока район не будет занят!

Еще один пример. При пересмотре налогов нужно быстро получить приближенную оценку объема импорта табака. Ошибка даже на 40% не помешает решению задачи. Детальное изучение вопроса могло бы привести к результату, отличающемуся от истинной цифры всего на 0,1%. Но оно было бы сопряжено с ненужной тратой средств и не имело бы ничего общего с научным подходом к проблеме. Дело в том, что этот точный результат играет лишь второстепенную роль в общем комплексе вопросов и должен учитываться совместно с другими сведениями, которые не могут быть точными.

На рубежах новых знаний приближенная оценка может оказаться главным и единственным результатом эксперимента. Тем не менее ученые могут быть очень рады такому результату[1].

---

[1] В современной физике примерами могут служить оценки и предположения, которыми пользуются в исследованиях космических лучей. Одни эксперименты в этой области физики отличаются высокой точностью, другие дают приближенные оценки, которые тем не менее играют первостепенную роль при построении новой теории.

Например, в раннюю эпоху развития атомной физики эксперименты позволили высказать предположение, что «атомы углерода имеют по 6 электронов». Сегодня мы знаем, что каждый нейтральный атом углерода имеет ровно 4 электрона, ну а 50 лет назад физики были рады узнать, что это число электронов близко к 6, а не к 2 или 20. Они смело приняли число электронов равным 6 и выдвинули теорию строения атомов, которая содействовала дальнейшему развитию атомной физики, направляя экспериментаторов и теоретиков по верному пути. Опытная проверка теории на основе содержащихся в ней положений подтвердила правильность этой теории и окончательно оправдала выбор числа 6 в ретроспективном плане.

Мы встречаем много задач, в которых отыскание точного ответа либо требует затраты неоправданных усилий, либо просто невозможно, но где в то же время можно удовлетвориться приближенным решением. В таких случаях не остается ничего другого, как на основе разумных предположений, требующих смекалки и работы мысли, произвести оценку, или, как говорят, «грубую прикидку».

Оценки, к которым приходится прибегать деловым людям, государственным деятелям или ученым,— не простое дело: тут нельзя обойтись примитивным угадыванием решения. Оценки требуют не только уменья и навыка, разностороннего опыта и широты знаний, но и твердости характера. Не упускайте возможности проделывать такие расчеты в вашей повседневной работе, будь то нынешние учебные занятия или будущая профессиональная деятельность.

Если вы достигнете успехов в своей деятельности, то вам наверняка придется часто проделывать ориентировочные расчеты — навык в этом деле представляет собой важнейшее качество хорошего администратора. При правильном применении оценочные расчеты с их приближенными ответами играют важную роль в научных исследованиях. В самом деле, они могут даже стать самостоятельной областью знания: мастер в оценочных расчетах должен обладать способностью к широким обобщениям в науке. Вот два примера:

Пример А. «Сколько времени потребуется, чтобы скосить этот газон?» Ширина косилки около полметра, Ширина ряда (полосы скошенной травы) с учетом частичного перекрытия рядов должна быть самое большее 45 *см* и самое меньшее 30 *см*. Газон, насколько можно судить, имеет примерно 30 *м* в длину и 9 *м* в ширину. На газоне укладывается от $^9/_{0,45}$ до $^9/_{0,3}$, т. е. от 20 до 30 продольных рядов. Остановимся на 30 рядах. Косилка должна пройти 30 рядов, каждый длиной примерно 30 *м*,

т. е. всего ее путь составит 900 *м*, или 0,9 *км* Рабочий, толкающий перед собой косилку, вряд ли идет со скоростью 6 *км/час*, но вполне может идти со скоростью 3 *км/час*, в этом случае рабочему потребуется (0,9 *км*)/(3 *км/час*), т. е. $^3/_{10}$ часа Наш ответ—20 минут—представляет собой грубую прикидку, но ее можно использовать для проверки правильности расценок

Пример Б «Во сколько раз масса Солнца больше массы Земли?» Очень интересно получить хотя бы приближенный ответ на этот вопрос Тогда можно было бы узнать, достаточно ли массивна Земля по сравнению с Солнцем. чтобы вызывать заметное возмущение орбит других планет и комет. Астрономы могут «взвесить» Солнце по отношению к Земле, воспользовавшись законом всемирного тяготения Ньютона Имеющиеся точные данные дают отношение

$$\frac{\text{Масса Солнца}}{\text{Масса Земли}}=\frac{93\,600\,000\times 93\,600\,000\times 93\,600\,000\times 27{,}3\times 27{,}3}{240\,000\times 240\,000\times 240\,000\times 365{,}2\times 365{,}2}$$

Грубое округление с целью быстро получить приближенный ответ дает

$$\frac{\text{Масса Солнца}}{\text{Масса Земли}}\approx\frac{200\,000}{1}$$

$$\text{или}\quad\frac{300\,000}{1}\quad\text{или}\quad\frac{400\,000}{1}\,.$$

в зависимости от того, как именно производить округление Это наверняка неправильный вернее «неточный», ответ по сравнению с точностью исходных данных Все, что можно на самом деле сказать, это то, что ответ лежит где-то между 100 000 и 500 000. Но в данном случае этого достаточно: ответ показывает, что масса Земли составляет ничтожную долю массы Солнца поэтому Земля едва ли в состоянии как-нибудь повлиять на движение других планет, скажем Марса, вокруг Солнца.

Приближенная оценка и приемы быстрого счета

Чтобы произвести грубую оценку, имеет смысл в силу самого ее существа пользоваться лишь *приближенными вычислениями.* Для ускорения процесса вычислений исходные данные округляют.

Способ округления всех чисел до ближайшей степени числа 10 может оказаться слишком грубым. При таком способе вместо 8 нужно взять 10, вместо 67 взять 100, а вместо 1453 взять 1000. В тех случаях, когда числа близки к 10 или какой-нибудь степени 10, этого достаточно. Так, вместо любого из чисел 8, 9, 10, 11 или 12 следует написать ровно 10, а вместо числа 1193 написать 1000. Округление 73 до 100 представляется слишком грубым; если же округлить 73 до 70, то получается много малых чисел, вроде 7, которые приходится умножать и делить, а это все же неудобно —

нужен более смелый оценочный расчет. Поэтому, производя приближенную оценку, необходимо при округлении чисел пользоваться следующими двумя правилами:

Правило I. Если число близко к числу 10 в соответствующей степени, то его округляют до этой степени 10.

Правило II. Если число существенно отличается от числа 10 в соответствующей степени, то его округляют до ближайшей степени 2 или до произведения числа 2 в некоторой степени на число 10 в соответствующей степени. В соответствии с этим правилом вместо числа 7 берут 2^3, вместо 4200 — $2^2\times10^3$, вместо 67 берут $2^3\times10^1$ или еще лучше $2^6(=64)$ вместо $3 - 2^2(=4)$, или еще лучше $2^5/10(=32/10)$.

В некоторых случаях есть возможность выбора: например, 8 можно записать в виде 2^3 или округлить до 10. Число 27,3 можно округлить до произведения 2 на 10 или до произведения $2^2\times10$ (на самом деле число 27,3 лежит примерно посредине) или еще лучше до 2^5. Умелый вычислитель округлит 27,3 до числа 25, которое равно 100/4, или $10^2/2^2$. Еще более искусный вычислитель, которому нужно возвести множитель 27,3 в квадрат, округлит его один раз в сторону *увеличения* до $2^2\times10$, а второй раз в сторону *уменьшения* до 2×10. Однако такой прием не дает экономии времени, если только он не будет прочно усвоен.

Одновременное применение правил I и II, кажущееся на первый взгляд странным, дает надежные приблизительные ответы. Применение этих правил приводит к результату, содержащему числа 10 и 2 в соответствующих степенях: полученный результат может быть затем превращен в простой окончательный ответ. Советуем вам запомнить степени числа 2, приведенные здесь в таблице. Обратите внимание, что $2^{10}\approx1000$, т. е. 10^3. Это дает удобный способ избавляться от огромных степеней числа 2 в конечном результате. Если представить все числа в стандартной форме записи, то первую цифру числа, лежащего между единицей и десятью, можно округлить до 1, 2, 4, 8 или 10; остальная часть представляет собой степень числа 10. Это очень грубое приближение. Для лучшего приближения берут первые две цифры и округление про-

Таблица степеней числа 2

$2^1=2$
$2^2=4$
$2^3=8$
$2^4=16$
$2^5=32$
$2^6=64$
. . . .
$2^{10}=1024$
$\approx10^3$

изводят до одного из следующих чисел в соответствии с правилами I или II:

10 16 20 32 40 64 80 100.

Пример:

$$\frac{\text{Масса Солнца}}{\text{Масса Земли}}=\frac{93\,600\,000\times 93\,600\,000\times 93\,600\,000\times 27{,}3\times 27{,}3}{240\,000\times 240\,000\times 240\,000\times 365{,}2\times 365{,}2}\approx$$

$$\approx\frac{100\,000\,000\times 100\,000\,000\times 100\,000\,000\times 32\times 32}{320\,000\times 320\,000\times 320\,000\times 400\times 400}.$$

(Примечание. Честности ради мы округлили *все* множители в числителе, *а также* в знаменателе в сторону *увеличения*.)

$$\approx\frac{10^8\times 10^8\times 10^8\times 2^5\times 2^5}{2^5\times 10^4\times 2^5\times 10^4\times 2^5\times 10^4\times 2^2\times 10^2\times 2^2\times 10^2}$$

$$\approx\frac{2^{10}\times 10^{24}}{2^{19}\times 10^{16}}\approx 2^{10-19}\times 10^{24-16}\approx 2^{-9}\times 10^{+8}$$

$$\approx 2^1\times[2^{-10}]\times 10^8\approx 2\times[10^{-3}]\times 10^8\approx 2\times 10^5.$$

$$\approx \underline{200\,000.}$$

Это неплохая оценка. Расчет с использованием более сложных приемов приближенных вычислений дал бы результат, более близкий к точному значению 330 000.

Приближенные ответы и достоверное знание

Иногда бывает достаточно получить результаты с точностью не хуже 1%. Примерами могут служить измерения удельных теплоемкостей, необходимых для проектирования приборов; измерения межатомных расстояний в кристаллах с помощью рентгеновских лучей для определения химического строения; измерение периода полураспада радиоактивного элемента, которое производят, чтобы опознать этот элемент; измерение периода обращения спутника Земли с целью определить среднее удаление его от Земли. Во многих случаях точность измерения величин должна быть не хуже 0,1%. Такое требование может возникнуть при выборе объяснений того или иного явления. В некоторых случаях для выяснения какого-нибудь существенного вопроса приходится определять измеряемые величины с точностью до одной миллионной или даже одной миллиардной. Например, чтобы надежно предсказать выделяющуюся ядерную энергию, исходя из малых разностей атомных масс, сами массы нужно определить (масс-спектрографическим путем) с колоссальной точностью. Для решения проблем, возникаю-

щих на современном этапе изучения строения атома, необходимо определять длины световых волн с точностью до одной миллионной. А измерения гравитационного поля, чтобы можно было использовать их для дальнейшей проверки общей теории относительности, должны выполняться с точностью до одной миллиардной.

Но на ряд важных вопросов можно получить ответ, проделав весьма приближенные измерения. Например, мы вполне можем примириться с 20%-ной погрешностью при определении химической валентности (которая должна быть малым целым числом), температуры термоядерной реакции или возраста Вселенной.

Добиваться большой точности — не всегда означает поступать разумно. Увеличение точности не самоцель. Следует прилагать большие усилия в этом направлении, если отсюда можно получить важные преимущества. Правда, иногда ученый стремится к повышению точности просто в силу чувства долга или находит удовольствие в том, чтобы сделать прибор как можно лучше. Повышенная точность прибора сможет быть использована только в будущем. Проводя измерение, ученый приводит его точность согласно своей оценке. Он не ограничивается сообщением о том, что он измерил g и получил значение $g=9{,}8$ *м/сек*^{2}, а добавляет: «С ошибкой $\pm 0{,}1$ *м/сек*^{2}». Тех, кто желает воспользоваться полученным результатом, ошибка часто интересует в такой же степени, как сам результат. Без указания ошибки $\pm 0{,}1$ результат измерения едва ли можно считать надежной информацией, которой может еще кто-то воспользоваться. Чтобы оценить ошибку, необходим большой навык: нужно принимать во внимание разброс результатов измерений, исключать влияние известных источников ошибок, определить скрытые систематические ошибки; не последнее значение имеет разумный и трезвый подход в целом, который появляется у экспериментатора, досконально знающего свою аппаратуру. (Обратите внимание, насколько у вас самих повышаются навыки экспериментатора после того, как вы поработаете некоторое время с каким-нибудь прибором в лаборатории, как появляется растущее чувство уверенности в результатах ваших измерений.)

Знаки $=$, $\approx$, $\sim$

Результат измерения, погрешность которого экспериментатор считает равной 0,001, может быть записан тремя способами:

$$x=3{,}1642 \pm 0{,}003,$$
$$x=3{,}1642 \pm 0{,}1\%,$$
$$x=3{,}164.$$

В третьей строчке последняя цифра 4 рассматривается как недостоверная. Ниоткуда не следует, что цифра 4 отличается от верной на ± 3. Эта форма записи дает лишь основание считать, что последняя цифра сомнительна — обычно такой записи достаточно, чтобы указать на имеющуюся погрешность. В двух предыдущих строчках появление последней цифры 2 совершенно неоправдано: ошибка показывает, что такая запись результата (с точностью до последней цифры 2) лишена смысла. Экспериментатор, сохраняющий эту цифру, обманывает сам себя.

Если эксперимент дает приближенное значение или приближенный ответ появляется в результате оценки, не следует записывать результат как $x=800$, ибо это противоречит точному смыслу знака $=$. Вместо этого нужно писать

$$x \approx 800.$$

Такая запись означает «x приближенно равно 800». Символ $\approx$ обычно означает «приблизительно равно» (хотя это утверждение не совсем логично).

При более грубой оценке можно написать

$$y \sim 1000.$$

Это значит, что y ближе к 1000, чем к 100 или к 10 000. Подобная грубая оценка «порядка величины» часто имеет огромное значение. Так было с оценкой размера атома столетие назад, так обстоит дело с определением радиуса Вселенной (если он вообще не бесконечен) в наши дни. Во многих случаях достаточно произвести измерение с точностью до порядка величины. Например, когда речь идет о росте температуры, достаточно малом, чтобы им можно было пренебречь, или о весе, заведомо настолько большом, что поверхностное натяжение можно считать несущественным, то же самое можно сказать об определении приближенной даты исторического события, когда излишнее уточнение даты только отвлекает внимание от сущности события.

Если результаты представлены в стандартной форме, например

$$z=2{,}34\times 10^6 \quad \text{и} \quad w=7{,}8\times 10^3,$$

то их порядки величины будут

$$z\sim 10^6 \quad \text{и} \quad w\sim 10^4.$$

Вы несомненно найдете применение знакам $=$, $\approx$ и $\sim$ в своей работе, чем бы вы ни занимались, и привыкнете проводить между ними различие. Заметьте, что символы эти не вполне установившиеся. Некоторые авторы и издатели заменяют символ $\approx$ другими знаками.

Пропорциональная зависимость — ключ ко многим законам

Выражая наши знания о природе в виде простых законов, мы прежде всего ищем постоянство в явлениях: масса тела остается постоянной, полный электрический заряд тоже, количество движения сохраняется неизменным, все электроны одинаковы. Почти столь же простой и плодотворный принцип выражает прямая пропорциональность между величинами, при которой две измеряемые величины возрастают в одинаковой пропорции: удлинение пружины при увеличении нагрузки, сила и ускорение, давление и плотность газа.

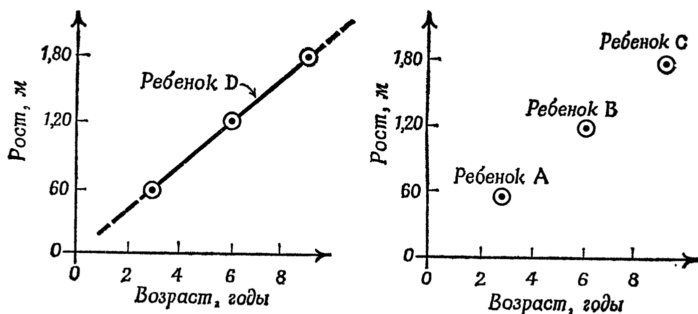
Мы говорим, что для пружины (в пределах действия закона Гука)

УДЛИНЕНИЕ пропорционально НАГРУЗКЕ

или

УДЛИНЕНИЕ изменяется прямо пропорционально[1] НАГРУЗКЕ

[1] Некоторые математики и физики предпочитают употреблять выражение «находится в прямой зависимости» или «изменяется прямо пропорционально», говоря о зависимости между непрерывно изменяющимися величинами, и сохраняют выражение «пропорционально», имея в виду соотношение между отдельными значениями величин. Например: рост ребенка D, увеличиваясь



Фиг. 293.

равномерно от 60 *см* в 3 года, становится равным 1 *м* 20 *см* к 6 годам и 1 *м* 80 *см* к 9 годам (гигант!). Тогда можно сказать, что в пределах указанного промежутка лет «рост ребенка D изменяется прямо пропорционально его возрасту».

Предположим, что рост трех разных детей A, B, C в возрасте 3 года, 6 и 9 лет равен (сегодня) 60 *см*, 1 *м* 20 *см* и 1 *м* 80 *см*. Мы можем тогда сказать, что «рост детей A, B, C *пропорционален их возрастам*». Оба случая изображены графически на фиг. 293.

Это записывают в виде

УДЛИНЕНИЕ ~ НАГРУЗКА.

Как и процентам, в элементарных курсах часто отводят особое место пропорциям и функциональной зависимости, и эти понятия кажутся чем-то таинственным и труднодоступным. Не будь этого, их считали бы очевидными с точки зрения здравого смысла. Рассмотрим несколько простых примеров.

Пример В. Предположим, что при снабжении картофелем некоего лагеря недельные потребности определяются следующим образом:

для лагеря на	100 человек	требуется	200 *кг* картофеля
	200		400
	300		600
	500		1000

Масса картофеля возрастает пропорционально размерам хозяйства. Это простейший тип соотношения между двумя величинами, с которым мы так часто встречаемся в физике[1]. Можно сформулировать это соотношение несколькими способами:

1) МАССА КАРТОФЕЛЯ *пропорциональна* ЧИСЛУ ЛЮДЕЙ;
2) МАССА КАРТОФЕЛЯ *изменяется прямо пропорционально* ЧИСЛУ ЛЮДЕЙ;
3) МАССА КАРТОФЕЛЯ ~ ЧИСЛУ ЛЮДЕЙ (это сокращенная запись формулировок 1 и 2);
4) МАССА КАРТОФЕЛЯ = (ПОСТОЯННАЯ) · (ЧИСЛО ЛЮДЕЙ)

Варианты 1 и 2 (и их математическая запись — вариант 3)—это просто попытки дать формулировку простым и очевидным вещам. «*Две величины возрастают в одинаковой пропорции*. Если удвоить одну из них, то удваивается вторая, если утроить одну,— утраивается вторая, и т. д.».

Имея это в виду, можно легко решать задачи, не вычисляя «постоянную», содержащуюся в записи варианта 4. Например, известно, что для 100 человек требуется 200 *кг* картофеля. Сколько потребуется его для 600 человек? Для вшестеро большего числа людей требуется в 6 раз больше продовольствия: 1200 *кг*.

Пример Г. *Объем* шара изменяется пропорционально третьей степени *радиуса*. Шар увеличен так, что радиус его стал в 5 раз больше первоначального. Что произойдет с его объемом? Если радиус увеличивается в 5 раз по сравнению с первоначальным, то величина (радиус)^3 возрастает в 5^3 раз по сравнению с пер-

[1] Дело в том, что мы стремимся его отыскать.

воначальным значением (поскольку $R^3 = R \cdot R \cdot R$ и $5R \cdot 5R \cdot 5R = 5^3 R^3$). Следовательно, объем возрастает по сравнению с первоначальным в 125 раз. Это должно быть следствием здравого смысла, для которого вовсе не нужно обращаться к соотношению $^4/_3 \pi R^3$.

В обоих примерах самый лучший способ решения — просто представить себе, что обе величины возрастают в одинаковой пропорции. Нет необходимости «составлять пропорцию», что бы ни значило это выражение, или вычислять постоянную K.

«Коэффициент пропорциональности»

Формулировка 4

МАССА КАРТОФЕЛЯ = (Постоянная) · ЧИСЛО ЛЮДЕЙ

очень похожа на запись варианта 3, но для специалиста формулировка 4 не столь четко выражает идею зависимости между величинами. Поэтому советуем избегать ею пользоваться, если только можно получить нужный результат, прибегнув к здравому смыслу, как в приведенных выше двух примерах.

Для каждой пары значений в примере с картофелем, очевидно, справедливо соотношение

МАССА КАРТОФЕЛЯ $P = 2N$ · ЧИСЛО ЛЮДЕЙ

поэтому все четыре случая можно описать с помощью формулы $P = 2N$. Сущность этой записи в том, что она выражает зависимость между величинами: дело не в конкретном значении 2, а в том, что это число остается одним и тем же, т. е. *постоянным*. (Фактически это потребление картофеля, приходящееся на одного человека, т. е. 2 *кг* на человека.) Поскольку число 2 постоянно, мы можем записать

$$P = (\text{Постоянная}) \cdot N.$$

Эта общая формулировка применима и к случаю, когда в лагерь собираются люди, потребляющие много картофеля, и на одного человека уходит уже 5 *кг* картофеля. Тогда наша форма примет вид $P = 5 \cdot N$. (Конечно, если одни обитатели лагеря съедают по 2 *кг* картофеля в неделю, а другие по 5 *кг*, то вся схема рассуждений теряет силу. Надо иметь в виду, что такая же опасность существует и при выводе научных законов.

Проверка пропорциональности

Каким образом можно убедиться в наличии прямой пропорциональности между величинами при анализе результатов измерений? В примере с картофелем эта зависимость[1] видна сразу. Нам же необходимо располагать простыми способами проверки в более запутанных случаях. Вот эти способы:

Способ I. Измеренное значение одной величины делят на значение другой и проверяют постоянство частного. В нашем примере:

Число людей N	*Масса картофеля* P	$\dfrac{\textit{Масса картофеля}}{\textit{Число людей}}$
100	200 *кг*	2 *кг* на человека
200	400 *кг*	2 *кг* на человека
300	600 *кг*	2 *кг* на человека

и т. д., результат деления во всех случаях равен 2 *кг* на человека.

Это надежный способ проверки прямой пропорциональности. Разумеется, его можно применять двояким образом: если мы разделим число людей на массу картофеля, то получим еще один постоянный результат: $^1/_4$ человека на 1 *кг*.

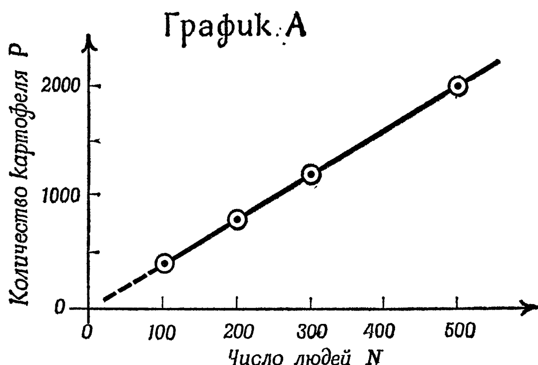
Способ II. Графики. Французский математик и философ Декарт, который жил вскоре после Галилея, изобрел метод построения графиков в координатах x и y. Сегодня мы видим в графиках нечто само собой разумеющееся и читаем их так же легко, как печатный текст. Может даже появиться опасность, что, скажем, позволив газетам представлять все наши статистические данные в форме графиков, мы воспитаем целое поколение верхоглядов, отвыкших вдумываться в слова и цифры статистики. В то же время несколько поколений назад многие считали графики запутанными и сложными. В наше время нужно научиться аккуратно и быстро строить графики и так же быстро читать их. Для этого лучше пользоваться некоторыми стандартными масштабами и приучиться соблюдать принятую точность построения, оценивая десятые доли деления.

Графики служат превосходным средством выражения зависимости между величинами. Совокупность результатов наблюдения двух величин (например, числа людей и количества картофеля) можно представить в виде совокупности точек, откладывая в

---

[1] Заметьте, что связь и соотношение между величинами не означает отношение или дробь в арифметическом смысле.

удобном масштабе значения одной измеряемой величины по вертикали, а другой — по горизонтали. Расположение точек показывает зависимость между двумя измеряемыми величинами. На фиг. 294 построен график A по приведенным выше данным о количестве людей и потребляемого ими картофеля. Сами по себе эти данные не дают нам права вставлять промежуточные точки, как если бы мы знали потребности любого возможного (даже дробного) числа людей. Однако мы можем предположить, что промежуточные точки ничуть не менее законны, чем те, по которым мы построили график.



Фиг. 294

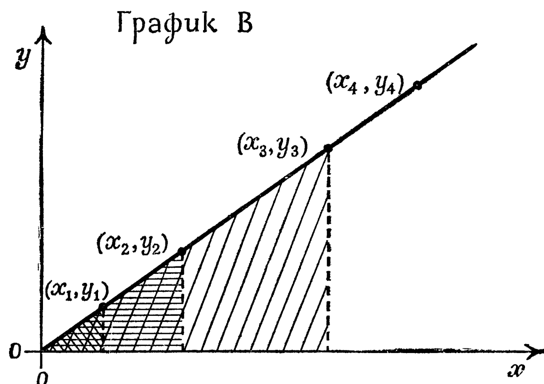
Это позволит обеспечить продовольствием любое другое число людей. Чтобы найти (или продемонстрировать) соотношение между нашими данными, мы перейдем, забегая вперед, к простейшему соотношению между двумя величинами — к прямой связи или прямой пропорциональности — и будем от нее отталкиваться. Предположим, известно, что *масса картофеля* P находится в прямой связи с *числом людей* N, и мы хотим предсказать вид зависимости P от N. Мы знаем, что отношение P/N постоянно. Для любой точки на графике P/N характеризует наклон линии, соединяющей данную точку с началом координат.

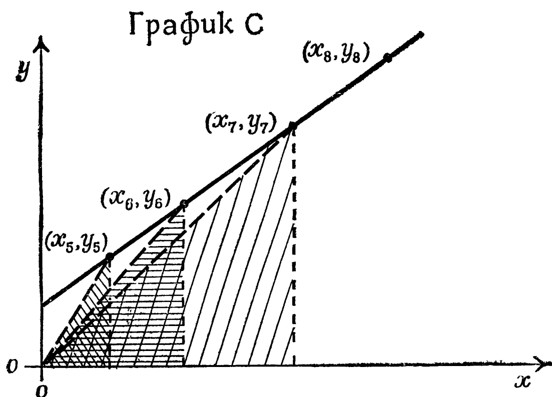
Поэтому проведенные из начала координат до каждой точки прямые должны иметь одинаковый наклон и должны слиться в одну. Таким образом, все точки лежат на *одной* прямой, проходящей через начало координат. Если же все точки, определяющие зависимость P от N, лежат на одной прямой, проходящей через начало координат, то мы можем сказать, что отношение P/N постоянно.

График в этом случае представляет собой прямую, проходящую через начало координат, и показывает, что *масса картофеля* возрастает в прямой пропорции к *числу едоков*.

Линейная зависимость

Графики *B* и *C* на фиг. 295 обнаруживают «линейную зависимость» между величинами x и y. На графике *B* все нанесенные

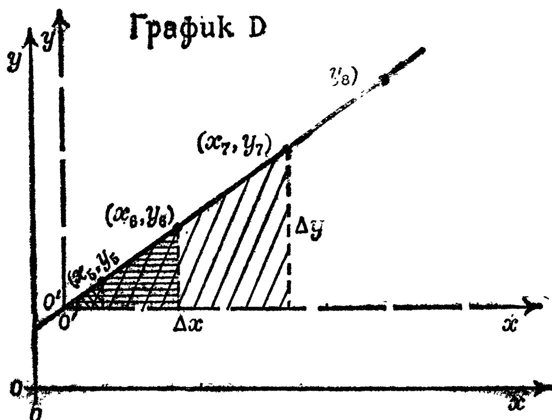




Фиг. 295.

точки x_1, y_1 и т. д. лежат на прямой, проходящей через начало координат O, O. Заштрихованные треугольники подобны: отношение высоты к основанию y/x, определяющее наклон гипотенузы,

у них одно и то же. На графике C точки x_5, y_5 и т. д. лежат на прямой, которая не проходит через начало координат O, O, и мы не можем говорить о прямой связи или пропорциональности между y и x. Гипотенузы заштрихованных треугольников имеют неодинаковый наклон, и нельзя утверждать, что все отношения y_5/x_5, y_6/x_6, y_7/x_7 и т. д. одинаковы. Отыскивая соотношение между y и x, мы должны быть внимательны и иметь это в виду. Тем не менее очевидно, что между этими величинами существует какая-то зависимость, изображаемая графиком C. Если выбрать начало координат на самой прямой, то это вернуло бы нас к прежним простым рассуждениям. Это можно сделать, рассматривая *приращения* (или изменения) x и y по отношению к их значениям в выбранной



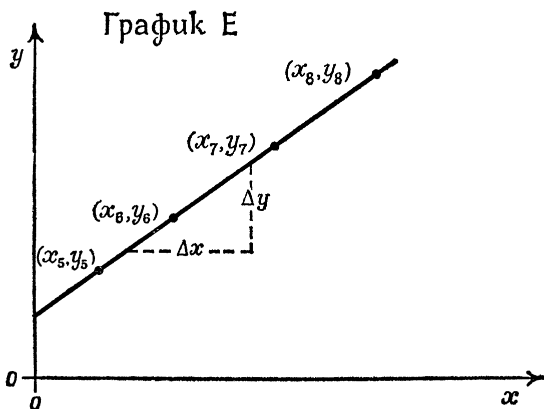
Фиг. 296.

точке на прямой. Так, на графике D (фиг. 296) мы провели новые оси координат (они показаны пунктиром). Если теперь вести отсчет от новой начальной точки O', то можно сказать: (приращение величины y по отношению к ее значению в O') изменяется прямо пропорционально (приращению x), т. е. $\Delta y \sim \Delta x$. Математический символ Δ означает «приращение», или «изменение», такой-то величины. В случае графика D можно записать, что $\Delta y \sim \Delta x$, или сказать, что величина $\Delta y/\Delta x$ постоянна (для всех точек прямой).

Мы можем поступить и по-другому, как это сделано на примере графика E (фиг. 297). Можно переходить от точки к точке, каждый

раз фиксируя при этом изменения y и x. Тогда какие бы точки на прямой мы ни выбрали, можно сказать, что $\Delta y \sim \Delta x$ или что $\Delta y/\Delta x$ постоянно, ибо мы всегда получаем подобные треугольники. (Правда, в этом случае Δy и Δx имеют несколько иной смысл.) Для графиков C и D отношение $\Delta y/\Delta x$ дает наклон прямой точно так же, как отношение y/x определяет наклон прямой графика A. Величина наклона представляет собой ту постоянную, которая фигурирует в формуле прямой пропорциональности.

Обычно поступают следующим образом. Прежде всего результат наблюдений изображают графически точками на плоскости.

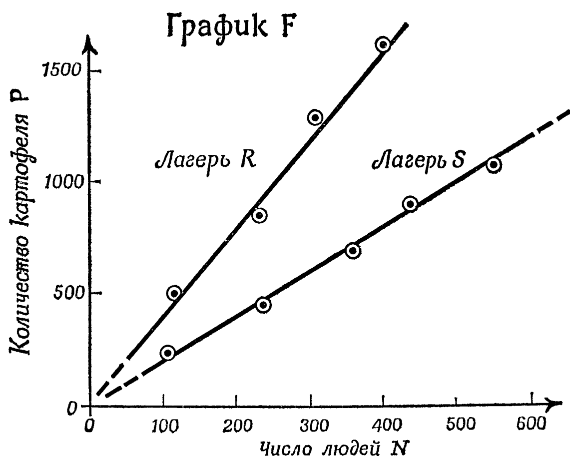


Фиг. 297.

Затем, отыскивая простую зависимость между интересующими нас величинами, проводят прямую — она как раз изображает такую зависимость — и проверяют, насколько хорошо точки укладываются на эту прямую. Стараются провести «наилучшую» прямую, которая проходила бы «как можно ближе к возможно большему числу точек». (Это указание относительно «наилучшей» прямой, несмотря на внешне безупречную формулировку, не выдерживает строгого логического анализа, и все же смысл указания ясен — примите его как некий неписаный закон.) Желая проверить, существует ли прямая зависимость (прямая пропорциональность) между наносимыми значениями y и x ($y \sim x$), *прямую* пытаются провести через начало координат. Если такая прямая существенно отклоняется от точек, то следует взять другую пря-

мую, не проходящую через начало координат, и проверить, что $\Delta y \sim \Delta x$. В любом случае «наилучшая прямая» — это, так сказать, «пробная» прямая. Она не представляет собой ни формулировку правильного ответа, ни попытку увязать друг с другом нанесенные точки с учетом экспериментальных ошибок. Прямая является лишь графическим выражением простой зависимости, которую мы рассчитываем обнаружить. Проводя эту прямую наряду с нашими точками, мы хотим сопоставить искомую зависимость с реальными фактами, ибо точки выражают *фактические* результаты наблюдений.

Если нам удастся провести прямую, которая мало отклоняется от нанесенных точек, то можно будет сказать, что наблюдения хорошо представляются выбранной зависимостью. Мы



Фиг. 298.

можем даже говорить здесь о точном представлении (что бы ни означало такое утверждение) и приписывать небольшие расхождения на графике ошибкам, допущенным нами самими при наблюдении. Эта ссылка на «экспериментальную ошибку» удобна и служит нам утешением, пока мы не рассмотрим внимательно, в чем тут дело. А тогда мы убедимся, что на самом деле мы невнимательные экспериментаторы или орудуем с очень плохими приборами. Уточняя «насколько невнимательные?» или «насколько плохие?», мы можем указать разумные пределы ошибок. Если отклонения

точек лежат в этих пределах, то мы с уверенностью скажем, что выбранная простая зависимость во всяком случае удовлетворительно описывает факты.

На графике F (фиг. 298) представлены данные, относящиеся к двум лагерям, обитатели которых принадлежат, так сказать, к двум типам едоков. Там же проведены наилучшие прямые. Данные эти вымышленные, но напоминают настоящие, потому что они не ложатся точно на прямую, как округленные числа в первоначальном примере, а разбросаны относительно нее. Если считать, что прямые линии выражают действительную зависимость, которой подчиняются данные, то каждой прямой можно сопоставить соотношение вида $P \sim N$. Мы можем даже записать

$$P = 4{,}1\,N \text{ для одной прямой}$$

и

$$P = 8{,}0\,N \text{ для другой.}$$

Постоянную (4,1 или 8,0) лучше всего определять по наклону *прямой*, а не по отдельным точкам или части данных. Проводя прямую линию, наименее уклоняющуюся от точек, мы автоматически находим *среднее взвешенное* значение.

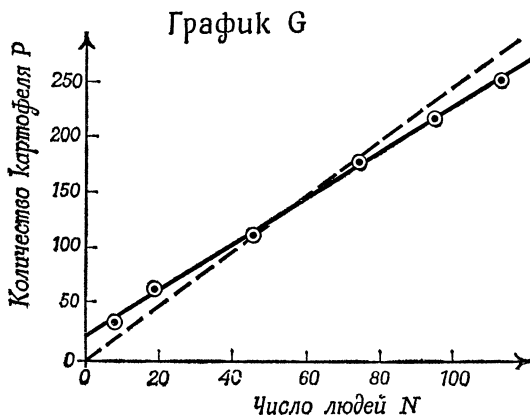
Средние взвешенные значения

Среднее взвешенное — это такое среднее, при нахождении которого приписывают добавочный вес наиболее надежным данным и очень малый вес данным, содержащим, по-видимому, грубые ошибки. Определяя такое среднее арифметически, мы придаем большой вес достоверным данным, учитывая их при составлении суммы несколько раз, в то время как ненадежные данные учитываются только один раз. Потом мы делим сумму на число всех слагаемых, разумеется, считая слагаемые, которые брались повторно. Этот способ усреднения вполне приемлем и разумен, но таит в себе опасность. Дело в том, что он может побуждать нас получить как раз такой ответ, который мы надеемся получить! Проводя прямую по точкам, мы замечаем следующее. Может получиться, что почти все точки хорошо укладываются на прямую, а одна или две точки отстоят далеко от нее. Если мы в конечном счете выбираем эту прямую, то ее наклон дает среднее взвешенное значение, при этом одна или две «выскочившие» имеют очень малый вес. Выпадение этих точек может быть результатом небрежности, и мы поступим разумно, если по существу пренебрежем ими. С дру-

гой стороны, большинство точек может укладываться на прямую из-за случайных ошибок; кроме того, немногочисленные выпадающие точки могут послужить ключом к важным выводам. Таким образом, есть опасность, что, проводя прямую по экспериментальным точкам, мы явимся жертвой предвзятого подхода к задаче. Но при достаточно внимательном отношении и хорошем навыке можно надеяться получить взвешенное среднее, которое будет достаточно надежным.

Прямая зависимость или пропорции

Проводя пробную прямую, мы задаем вопрос: «Имеет ли место линейная зависимость?». Мы должны прежде всего попытаться провести прямую через начало координат, даже если в начале координат нет ни одной экспериментальной точки. Это требование,



Фиг. 299.

возможно, бессмысленно. Так, на фиг. 299 дан график G для лагеря, в котором повара тоже едят картофель, но не входят в число обитателей. Пунктирная прямая, проведенная через начало координат, заметно уклоняется от ряда точек, тогда как сплошная прямая проходит вблизи всех точек. В этом случае правильнее записать

$$\Delta P \sim \Delta N \quad \text{или} \quad \Delta P = 2{,}1 \Delta N.$$

Прямая отсекает на вертикальной оси отрезок, равный 21,0, и мы можем написать

$$P = 21 + 2{,}1\ N$$

Можно сказать, что персонал кухни съедает 21 *кг* картофеля в неделю и состоит, по-видимому, из десяти человек.

Указания к построению графиков

Приближенные графики. В процессе опыта бывает желательно сразу построить приближенный график, который позволит определить, достаточно ли проделано измерений. Здесь можно обойтись карандашом и бумагой в клетку (например, 0,5 *см*×0,5 *см*).

Точные графики. Чтобы строить графики, которые можно легко читать и в то же время использовать для точной проверки результатов эксперимента, мы рекомендуем следовать приводимым ниже правилам.

Бумага. Строить графики нужно на бумаге, разграфленной на сантиметры и миллиметры, так называемой *миллиметровке.* Миллиметровые клетки можно делить на глаз на десятые доли (т. е. на сотые доли сантиметра). Бо́льшие или меньшие клетки трудно делить на глаз с приемлемой точностью.

Масштаб. При построении графиков следует пользоваться такими масштабами, чтобы легко было наносить точки, умножая и деля числа на десять. Предположим, вы наносите на график значения массы в килограммах. Самый удобный масштаб — в 1 *см* 1 *кг*; выражать в 1 *см* 10 *кг*, 100 *кг*, ... или 0,1 *кг* ... и т. д. тоже удобно. Следующая удобная для пользования серия масштабов: в 1 *см* 2 *кг*, 20 *кг*, ..., 0,2 *кг* ... и т. д. При этих масштабах результаты измерений делят в уме на два и прямо наносят на график. Еще одна серия масштабов, облегчающих построение графиков: в 1 *см* 5 *кг*, 50 *кг*, ..., 0,5 *кг* ... и т. д. В этом случае нужно в уме удваивать результаты измерений перед тем, как наносить их на график. Все другие масштабы, например 4 *кг* в 1 *см* и т. д., неудобны для пользования и обычно приводят к ошибкам при построении. Поэтому следует пользоваться одним из приведенных выше масштабов.

Масштабы нужно выбрать так, чтобы график занимал 10—15 *см* по горизонтали и столько же по вертикали,— нет смысла растягивать график в одном направлении и ужимать в другом. Наклон графика должен составлять, скажем, от 30 до 60° с горизонтальной осью координат. При этом, возможно, придется выбрать разные масштабы по обеим осям.

П р я м а я. Чтобы найти положение «наилучшей прямой» после того, как нанесены экспериментальные точки, воспользуйтесь натянутой нитью и проведите прямую. Затем нарисуйте маленькие кружки вокруг каждой экспериментальной точки (или прямоугольнички, если вы располагаете необходимыми данными). Сначала проведите прямую, иначе кружки будут вас смущать. Если прямая линия кажется неподходящей, проведите плавную кривую.

Интерполяция и экстраполяция

Даже если прямая линия кажется неподходящей и вы проводите просто плавную кривую через эти точки (или вблизи них), то график дает возможность получить дополнительные данные. Предполагая, что кривая правильно описывает работу прибора, можно с уверенностью проставить промежуточные точки и определить новые значения, не являющиеся результатом непосредственных измерений. Эта процедура называется *интерполяцией*. Можно также продолжить кривую и определить значения величины за пределами той области, в которой получены данные. Этот процесс называется *экстраполяцией*. Например, если вы знаете, что поезд выходит из Бостона в 14.00 и прибывает в Нью-Йорк в 18.00, то могли бы путем интерполяции определить, когда он проходит через Нью-Хейвен. Можно было бы также путем экстраполяции определить время прибытия поезда в Вашингтон, но это сопряжено со значительно большим риском, так как Нью-Йорк может быть конечной остановкой поезда.

Очевидно, и интерполяцию, и экстраполяцию выполнить проще, если график — прямая линия. Но даже в этом случае интерполяцию и экстраполяцию нельзя считать одинаково надежными источниками информации. Как вы думаете, какой из этих обоих приемов представляет бóльшую ценность? В заключительной главе всего курса, когда будет идти речь об успехах науки, вы увидите, какую важную роль играют интерполяция и экстраполяция.

Задача 7

Вычисление

$$\frac{3{,}14\times 75\,200\times 373\times (0{,}00162)^2}{8\times 9{,}8\times (0{,}0282)^2}$$

на счетной линейке дает значение 375, в котором запятая не проставлена. Определите положение запятой, четко объяснив, каким методом вы пользовались.

Задача 8. Стандартная запись чисел

Выразите числа, которыми представлены приведенные ниже данные, в стандартной форме.

Плотность ртути $d_{Hg}=13\,600$ *кг/м*^{3}.

Расстояние от Луны до Земли $R_M=380\,000$ *км.*

Заряд электрона $=-0{,}000\,000\,000\,000\,000\,000\,16$ *кулон.*

Задача 9

«Кинетическая энергия» (=энергия движения) массы M кг, движущейся со скоростью v м/сек, равна $^1/_2\ Mv^2$ *дж. Молекула азота* N_2 *в воздухе при комнатной температуре имеет массу* $0{,}000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,0465$ *кг и скорость 520 м/сек.*

Энергия измеряется также в «электрон-вольтах», 1 эв равен $0{,}000\,000\,000\,000\,000\,000\,16$ *дж.*

1) *Выразите каждое из этих значений в стандартной форме.*
2) *Вычислите кинетическую энергию молекулы азота при комнатной температуре и запишите полученное значение в стандартной форме: а) в джоулях; б) в электрон-вольтах.*
3) *Если масса M кг исчезает и переходит в излучение, то энергия этого излучения E дж дается формулой*

$$E=Mc^2,$$

где c — скорость света, равная 300 000 000 м/сек.
Подсчитайте, какая выделилась бы энергия, если бы можно было полностью обратить в ничто одну молекулу азота. Выразите полученное значение в стандартной форме в электрон-вольтах.

4) *Расчет в вопросе 3 относится к области необузданной фантазии; весьма маловероятно, чтобы подобную ситуацию можно было когда-нибудь наблюдать. Правда, мы наблюдаем деление ядер урана, но это просто расщепление ядер, при котором исчезает лишь незначительная доля всего вещества. При делении ядер урана-235 выделяется примерно 200 000 000 эв. Сравните это значение с ответами на вопросы 2 и 3.*

Задача 10

Учащийся измеряет длину нити маятника линейкой, на которой нанесены деления в метрах, сантиметрах и миллиметрах. Штрихи миллиметровых делений имеют заметную толщину, и оценить десятые доли миллиметра нелегко. Учащийся получает результат: длина нити *1,186 м. Он измеряет диаметр груза кронциркулем и, разделив результат измерения пополам, находит* радиус$=$*0,01425 м.*

а) *Учащийся говорит, что длина маятника до центра груза равна 1,20025 м. Почему его утверждение неправильно?*

б) *Как следует охарактеризовать утверждение учащегося относительно длины маятника до центра груза, если он определяет ее в 1,2 м?*

Задача 11

Измеряя величину g, учащийся находит значение 9,83 м/сек^2, тогда как общепринятое значение 9,80.

а) Какую ошибку (в процентах) допускает учащийся?
б) Он переводит полученный им результат в см/сек^2 и сравнивает новое значение с общепринятым значением g в см/сек^2. Какова ошибка (опять-таки в процентах) в этом случае?
в) Дайте обоснование вашему ответу на вопрос (б).

Задача 12

Два взвешивания дают 0,040593 и 0,040591 кг. Каково расхождение между ними в процентах? (Вспомните предостережение, сделанное в начале этой главы, когда для наглядности мы привели пример не особенно рационального применения наждачной бумаги.)

Задача 13

Вычисляя ускорение по формуле $a=2s/t^2$, учащийся подставляет в нее значения s и t, завышенные соответственно на 4 и на 3% (оба значения учащийся определил в результате измерений). Какова ошибка вычисленного им значения a, выраженная в процентах?

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 5
Из предисловия автора 7

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ. МАТЕРИЯ. ДВИЖЕНИЕ. СИЛА

ГЛАВА 1. ЗЕМНОЕ ТЯГОТЕНИЕ 13

Введение (13). О подстрочных примечаниях (13). Свободное падение тел (14). Ранний этап изучения свободного падения тел (17). Аристотель и философия (18). Аристотель и авторитет (23). Логика и современная наука (24). От греков к Галилею (25). Мысленные опыты (26). Законы свободного падения тел в идеальном случае (27). Опыт, приписываемый Галилею (27). Честное экспериментирование и авторитеты (28). Предположение Галилея; решающий эксперимент Ньютона (29). Научные объяснения (30). Дальнейшие исследования (30). Ограничение числа переменных (31). Почему тела падают? (32). Масса (34). Поле силы тяжести (35). Доказательство Галилея (36). Свободное падение (37). Индуктивный и дедуктивный методы (38). Изучение ускоренного движения индуктивным и дедуктивным методами (39). Дедуктивный анализ движения с постоянным ускорением (40). Экспериментальные исследования (43). Построение графика с указанием возможных ошибок опыта (50). Нахождение скорости при помощи касательных (51). Арифметическая проверка постоянства ускорения (53). Величина ускорения (55). Единицы измерения ускорения (55). Употребление слов «на» и «в» (55). Единицы измерения, применяемые в науке (57). Ускорение свободного падения (58). Сила и ускорение (58). Приложение I. Алгебра (60). Приложение II. Измерение g (70).

ГЛАВА 2. ПОЛЕТ СНАРЯДОВ. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ: ВЕКТОРЫ 79

Эксперименты (79). Полет тел и относительное движение (89). Геометрическое сложение (91). Скорость (97). Векторы (определение) (97). Скаляры (99). Сложение нескольких векторов (99). Проведение параллельных прямых (101). Влияет ли порядок, в котором складываются векторы, на сумму? (102) Движение тел и параболы (107). Это уравнение параболы (110). Движение снаряда, выпущенного из пушки под углом к горизонту (110).

ГЛАВА 3. СИЛЫ — ЭТО ВЕКТОРЫ 118

Равновесие сил (120). Равновесие трех сил; треугольник сил (122).

ГЛАВА 4. ВАШИ СОБСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ 132

Милости просим (122). «Перенос навыков» (134). Цели лабораторной работы (137). «Эксперименты по выбору» (138). Открытия? (139). Классические опыты (139). Лабораторный журнал (139). Работа с партнером (142). Предлагаемые опыты (143). Групповое обсуждение (147). Более точные измерения (148). «Формула маятника». Определение g (149). Измерение давления; закон Бойля (149). Некоторые сведения о давлении и его измерении (151). Законы давления (согласно Паскалю) (154). Алгебраический вывод I и V законов давления (155). Измерение разности давления с помощью U-образных манометров (157). Единицы давления (157). Способы передачи теплоты (161). Введение (161). Общие сведения о способах передачи теплоты (162). Запись и выводы (164).

ГЛАВА 5. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЕМ И ДЕФОРМАЦИЕЙ 170

Открытие Гука (170). Научные законы (174). Иной взгляд на законы (176). Удлинение за пределами справедливости закона Гука (177). Инженеры и упругость (178). Модуль упругости (183). Деформации в различных материалах (186). Закон Гука (187).

ГЛАВА 6. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ: КАПЛЯ И МОЛЕКУЛЫ 188

Общие пояснения (192). Классификация и терминология (192). Попытка построить теорию (193). Соотношение между поверхностными и объемными эффектами. Насекомые и поверхностное натяжение (199). Краевой угол с молекулярной точки зрения (201). Молекулярные силы и поверхность жидкости (202). Краевой угол и молекулярные силы (203). Водоотталкивание и смачивание (205). Капиллярность (206). Применения капиллярности (209). Объяснение капиллярности с молекулярной точки зрения (210) Вещества, облегчающие смачивание: мыла и моющие средства (211). Химия поверхностных явлений и чудеса в горном деле (216). Амебы и поверхностное натяжение (217). Применение длинных молекул масла (219). Размер молекулы (220). Физическая проверка химической картины (227).

ГЛАВА 7. СИЛА И ДВИЖЕНИЕ 229

Сила и изменение движения (229). Сила и ускорение: признавая физические законы (232). Второй закон движения Ньютона (235). Нет сил — движение неизменно: первый закон Ньютона (236). Измерение сил: «силомер» (241). На подступах ко второму закону Ньютона (249). Общее соотношение (253). Масса и сила (254). Единица массы — килограмм (256). Вес — это сила, зависящая от места на земном шаре (257). «Масса никогда не меняется» (258). Масса и вес (259) Два вида массы (261). Удивительное тождество (265). Более простой подход к рассмотрению веса и массы (266). Сохранение массы (269). Несовершенство научной терминологии (270). Постоянная масса, изменяющийся вес (270). Непосредственное сравнение масс при помощи инерционных весов (271). Более простой вариант соотношения $F=K \cdot M \cdot a$. Абсолютные единицы силы (274). «Хорошие» и «плохие» единицы силы (275). Как велик ньютон? «Абсолютные» единицы и «плохие» единицы (276). Технические единицы (278). Совет учащимся, которые пользуются технической системой единиц (279). Напряженность поля силы тяжести (279). Задачи на силу и движение (283). Действие и противодействие (287). Натяжение (289). Таинственная потеря натяжения: подробный разбор одной задачи (291). Ньютоновы законы движения (293).

ГЛАВА 8. СТОЛКНОВЕНИЯ. КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ 303

Вычисление силы по изменению количества движения (304). Количество движения (307). Единицы (308). Прыжки и столкновения (308). Перераспределение количества движения (310). Столкновения и закон сохранения количества движения (311). Количество движения — вектор (312). Законы сохранения (316). Третий закон Ньютона (322). Мощный инструмент для решения задач (324). Столкновение и «соприкосновение» — слово, которое вводит в заблуждение (325). Смысл принципа «действие равно противодействию» (330). Парадокс с телегой и лошадью (331). «Действие равно противодействию» — почти аксиома (333). Демонстрация действия и противодействия (335). Всеобщий закон сохранения количества движения (338).

ГЛАВА 9. ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ 349

Ламинарное и турбулентное течения (350). Типы течения (353). Парадоксы (357). Принцип Бернулли — ключ к парадоксам (363). Принцип Бернулли и его объяснение (364). Примеры эффекта Бернулли (366). Искривленный полет мяча («сухой лист») (367). Полет самолета (374). Сопротивление ветра («давление» ветра) (375)

Механизм сопротивления, создаваемого внутренним трением (378). Эффект Бернулли: «Демоны» или наука? (380).

ГЛАВА 10. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ 385

Колебания маятника и измерение времени (386). Простое гармоническое движение (389). Механика движения маятника (391). Простые гармонические движения и закон Гука (393). Простое гармоническое движение — широко распространенный вид движения (393). График простого гармонического движения — синусоида (395). Простое гармоническое движение как проекция движения по окружности (397). Различные определения простого гармонического движения (399). Значение простого гармонического движения (400). Гармонический анализ (400). Применение математического анализа и формула маятника (406). «Формула маятника» (407). Волны (407). Скорость, длина волны, частота (408). Обозначения в случае световых волн (409). Как распространяются волны (409). Свойства волн (411). Дифракция: огибание препятствий волнами (414). Интерференция (416). Интерференция волн на поверхности воды (419). Дифракционные решетки: спектры (420). За пределами видимого спектра (425). Спектры рентгеновских лучей (425). Линейчатые спектры (426). Спектры поглощения (428). Спектроскопия (429). Спектры и атомная физика (429). Стоячие волны (430). Простой вывод формулы для скорости распространения волн по веревке (435). Резонанс (437).

Интерлюдия. Приложение по арифметике.

ГЛАВА 11. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ, ОШИБКИ, ПРОПОРЦИИ 441

Стандартная запись чисел (441). Счетная линейка (443). Проценты (443). Запись ошибок экспериментальных данных в процентах (444). Вычисления с ошибками (445). Оценка как единственная возможность (448). Приближенная оценка и приемы быстрого счета (451). Приближенные ответы и достоверное знание (453). Знаки $=$, $\approx$, $\sim$ (454). Пропорциональная зависимость — ключ ко многим законам (456). «Коэффициент пропорциональности» (458). Проверка пропорциональности (459). Линейная зависимость (461). Средние взвешенные значения (465). Прямая зависимость или пропорции (466). Указания к построению графиков (467). Интерполяция и экстраполяция (468).

Эрик Роджерс

ФИЗИКА ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

Том 1

Редактор *Л. В. ГЕССЕН*
Художник *Г. А. Щетинин*
Художественный редактор *П. Ф. Некундэ*
Технический редактор *М. П. Грибова*

Сдано в производство 23/V 1969 г.
Подписано к печати 21/VIII 1969 г.
Бумага № 3 $60\times84^1/_{16}$=15 бум. л.
27,9 печ. л.
Уч.-изд. л. 26,43. Изд. № 2/5065.
Цена 1 р. 42 к. Заказ № 281.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Главполиграфпром Комитета по печати
при Совете Министров СССР.
Отпечатано в Ленинградской типографии
№ 2 имени Евгении Соколовой,
Измайловский проспект, 29, с матриц
Ордена Трудового Красного Знамени
Первой Образцовой типографии
имени А. А. Жданова,
Москва, Ж-54, Валовая, 28

ГОТОВИТСЯ К ПЕЧАТИ

ЭРИК РОДЖЕРС

„Физика для любознательных" т. 2

СОДЕРЖАНИЕ

Часть вторая. Наука о Земле и Вселенной. Возникновение научных теорий

Глава 12. Люди и небеса
Глава 13. Первые шаги астрономии
Глава 14. Астрономия у греков
Глава 15. Пробуждение сознания
Глава 16. Николай Коперник
Глава 17. Тихо Браге
Глава 18. Иоганн Кеплер
Глава 19. Галилео Галилей
Глава 20. Семнадцатый век
Глава 21. Круговое движение и ускорение
Глава 22. Исаак Ньютон
Глава 23. Всемирное тяготение
Глава 24. Научные теории и научные методы

Часть третья. Молекулы и энергия

Глава 25. Великая теория — кинетическая теория газов
Глава 26. Энергия
Глава 27. Измерение количества тепла и температуры
Глава 28. Мощность (лабораторные работы)
Глава 29. Экспериментальные основания закона сохранения энергии
Глава 30. Плодотворное развитие кинетической теории газов

Интерлюдия

Глава 31. Математика и теория относительности

ГОТОВИТСЯ К ПЕЧАТИ

ЭРИК РОДЖЕРС

„Физика для любознательных“ т. 3

СОДЕРЖАНИЕ

Часть четвертая Электричество и магнетизм

Глава 32. Электрические цепи (лабораторные работы)
Глава 33. Электростатика. Электрические заряды и поля
Глава 34. Магнетизм
Глава 35. Химия и электролиз

Часть пятая. Атомы и ядра

Глава 36. Электроны в электрических полях
Глава 37. Магнитные силы
Глава 38. Исследование атомов
Глава 39. Радиоактивность
Глава 40. Строение атомов (теория и эксперимент)
Глава 41. Лабораторные работы по электронике
Глава 42. Ускорители атомных частиц
Глава 43. Физика атомного ядра
Глава 44. Современная физика

ВЫХОДИТ ИЗ ПЕЧАТИ

„Задачи и упражнения с ответами и решениями"

ФЕЙНМАНОВСКИЕ ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

В книге собрано несколько сот задач, которые предлагались студентам, слушавшим курс лекций, прочитанный широко известным американским физиком Р. Фейнманом в Калифорнийском технологическом институте. Условия большого числа задач либо оригинальны, либо представляют собой нетривиальные варианты «стандартных» задач.

В настоящем издании к каждому разделу даны также и решения, составленные группой преподавателей Московского инженерно-физического института.

Эта книга — первая попытка создания такого рода пособия и рассчитана она главным образом на самостоятельно изучающих физику, но будет также весьма полезной и более широкой категории читателей, в частности преподавателям, ведущим семинарские занятия.

ВЫХОДИТ ИЗ ПЕЧАТИ

ДЖ. ОРИР

„ПОПУЛЯРНАЯ ФИЗИКА“

Перевод со 2-го, переработанного и дополненного американского издания

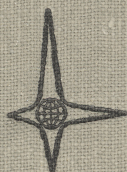
Вышедшая в свет в 1964 г. в переводе на русский язык книга известного американского ученого Джея Орира «Популярная физика» вызвала большой интерес у наших читателей. В 1966 г. было выпущено второе издание, которое также сразу же разошлось. Важной причиной успеха книги был принятый автором подход к изложению общей физики.

В 1967 г. в США вышло новое, переработанное и расширенное издание книги Орира. С этого нового издания и был выполнен перевод, предлагаемый вниманию наших читателей.

Для повышения наглядности и более глубокого раскрытия физической сущности явлений автор внес в изложение множество уточнений и изменений, добавил свыше ста новых рисунков. Удачно и особенно интересно изложены основные идеи применения физики микромира. Эти разделы фактически написаны заново. При подготовке нового издания автор разумно учел также опыт использования первого издания его книги как учебника.

Круг читателей этой книги весьма широк — в первую очередь это учащиеся старших классов средней школы, студенты первых курсов техникумов и вузов. Книга заинтересует также инженеров, желающих расширить свой физический кругозор, и специалистов «соседних» с физикой наук — математиков, химиков, биологов, геологов и т. д. Не только интересной, но и весьма полезной она будет огромной армии преподавателей физики средних школ, техникумов и вузов, которые найдут здесь не только новый материал, но и почерпнут опыт поиска новых путей преподавания классической физики современными методами.

1р. 42к.



Физика для любознательных

